

doi: 10.32620/oikit.2026.108.08

УДК 621.316

Ю. О. Семененко<sup>1</sup>, І. О. Рябенков<sup>2</sup>

## Оптимізація аналітичних рішень рівнянь перехідного процесу при однофазних замиканнях на землю в мережах середньої напруги

<sup>1</sup>Український державний університет залізничного транспорту<sup>2</sup>Національний аерокосмічний університет «Харківський авіаційний інститут»

В статті розглянуті актуальні питання присвячені перехідному процесу при однофазних замиканнях на землю в мережах середньої напруги. Складність отримання точного аналітичного рішення рівнянь перехідного процесу при однофазних замиканнях на землю в мережах середньої напруги зумовлена насамперед складністю розрахункової схеми заміщення електричної мережі. Вибір схеми залежить від мети дослідження та необхідності врахування різних стадій розвитку перехідного процесу. Процес однофазного замикання на землю супроводжується перерозподілом напруг фаз відносно землі: потенціал пошкодженої фази знижується до нуля, а потенціали справних фаз зростають. Єдиний складний перехідний процес умовно поділяється на чотири стадії. Перша та друга стадії належать до хвильових процесів і часто об'єднуються в одну розрядну стадію. Третя стадія – обмін енергією між індуктивністю джерела та ємностями елементів мережі – проявляється коливаннями середньої частоти і розглядається як зарядна стадія, яку можна описати рівняннями електромагнітних перехідних процесів у колах зі зосередженими параметрами. Четверта стадія відповідає встановленню струму промислової частоти.

В роботі були проведені аналітичні розрахунки та математичне моделювання які свідчать, що максимальні перенапруги виникають на зарядній стадії, тому в багатьох розрахунках розрядну стадію спрощують, вважаючи її миттєвою. Однак при аналізі впливу перехідного процесу на роботу захистів від однофазного замикання на землю, оцінці амплітудно-частотного спектра перехідних струмів та визначенні ефективного значення струму в місці пошкодження таке спрощення призводить до значних похибок. У цих випадках розрахункова схема заміщення повинна враховувати як зарядну, так і розрядну стадії перехідного процесу.

В статті проведено оптимізаційний аналіз відомих підходів до аналітичного розв'язання рівнянь перехідного процесу при однофазного замикання на землю. Показано, що найбільш перспективним є поєднання аналітичних методів на основі спрощених схем із імітаційним моделюванням у середовищі MATLAB. При цьому виконаний порівняльний аналіз методів отримання аналітичних рішень. Встановлено, що достатньо точне аналітичне рішення, яке розглядає розрядну та зарядну стадії як єдиний процес, досягається на основі двочастотної схеми заміщення електричної мережі. Запропонований підхід дозволяє отримувати компактні аналітичні вирази з прийнятною для інженерної практики точністю. Його рекомендовано використовувати для аналізу впливу перехідних процесів на функціонування захистів від однофазного замикання на землю, оцінки спектральних характеристик струмів та при проектуванні й налагодженні релейного захисту в мережах середньої напруги.

**Ключові слова:** дугові замикання, перенапруга, ємнісні струми, дугогасний реактор, ізольована нейтраль, нульова послідовність, двочастотна схема.

### Вступ

Сучасні електричні мережі середньої напруги (6-10–35 кВ) є одними з найважливіших елементів системи електропостачання України, оскільки саме вони забезпечують розподіл електроенергії між джерелами живлення та споживачами. Надійність їхньої роботи значною мірою визначається стійкістю до

пошкоджень, серед яких однофазні замикання на землю (ОЗЗ) посідають провідне місце. За статистичними даними, частка ОЗЗ у загальній кількості пошкоджень у мережах середньої напруги сягає 70–90 % [1, 2]. Ці пошкодження супроводжуються складними перехідними процесами (ПП), що призводять до перенапруг, виникнення дугових замикань, пошкодження ізоляції та відмови спрацьовування релейного захисту.

Аналіз ПП при ОЗЗ має фундаментальне значення як для оцінки електричної міцності обладнання, так і для розробки ефективних алгоритмів захисту. Однак отримання точних аналітичних рішень рівнянь перехідного процесу є надзвичайно складним завданням. Складність зумовлена, насамперед, необхідністю адекватного врахування розподілених параметрів мережі, хвильових явищ, взаємного впливу ємнісних і індуктивних елементів, а також багатостадійності самого процесу ОЗЗ.

Перехідний процес при ОЗЗ умовно можна розділити на кілька стадій, кожна з яких характеризується власними фізичними механізмами та тривалістю: від мікросекундних розрядних явищ до коливань середньої частоти та встановлення промислової частоти. Максимальні перенапруги, як правило, виникають саме на зарядній стадії, тому в багатьох дослідженнях розрядну стадію спрощують, вважаючи її миттєвою. Проте для задач, пов'язаних з аналізом впливу ПП на функціонування захистів від ОЗЗ, оцінкою амплітудно-частотного спектра струмів, визначенням ефективних значень струму в місці пошкодження таке спрощення призводить до суттєвих похибок.

Існуючі розрахункові схеми заміщення мережі, розроблені в роботах [1–6], дозволяють з достатньою точністю описувати окремі стадії процесу, але не завжди забезпечують оптимальне поєднання точності та аналітичної розв'язності рівнянь. У багатьох випадках для отримання аналітичних виразів доводиться вдаватися до значних спрощень, що знижує практичну цінність результатів. Водночас чисельні методи, хоча й дають високу точність, не завжди зручні для інженерного аналізу та синтезу алгоритмів захисту через високу обчислювальну складність і відсутність явних аналітичних залежностей.

Таким чином, актуальним науковим завданням є оптимізація аналітичних рішень рівнянь ПП при ОЗЗ з метою отримання компактних, достатньо точних і фізично інтерпретованих формул, які враховують як зарядну, так і розрядну стадії перехідного процесу залежно від поставленої задачі.

