

УДК 629.7.023:539.421(045)

doi: 10.32620/aktt.2026.4.02

М. Р. ТКАЧ, Ю. М. ГАЛИНКІН, А. А. МОНАХОВ, Н. М. СЕМЕНОВ

Національний університет кораблебудування, Миколаїв, Україна

## ОСОБЛИВОСТІ НИЗКОЧАСТОТНИХ ВЛАСНИХ КОЛИВАНЬ ТРУБЧАСТОГО ВИРОБУ З ПОВЗДОЖНИМИ ПРОЗРІЗАМИ

Трубчасті вироби широко розповсюджені в техніці, значна частина таких виробів працює в умовах вібраційних навантажень. При цьому можливий збіг частоти збуджуючих факторів із частотою власних коливань зазначених виробів, що приводить до значного збільшення навантажень, а іноді й руйнування такого виробу. **Об'єктом досліджень** є циліндрична деталь діаметром 117 мм, висотою 86 мм, товщиною стінки 2,48 мм. **Предметом досліджень** є частоти власних коливань і форми коливань у частотному діапазоні 0...10 кГц. Метою роботи було визначення відносної частоти власних коливань для конкретних форм об'єкта при наявності чотирьох розрізів шириною 1 мм, рівномірно розташованих по колу (вздовж осі обертання) з відносною висотою 0,25 та 0,5. Під відносною частотою розуміємо відношення частоти власних коливань циліндричної деталі з розрізами до частоти власних коливань деталі подібної форми без розрізів. Під відносною висотою розуміємо відношення глибини розрізів до висоти деталі. Подібність форми визначається кількістю вузлових ліній, розташованих по колу (вздовж осі обертання)  $n$  та розташованих по твірній  $m$ . Така класифікація дозволяє більш коректно визначати зміну частоти власних коливань залежно від глибини прорізу. Для визначення форм і частот власних коливань використано метод скінченних елементів, що реалізовано в програмному комплексі SolidWorks, і метод спекл-інтерферометрії реального часу; класифікацію форм виконано проведенням аналізу отриманих зображень. Результатом проведених досліджень є визначення відносної частоти власних коливань конкретних форм; так, при наявності прорізів відносною висотою 0,25 та відсутності вузлових ліній по твірній відносна частота складає 0,987...0,862, коли вузлова лінія збігається хоча б з одним з прорізів, та 0,918...0,962, коли вузлові лінії по колу знаходяться між прорізами. Для відповідних випадків з однією вузловою лінією по твірній діапазони відносних частот звужуються до 905...924 та 924...956, відповідно. Найбільше розширення спостерігається для форми з вісьмома вузловими лініями по колу та відносним прорізом 0,5 і складає 0,491...0,743. Слід додати, що ряд форм не підлягає класифікації за розташуванням вузлових ліній через значне спотворення, що пояснюється значним зменшенням жорсткості конструкції. Результати, представлені у відносному вигляді, можуть використовуватись для трубчастих виробів різного діаметру.

**Ключові слова:** форма коливань, частота коливань, трубчастий виріб, вузлові лінії, проріз.

### Вступ

Оболонкові конструкції широко використовуються в технічних виробках завдяки високому співвідношенню їх міцності та ваги. Круглі циліндричні оболонки, зокрема, є ключовими несучими компонентами в аерокосмічній, морській, енергетичній і цивільній технічних системах, таких як корпуси ракет-носіїв, трубопроводи, резервуари для зберігання, вежі вітрових турбін і резервуари під тиском. Однак, оболонкові конструкції демонструють складну поведінку під час динамічних навантажень, що характеризується близько розташованими власними частотами та високою чутливістю до малих дефектів. Дослідження з визначення форм власних коливань циліндричних виробів проводяться вже тривалий час [1], проте певні аспекти актуальні й сьогодні. Так, у роботі [2] досліджено локалізацію вібрацій у тонкій круговій циліндричній оболонці за допомогою експериментального, числового та аналітичного підходів.

Зокрема експериментально виявлено та ідентифіковано близько двадцяти власних форм коливань і відповідних частот, що дозволило авторам удосконалити теоретичну модель.

У роботі [3] представлено комплексний аналіз власних коливань і теплового вигину циліндричних оболонок зі змінною товщиною. Визначальні рівняння отримано з урахуванням геометричних нелінійностей і рівномірного розподілу температури, а потім розв'язано безсітково за допомогою методу радіальної точкової інтерполяції (RPIM). Особливість цього дослідження полягає в розробці моделі, яка ефективно описує вплив змінної товщини на динамічну поведінку та термостійкість оболонок за різних граничних умов.

Особлива увага приділяється неметалевим виробам, наприклад вуглецевого волокна T700. У роботі [4] досліджено характеристики вільних коливань циліндричних оболонок із вуглецевого волокна, поси-



лених композитом, як експериментально, так і методом скінченних елементів. Аналізувався вплив кількості та кутів шарів, послідовності укладання, граничних умов, відношення довжини до радіуса та відношення товщини до радіуса на характеристики коливань. Власна частота оболонки має більшу чутливість до кутів шарів, ніж до послідовностей укладання. Товсті оболонки мають більш виражену чутливість до змін кута шарів порівняно з тонкими оболонками.

У роботі [5] пропонується нову циліндричну оболонку на основі функціонально-