### **Постановка задач дослідження**

Складність отримання аналітичного рішення визначається, насамперед, складністю прийнятої розрахункової схеми заміщення мережі для дослідження ПП при ОЗЗ. У свою чергу, складність розрахункової схеми заміщення електричної мережі залежить від мети досліджень ПП при ОЗЗ і пов'язаної з нею необхідності врахування різних стадій його розвитку. Будь-яке ОЗЗ призводить до перерозподілу напруги окремих фаз мережі по відношенню до землі. Потенціал заземленої зони обмотки зменшується або стає рівним нулю, а потенціали неушкоджених фаз набувають інших значень.

Цей єдиний складний ПП умовно можна розділити на наступні стадії [2]:

1) стрибкоподібне зниження напруги на пошкодженій фазі в місці ОЗЗ, пов'язане з розрядкою ємностей пошкодженої фази на землю і перезарядженням міжфазних ємностей суміжних елементів мережі в місці пошкодження, що зумовлює так зване «першочергове розподілення» зарядів та напруг. Ця стадія

триває частки або одиниці мікросекунд;

2) поширення в обидві сторони від місця пошкодження набігаючих хвиль, зниження напруги, що змінюють потенціал пошкодженої і справної фаз щодо землі. Хвилі зниження напруги супроводжуються хвилями ємнісного струму, що починає проходити через точку замикання. На стиках неоднорідних ділянок відбувається заломлення та відбивання цих хвиль. При багаторазових повторюваннях хвилі зниження напруги та струму деформуються та згасають. Дана стадія процесу триває десятки та сотні мікросекунд;

3) обмін енергією між індуктивністю джерела живлення та ємностями ліній, шин, апаратів та інших елементів мережі, що викликає появу коливань середньої частоти. Тривалість цієї стадії перехідного процесу становить тисячні та соті частки секунди.

4) встановлення струму замикання на землю промислової частоти, що триває кілька періодів.

До власне хвильових процесів відносяться лише перша та друга стадії. Враховуючи дуже малу тривалість 1-ї стадії, що практично не впливає ні на величину перенапруг при дугових переривчастих ОЗЗ, ні на функціонування захистів від даного виду ушкоджень, першу та другу стадію часто розглядають як одну стадію та називають розрядною. Третя стадія єдиного перехідного процесу вже виходять за рамки визначення «хвильових явищ» - тобто всього складного комплексу фізичних явищ і процесів, що супроводжують виникнення, поширення та швидко зміну електромагнітного поля кола або системи [3, 4] і з достатнім ступенем точності можуть розглядатися як електромагнітний перехідний процес у колах із зосередженими параметрами. Така стадія частот має назву зарядна (пов'язаною з додатковим зарядом ємностей непошкоджених фаз мережі). В роботі умовно вважатимемо, що у перехідному процесі умовно можна виділити дві основні стадії – розрядну і зарядну.

Експериментальні дослідження в діючих мережах середньої напруги та дослідження на математичних моделях дають результати, що максимальні перенапруги в перехідних режимах ОЗЗ виникають на зарядній стадії [1-6, 11]. Тому в розрахункових схемах заміщення мережі для вирішення зазначеної задачі розрядну стадію, як правило, спрощено, вважаючи, що вона практично миттєво зумовлює початковий розподіл зарядів та напруг. При обґрунтуванні розрахункової схеми заміщення мережі для зазначених розрахунків враховуються результати досліджень ПП при ОЗЗ, виконаних у ряді робіт [2-6].

При аналізі впливу ПП на функціонування захистів від ОЗЗ, оцінці значень електричних величин перехідного процесу, які впливають на функціонування зазначених захистів, амплітудно-частотного спектра перехідних струмів, оцінці середньоквадратичного (ефективного) значення струму місці пошкодження таке уявлення розрядної стадії який завжди прийнятно, так як може призвести до значних похибок в оцінці значень електричних величин зарядної стадії та всього ПП загалом. Тому для вирішення другої групи завдань розрахункова схема заміщення мережі повинна враховувати не лише зарядну, а й розрядну стадію ПП.

### Основна частина

Аналітичне вирішення рівнянь перехідного процесу при ОЗЗ можна отримати лише для спрощеної схеми заміщення електричної мережі середньої напруги. Допустимий без істотної втрати точності рішення ступінь спрощення розрахункової схеми заміщення мережі залежить від мети рішення. Більшість

аналітичних рішень, отриманих було з оцінкою максимальних перенапруг при дугових переміжних ОЗЗ в мережах із ізольованою нейтраллю [1-4].

При таких дослідженнях приймалося, що максимальні перенапруги виникають при дугових ОЗЗ, що перемежуються, на шинах центру живлення (ЦП). З огляду на це в більшості робіт, присвячених дослідженням перенапруг при дугових переривчастих ОЗЗ в мережах середньої напруги застосовувалися спрощені схеми заміщення мережі, в яких ОЗЗ розглядалося тільки на шинах. На рис. 1 та рис. 2 як приклади наведені подібні розрахункові схеми заміщення мереж середньої напруги.

Для схем заміщення за рис. 1 та рис. 2 перехідний процес при ОЗЗ описується диференціальним рівнянням 2-го порядку, чому відповідає наявність в струмах і напруги 1-ї вільної коливальної частотної складової. З огляду на це подібні схеми заміщення здебільшого називають одночастотними. На рис. 1 та рис. 2 можна бачити, що одночастотні схеми заміщення не враховують вплив розрядної стадії, що вважається допустимим, при дослідженнях перенапруг у перехідних режимах при ОЗЗ.

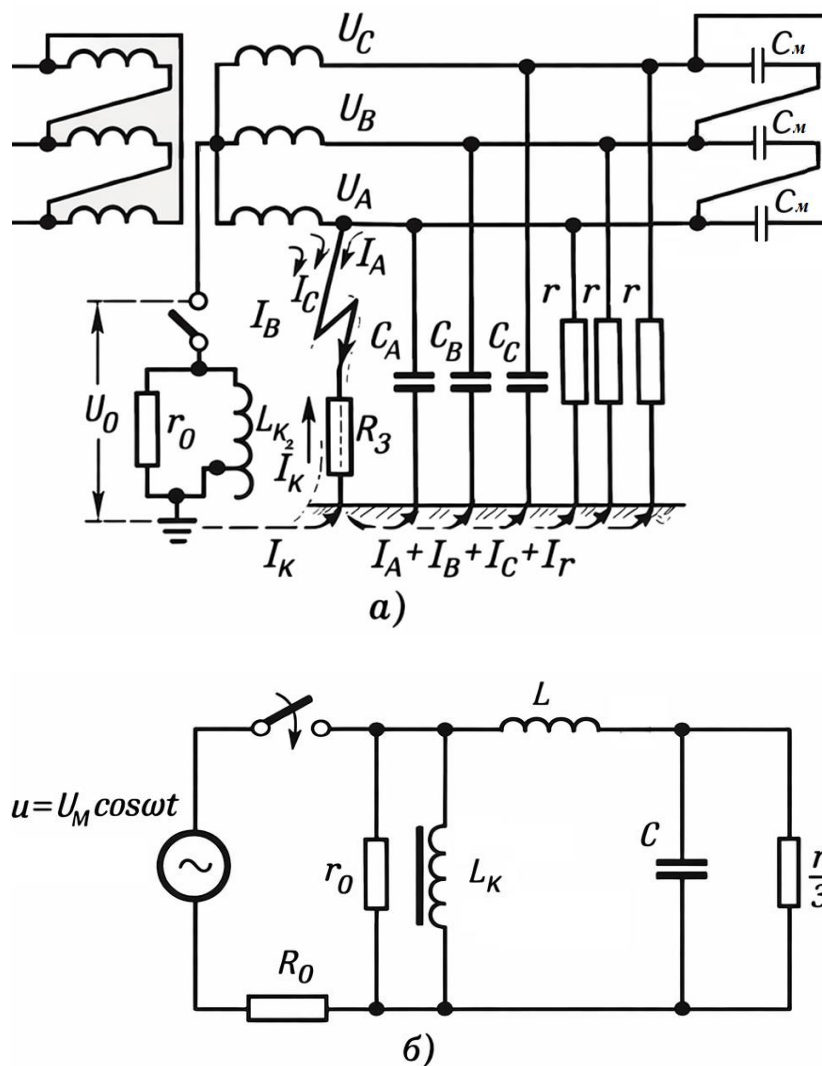


Рис. 1. Розрахункові схеми заміщення мережі із ізольованою нейтраллю або з компенсацією ємнісних струмів [3]:  
а – трифазна; б – нульової послідовності

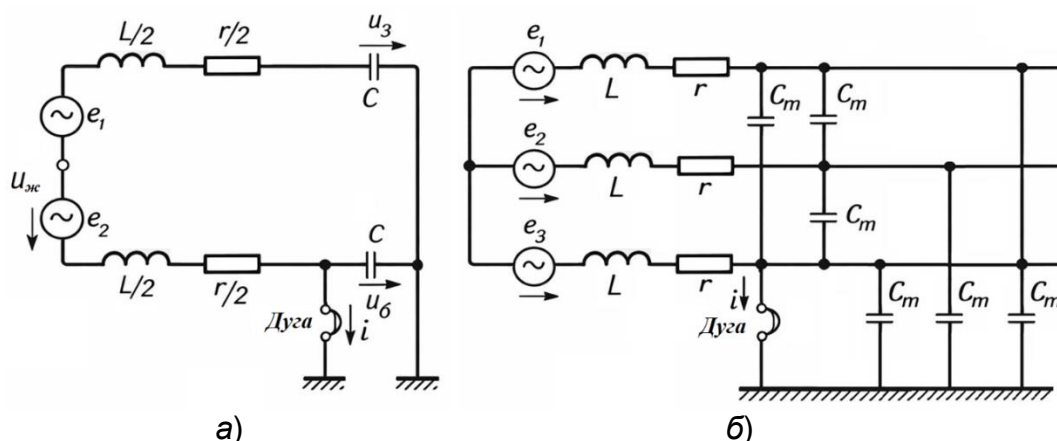


Рис. 2. Розрахункові схеми заміщення мережі 6-10 кВ на дослідження перенапруг у перехідних режимах ОЗЗ:  
а – однофазна (перетворена); б – трифазна

Дослідження перенапруг при дугових ОЗЗ, які були виконані на математичних моделях в електричних мережах напругою 6-10-35 кВ, показують, що таке припущення не завжди є прийнятним [4-15].

До робіт, присвячених оцінці параметрів струмів ПП в аспекті оцінки їх впливу на функціонування пристроїв захисту від ОЗЗ можна віднести роботи [2, 3, 7, 8-10, 13-20]. У рішеннях рівнянь перехідного процесу при ОЗЗ, принципово враховуються обидві стадії (розрядна та зарядна) ПП при ОЗЗ, однак приймається, що розрядна стадія протікає незалежно від зарядної та зумовлює початковий розподіл напруги, який враховується при аналізі зарядної стадії. Таке припущення прийнятно, якщо частоти розрядних і зарядних коливань значно різняться і кожен процес можна аналізувати, як процес в одночастотному коливальному контурі 2-го порядку.

Однак роботах [16, 24] показано, що частотний поділ розрядної та зарядної складових можливий не завжди, наприклад, він неможливий при віддалених від шин ОЗЗ, насамперед, у повітряних електромережах, коли індуктивність пошкодженої лінії до місця пошкодження порівнянна з індуктивністю джерела живлення.

Цікавість досліджень електромагнітних ПП при ОЗЗ з метою захисту від замикань на землю з'явився ще в середині ХХ ст. у зв'язку з широким впровадженням в електричних мережах середньої напруги 6-10-35 кВ режиму ізольованої нейтралі та резонансного заземлення захистів від нейтралі через дугогасний реактор і першими розробками підвищення їх селективності та чутливості. Основною метою робіт було дослідження параметрів і характеристик перехідних струмів та напруг при ОЗЗ для оцінки можливості їх застосування у захисті від даного виду пошкоджень, насамперед у компенсованих мережах. В перших дослідженнях у цьому напрямі розглядається ПП при ОЗЗ у компенсованій мережі вважається повністю ідентичним перехідному процесу при ОЗЗ в мережі з ізольованою нейтраллю і розглядається як ДГР у спрощеній схемі, представленій послідовним LCR-контуром (рис. 3), що враховує лише вільну зарядну складову і вимушену складову струмів та напругу нульової послідовності. Розрахункова схема заміщення електричної мережі середньої напруги (рис. 3) використовується для оцінки значень перехідних струмів при ОЗЗ та впливу на них параметрів мережі та перехідного опору у місці ушкодження.

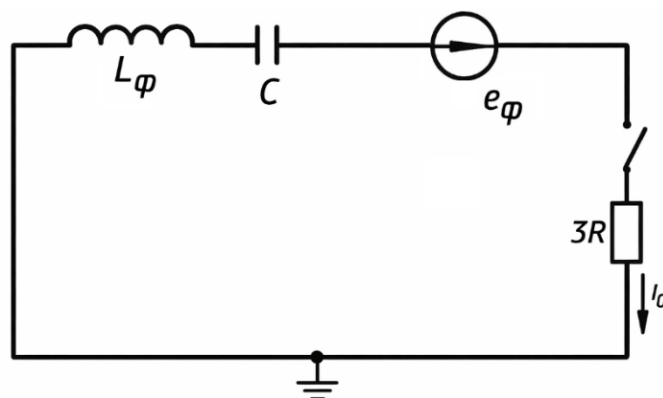


Рис. 3. Одночастотна схема заміщення для розрахунку перехідних процесів при ОЗЗ у малим струмом замыкання на землю

Застосування одночастотної схеми заміщення мережі (рис. 3) не тільки не враховує вплив розрядної складової на ПП при ОЗЗ, але і призводить до суттєвих помилок в оцінці зарядних складових перехідного струму і напруги нульової послідовності.

Точніший математичний опис ПП при ОЗЗ отримано в розрахункових схемах заміщення мережі з ізольованою нейтраллю, використаних в роботах [9, 10], де враховується вплив на ПП при ОЗЗ як зарядної, так і розрядної стадій. При цьому ПП розглядається для повітряної лінії електромережі, що складається з однієї лінії. Таке подання розрахункової схеми заміщення дозволяє отримати рішення для струму нульової послідовності в неушкодженій лінії при ОЗЗ на шинах захищаючого об'єкту.

В [12-14] на основі аналізу осцилограм, отриманих при ОЗЗ у реальних електричних мережах, які враховують розподілений характер параметрів ліній, показано, що в розрядних та зарядних складових струму та напруги ПП переважає по одній частотній складовій, що визначає їх форму та амплітуду. Порівняння і оцінка експериментальних та аналітичних розрахунків даних показує, що частота та амплітуда зазначених частотних складових визначається практично лише сумарною ємністю фаз мережі на землю та сумарними міжфазними ємностями непошкодженої частини мережі, параметрами пошкодженої лінії на ділянці від шин до точки ОЗЗ та перехідним опором  $R_n$  у місці ушкодження, які мають бути враховані у розрахунковій схемі заміщення. З урахуванням цих вимог у [12-14] запропоновано для дослідження ПП у мережах 6-10 кВ використовувати двочастотну схему заміщення, наведену на рис. 4.

На відміну від раніше розглянутих розрахункових схем заміщення та застосування схеми за рис. 4 дозволяє розглядати обидві стадії – розрядну та зарядну – як єдиний ПП, що є перевагою даного підходу.

Проте розрядна стадія ПП при ОЗЗ, як зазначалося вище, на відміну зарядної є явно виражений хвильовий процес. Тому розрахунок хвильового ПП за схемою рис. 1 як ПП в електричному ланцюзі із зосередженими параметрами призводить до похибок в оцінці значень розрядних струмів та напруг.

Для оцінки точності розрахунків перехідних процесів за схемою заміщення рис. 4 та визначення сфери її застосування порівняємо результати аналітичного рішення з результатами моделювання на ЕОМ для схеми мережі, що враховує розподіл характеру параметрів ліній.

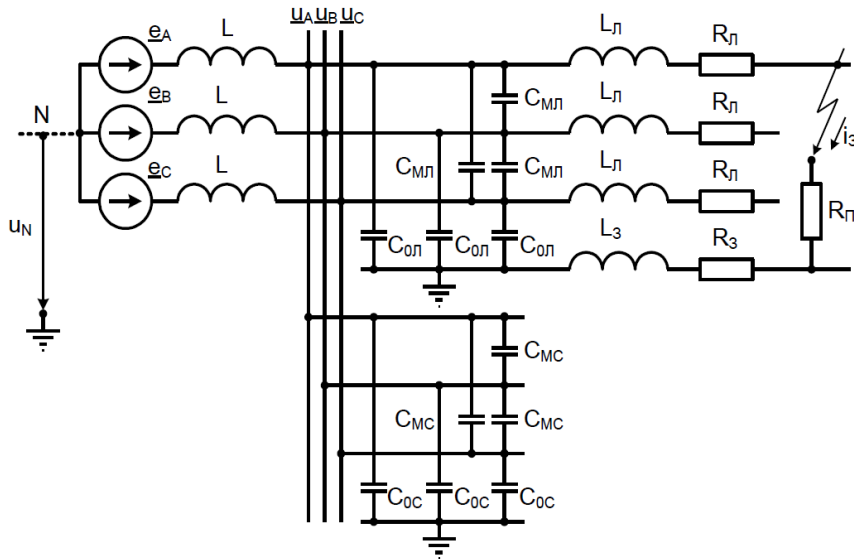


Рис. 4. Двочастотна схема заміщення мережі 6-10 кВ для дослідження перехідних процесів при однофазних замиканнях на землю

У захисту мереж 6-10 кВ використовуються складові нульової послідовності. Тому в [16-20] для отримання аналітичного рішення застосований метод симетричних складових, що дозволяє найпростіше отримати рішення для складових нульової послідовності. На рис. 5 наведено комплексну схему заміщення за методом симетричних складових. У схемі рис. 5 крім режиму ізольованої нейтралі враховано також можливість заземлення мережі нейтралі через дугогасний реактор.

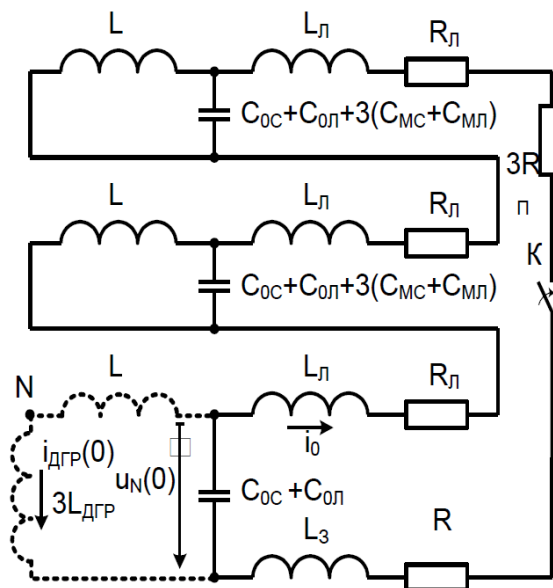


Рис. 5. Комплексна схема заміщення для розрахунку перехідного процесу при ОЗЗ для визначення складових, зумовлених ненульовими початковими умовами в момент пробую ізоляції

Для мережі, що працює із ізольованою нейтраллю, при

$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi)$  у [16-20] для напруги нульової послідовності отримано наступне рішення:

$$U_0(t) \cong U_m \sin(\omega \cdot t + \varphi) - U_m a_1 e^{-\delta_p t} \left[ 1 - \frac{U_N(0)}{U_m \sin \varphi} \right] \cdot \sin \varphi \cos \omega_p t - U_m a_2 e^{-\delta_3 t} \left[ 1 - \frac{U_N(0)}{U_m \sin \varphi} \right] \cdot \sin \varphi \cos \omega_3 t; \quad (1)$$

де коефіцієнти  $a_1 = \frac{\omega_1^2 - \omega_3^2}{\omega_p^2 - \omega_3^2}$  та  $a_2 = \frac{\omega_1^2 - \omega_p^2}{\omega_3^2 - \omega_p^2}$  відповідно.

Частоти та постійні згасання розрядних та зарядних коливань визначаються за виразами:

$$\omega_{P,3} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{k_c \omega_1^2 + \omega_2^2 \pm \sqrt{k_c^2 \omega_1^4 + \omega_2^4 + (2k_c - 4)\omega_1^2 \omega_2^2}}; \quad (2)$$

$$\delta_{P,3} = \alpha \frac{\omega_{P,3}^2 - \omega_2^2}{2(2\omega_{P,3}^2 - \omega_2^2 - k_c \omega_1^2)}. \quad (3)$$

Струм нульової послідовності в місці пошкодження визначається з вирази:

$$i_3^{(1)} = 3i_0 = C_1 \frac{du_0}{dt}. \quad (4)$$

Для перевірки адекватності та оцінки точності отриманого аналітичного рішення отримані на його основі функції  $u_N(t) = u_0(t)$  та  $i_3(t) = 3i_0(t)$  порівнювалися з аналогічними залежностями, отриманими на математичній моделі мережі 10 кВ, виконаної у системі моделювання MATLAB з урахуванням розподіленого характеру параметрів пошкодженої та неушкоджених ліній. Модельована мережа 10 кВ містила 20 ліній різної довжини ( $l_n = 100 \dots 2000$  м), сумарний ємнісний струм мережі при цьому склав  $I_{c\Sigma} = 15$  А, моделювалися ОЗЗ на відстані від шин  $l_3 = 100 \dots 2000$  м.

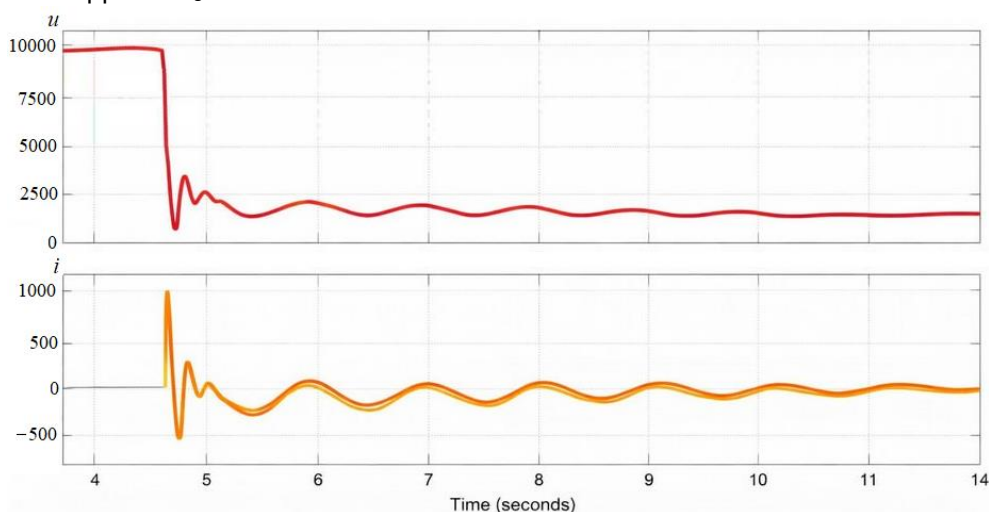


Рис. 6. Графіки аналітичного розрахунку  $i_0(t)$  та  $u_0(t)$  та осцилограми імітаційного моделювання у системі MATLAB

Порівняння аналітичного рішення щодо рівнянь (1) – (4) з результатами розрахунку складових  $i_{0(t)}$  та  $u_{0(t)}$ , виконаного в системі моделювання MATLAB на математичній моделі мережі 6-10 кВ, враховує розподілених характер параметрів лінії, що показало, що похибки аналітичного рішення, за винятком випадку ОЗЗ поблизу шин, що не перевищує 10-20%, що прийнятно для наближених оцінок параметрів перехідних струмів (рис. 6). З рис. 6 (а, б) видно, що точність відтворення розрядної складової струму та напруги нульової послідовності зростає в міру видалення точки замикання на землю від шин джерела живлення. Таким чином, запропонована розрахункова двочастотна схема заміщення мережі 6-10 кВ та отримане її аналітичне рівняння ПП при ОЗЗ дозволяють не лише розглядати розрядну і зарядну стадію як єдиний ПП, а й за певних умов отримати досить точні оцінки значень не тільки зарядних, але й і розрядних складових струмів та напруг. З огляду на це нижче розглянуто можливість застосування цього рішення для аналітичної оцінки максимальних перенапруг у перехідних режимах ОЗЗ.

### Висновки

У результаті проведеного оптимізаційного аналізу сформульовано коло питань, які потребують детального дослідження електромагнітних ПП при ОЗЗ в електричних мережах середньої напруги.

Показано, що найбільш ефективним методом дослідження ПП при ОЗЗ у таких мережах є поєднання аналітичних методів розв'язання рівнянь на основі спрощених розрахункових схем електричної мережі з методом імітаційного моделювання в середовищі MATLAB. У зв'язку з цим удосконалення та подальший розвиток аналітичних методів дослідження ПП при ОЗЗ, а також методів їх моделювання, становить актуальну задачу.

Проведено оптимізаційна оцінка відомих підходів і методів отримання аналітичного рішення рівнянь ПП при ОЗЗ у мережах 6-10-35 кВ та виконано їх порівняльний аналіз. Встановлено, що достатньо точне аналітичне рішення може бути отримане на основі двочастотної схеми заміщення електричної мережі. Така схема дозволяє розглядати розрядну та зарядну стадії перехідного процесу як єдиний електромагнітний перехідний процес, що суттєво підвищує точність розрахунків порівняно з традиційними одноконтурними моделями.

Запропонований підхід дає можливість отримувати компактні аналітичні вирази з прийнятною для інженерної практики точністю і може бути рекомендований для аналізу впливу перехідних процесів на роботу захистів від ОЗЗ, оцінки амплітудно-частотного спектра струмів, визначення ефективних значень струму в місці пошкодження, а також при проектуванні та налагодженні релейного захисту в мережах середньої напруги.

Таким чином, оптимізація аналітичних рішень рівнянь перехідного процесу при однофазних замиканнях на землю в мережах 6–10 кВ на основі двочастотної схеми заміщення сприяє підвищенню якості аналізу та надійності експлуатації розподільних електричних мереж.

### Список літератури

1. ДСТУ EN 50160:2023 Характеристики напруги електропостачання в електричних мережах загальної призначеності, прийнятий Національним органом стандартизації ДП «УкрНДНЦ» від 23.05.2024 №179, набрав чинності з

01.03.2025. [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: [https://online.budstandart.com/ua/catalog/doc-page.html?id\\_doc=106226](https://online.budstandart.com/ua/catalog/doc-page.html?id_doc=106226).

2. Правила улаштування електроустановок: видання офіційне/ Міненерговугілля України. Харків: Видавництво «Форт», 2017. 760 с.

3. Серета О. Г. Теоретичні основи розвитку цифрових технологій в системах автоматизації, діагностики, контролю та захисту електротехнічних комплексів : дис. ... д-ра техн. наук: 05.09.03 / Націон. техн. ун-т «ХПІ». Харків, 2021. 320 с.

4. Аналіз причин неселективної дії захисту електромереж середньої напруги при однофазних замиканнях на землю / Ю. О. Семененко, О. Г. Серета, О. Г. Серета, О. Д. Семененко. Енергозбереження. Енергетика. Енергоаудит, 2025. № 9 (212). С. 17–27. <https://doi.org/10.20998/2313-8890.2025.09.02>.

5. Аналіз причин пошкодження повітряних ліній електропередачі в електромережах середньої напруги / Ю. О. Семененко, Олександр Г. Серета, О. І. Семененко, Олена Г. Серета, О. Д. Семененко. Енергозбереження. Енергетика. Енергоаудит, 2025. № 11 (214). С. 17–31. <https://doi.org/10.20998/2313-8890.2025.11.02>.

6. СОУ-Н ЕЕ 35.514:2007. Технічне обслуговування мікропроцесорних пристроїв, релейного захисту, протиаварійної автоматики, електроавтоматики, дистанційного керування та сиг-налізації від 0,4 кВ до 750 кВ. Правила : видання офіційне / Мінпаливенерго України. Київ. 2008. 85 с.

7. Costa FB. Fault-induced transient detection based on real-time analysis of the wavelet coefficient energy. IEEE Trans Power Delivery 2014;29(1):140–153. <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2013.2278272>.

8. Improving the protective properties of electrical equipment in low-voltage cabinets of complete transformer substations auxiliaries NPP / O. G. Sereda, L. B. Zhorniak, O. G. Sereda. Electrical Engineering and Power Engineering, 2025. No 2. P. 37–48. URL: <https://doi.org/10.15588/1607-6761-2025-2-4>.

9. Sereda Oleksandr G. Identification of starting currents of induction motors in a branched power network and its protection from remote short circuit. Acta Technica, 2014. Vol. 59, № 2. С. 135–147.

10. Synthesis of the transfer function of the voltage controller in an active filter-stabilizer converter / Y. Shcherbak, Y. Semenenko, O. Semenenko, N. Karpenko, O. Suprun, O. Plakhtii, V. Nerubatskyi // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. - 2021. - Vol. 2, № 2(110). - P. 71-77. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.229827>.

11. Підвищення чутливості максимального струмового захисту до струмів віддалених коротких замикань / О. Г. Серета, О. С. Кобозев. Електротехнічні та комп'ютерні системи, 2013. № 09 (85). С. 57–64.

12. Спосіб захисту однофазних споживачів електроенергії від перенапруг, що викликані обривом нейтрального провідника: пат. 122365 Україна : МПК (2020.01) H02H 3/08 (2006.01), H02H 7/00, H01H 73/00, H02H 7/26 (2006.01). № а 2018 12180; заявл. 10.12.2018; опубл. 26.10.2020, Бюл. № 20.

13. Dongli Jia; Keyan Liu; Xiaoli Meng; Xiaohui Song. Location of single-phase disconnection fault with non-grounding in distribution grid based on positive sequence voltage. International Conference on Renewable Power Generation (RPG 2015). Year: 2015. Pages: 1 – 6. <https://doi.org/10.1049/cp.2015.0567>.

14. Jia-Min Li, Shu-Chuan Chu, Xiang Shao, Jeng-Shyang Pan. A single-phase-to-ground fault location method based on convolutional deep belief network.

Electric Power Systems Research, 2022. Vol. 209.  
<https://doi.org/10.1016/j.epsr.2022.108044>.

15. Improvement of Fuses to Increase the Efficiency of Medium Voltage Instrument Transformers Protection / O. M. Grechko, Y. I. Baida, O. H. Sereda, O. H. Sereda, M. H. Pantelyat, S. I. Dryvetskyi. IEEE 6th KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek), Kharkiv, Ukraine, 2025. P. 1–4, <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek61436.2025.11288696>.

16. Jia Q., Dong X., Shi S., He X. Non-communication protection for single-phase-to-ground fault feeder in neutral non-effectively grounded distribution system // Power & Energy Society General Meeting (PESGM). Portland, OR, USA, 2018. P. 1–5. <https://doi.org/10.1109/pesgm.2018.8586136>.

17. Zhou, J.; Ayhan, B.; Kwan, C.; Liang, S.; Lee, W. High-Performance Arcing-Fault Location in Distribution Networks. IEEE Trans. Ind. Appl. 2012, 48, 1107–1114. <https://doi.org/10.1109/TIA.2012.2190819>.

18. Pandakov K., Hoidalén H.K., Trættemberg S. An additional criterion for faulty feeder selection during ground faults in compensated distribution networks. IEEE Trans On Power Deliv 2018; Vol.3. <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2018.2843528>.

19. Guo M, Zeng X, Chen D, Yang N. Deep-learning-based earth fault detection using continuous wavelet transform and convolutional neural network in resonance grounding distribution systems. IEEE Sens J 2018; 18: 291–300. <https://doi.org/10.1109/JSEN.2017.2776238>.

20. Guo M-F, Yang N-C. Features-clustering-based earth fault detection using singular value decomposition and fuzzy c-means in resonant grounding distribution systems. Int J Electr Power Energy Syst 2017;93(97–108). <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2017.05.014>.

### References (BSI)

1. DSTU EN 50160:2023 Characteristics of power supply voltage in general purpose electrical networks, adopted by the National Standardization Body of the State Enterprise "UkrNDNC" dated 23.05.2024 No. 179, entered into force on 01.03.2025. [Electronic resource] – Resource access mode: [https://online.budstandart.com/ua/catalog/doc-page.html?id\\_doc=106226](https://online.budstandart.com/ua/catalog/doc-page.html?id_doc=106226).

2. Rules for the arrangement of electrical installations: official publication / Ministry of Energy and Coal Industry of Ukraine. Kharkiv: Publishing House "Fort", 2017. 760 p.

3. Sereda O. H. Teoretychni osnovy rozvytku tsyfrovoykh tekhnolohii v systemakh avtomatyzatsii, diahnostryky, kontroliu ta zakhystu elektrotekhnichnykh kompleksiv: dys. ... d-ra tekhn. nauk : 05.09.03 / Natsion. tekhn. un-t «KhPI». Kharkiv, 2021. 320 p.

4. Analiz prychnyn neselektyvnoi dii zakhystu elektromerezh serednoi napruhy pry odnofaznykh zamykanniakh na zemliu / Yu. O. Semenenko, O. H. Sereda, O. H. Sereda, O. D. Semenenko. Enerhozberezhennia. Enerhetyka. Enerhoaudyt, 2025. № 9 (212). C. 17–27. <https://doi.org/10.20998/2313-8890.2025.09.02>.

5. Analysis of the causes of damage to overhead power lines in medium-voltage power grids / Yu. O. Semenenko, Oleksandr G. Sereda, O. I. Semenenko, Olena G. Sereda, O. D. Semenenko. Energy Saving. Energy. Energy Audit, 2025. No. 11 (214). Pp. 17–31. <https://doi.org/10.20998/2313-8890.2025.11.02>.

6. SOU-N EE 35.514:2007. Tekhnichne obsluhovuvannia mikroprotsesornykh prystroiv, releinoho zakhystu, protyavariinoi avtomatyky, elektroavtomatyky,

dystantsiinoho keruvannia ta syh-nalizatsii vid 0,4 kV do 750 kV. Pravyla : vydannia ofitsiine / Minpalyvenerho Ukrainy. Kyiv, 2008. 85 p.

7. Costa F.B. Fault-induced transient detection based on real-time analysis of the wavelet coefficient energy. *IEEE Trans Power Delivery* 2014;29(1):140–153. <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2013.2278272>.

8. Improving the protective properties of electrical equipment in low-voltage cabinets of complete transformer substations auxiliaries NPP / O. H. Sereda, L. B. Zhorniak, O. G. Sereda. *Electrical Engineering and Power Engineering*, 2025. No 2. P. 37–48. <https://doi.org/10.15588/1607-6761-2025-2-4>.

9. Sereda Oleksandr G. Identification of starting currents of induction motors in a branched power network and its protection from remote short circuit. *Acta Technica*, 2014. Vol. 59, № 2. C. 135–147.

10. Synthesis of the transfer function of the voltage controller in an active filter-stabilizer converter / Y. Shcherbak, Y. Semenenko, O. Semenenko, N. Karpenko, O. Suprun, O. Plakhtii, V. Nerubatskyi // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. - 2021. - Vol. 2, № 2(110). - P. 71-77. URL: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.229827>.

11. Increasing the sensitivity of maximum current protection to remote short circuit currents / O. G. Sereda, O. S. Kobozev. *Electrical and Computer Systems*, 2013. No. 09 (85). pp. 57–64.

12. Method of protecting single-phase electricity consumers from overvoltages caused by a break in the neutral conductor: pat. 122365 Ukraine: MPK (2020.01) H02N 3/08 (2006.01), H02N 7/00, H01N 73/00, H02N 7/26 (2006.01). No. a 2018 12180; appl. 10.12.2018; publ. 26.10.2020, Bull. No. 20.

13. Dongli Jia; Keyan Liu; Xiaoli Meng; Xiaohui Song. Location of single-phase disconnection fault with non-grounding in distribution grid based on positive sequence voltage. *International Conference on Renewable Power Generation (RPG 2015)*. Year: 2015. Pages: 1 – 6. <https://doi.org/10.1049/cp.2015.0567>.

14. Jia-Min Li, Shu-Chuan Chu, Xiang Shao, Jeng-Shyang Pan. A single-phase-to-ground fault location method based on convolutional deep belief network. *Electric Power Systems Research*, 2022. Vol. 209. <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2022.108044>.

15. Improvement of Fuses to Increase the Efficiency of Medium Voltage Instrument Transformers Protection / O. M. Grechko, Y. I. Baida, O. H. Sereda, O. H. Sereda, M. H. Pantelyat, S. I. Dryvetskyi. *IEEE 6th KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek)*, Kharkiv, Ukraine, 2025. P. 1–4, <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek61436.2025.11288696>.

16. Jia Q., Dong X., Shi S., He X. Non-communication protection for single-phase-to-ground fault feeder in neutral non-effectively grounded distribution system // *Power & Energy Society General Meeting (PESGM)*. Portland, OR, USA, 2018. P. 1–5. <https://doi.org/10.1109/pesgm.2018.8586136>.

17. Zhou, J.; Ayhan, B.; Kwan, C.; Liang, S.; Lee, W. High-Performance Arcing-Fault Location in Distribution Networks. *IEEE Trans. Ind. Appl.* 2012, 48, 1107–1114. <https://doi.org/10.1109/TIA.2012.2190819>.

18. Pandakov K., Høidalen H.K., Trætteberg S. An additional criterion for faulty feeder selection during ground faults in compensated distribution networks. *IEEE Trans On Power Deliv* 2018; Vol.3. <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2018.2843528>.

19. Guo M, Zeng X, Chen D, Yang N. Deep-learning-based earth fault detection using continuous wavelet transform and convolutional neural network in resonance

grounding distribution systems. IEEE Sens J 2018; 18: 291–300. <https://doi.org/10.1109/JSEN.2017.2776238>.

20. Guo M-F, Yang N-C. Features-clustering-based earth fault detection using singular value decomposition and fuzzy c-means in resonant grounding distribution systems. Int J Electr Power Energy Syst 2017;93(97–108). <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2017.05.014>.

Надійшла в редакцію 2.04.2026, розглянута на редколегії 16.04.2026

## **Optimization of analytical solutions of transient process equations for single-phase ground faults in medium voltage networks**

The article discusses topical issues related to the transient process during single-phase ground faults in medium-voltage networks. The difficulty of obtaining an accurate analytical solution to the equations of the transient process during single-phase ground faults in medium-voltage networks is primarily due to the complexity of the calculation scheme for replacing the electrical network. The choice of the scheme depends on the purpose of the study and the need to take into account different stages of the development of the transient process. The process of a single-phase ground fault is accompanied by a redistribution of phase voltages relative to the ground: the potential of the damaged phase decreases to zero, and the potentials of the healthy phases increase. A single complex transient process is conventionally divided into four stages. The first and second stages belong to wave processes and are often combined into one discharge stage. The third stage - the exchange of energy between the source inductance and the capacitances of the network elements - is manifested by medium-frequency oscillations and is considered as a charging stage, which can be described by equations of electromagnetic transients in circuits with lumped parameters. The fourth stage corresponds to the establishment of the power frequency current.

The work has carried out analytical calculations and mathematical modeling, which indicate that the maximum overvoltages occur at the charging stage, therefore, in many calculations, the discharge stage is simplified, considering it instantaneous. However, when analyzing the impact of the transient process on the operation of protection against single-phase ground faults, estimating the amplitude-frequency spectrum of transient currents and determining the effective value of the current at the damage site, such simplification leads to significant errors. In these cases, the calculation scheme of the equivalent circuit must take into account both the charging and discharging stages of the transient process.

The article presents an optimization analysis of known approaches to the analytical solution of the equations of the transient process during a single-phase ground fault. It is shown that the most promising is the combination of analytical methods based on simplified schemes with simulation modeling in the MATLAB environment. At the same time, a comparative analysis of methods for obtaining analytical solutions is performed. It is established that a sufficiently accurate analytical solution, which considers the discharge and charge stages as a single process, is achieved on the basis of a two-frequency equivalent circuit of the electrical network. The proposed approach allows obtaining compact analytical expressions with an accuracy acceptable for engineering practice. It is recommended to use it for analyzing the impact of transients on the functioning of protection against single-phase ground faults, assessing the spectral characteristics of currents and in the design and

adjustment of relay protection in medium-voltage networks.

**Keywords:** arc faults, overvoltage, capacitive currents, arc extinguishing reactor, isolated neutral, zero sequence, dual-frequency circuit.

#### **Відомості про авторів:**

**Семененко Юрій Олександрович** - кандидат технічних наук, доцент каф. електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Український державний університет залізничного транспорту, м. Харків, [semenenko\\_jo@kart.edu.ua](mailto:semenenko_jo@kart.edu.ua). ORCID: 0000-0001-9422-3528.

**Рябенков Ігор Олександрович** – кандидат технічних наук, асистент кафедри теоретичної механіки, машинознавства та роботомеханічних систем, Національний аерокосмічний університет «Харківський авіаційний інститут», м. Харків, [rigor0212@gmail.com](mailto:rigor0212@gmail.com), ORCID: 0009-0006-5375-5089.

#### **About the Authors:**

**Yurii SEMENENKO** – Doctor of Philosophy, Associate Professor of the Department of Electrical Power Engineering, Electrical Engineering and Electromechanics, Ukrainian State University of Railway Transport, Kharkiv, e-mail: [semenenko\\_jo@kart.edu.ua](mailto:semenenko_jo@kart.edu.ua). ORCID: 0000-0001-9422-3528.

**Ihor RIABENKOV** – Assistant, Department of Theoretical Mechanics, Machine Science and Robotic Mechanical Systems, National Aerospace University “Kharkiv Aviation Institute”, Kharkiv, Ukraine, e-mail: [rigor0212@gmail.com](mailto:rigor0212@gmail.com), ORCID: 0009-0006-5375-5089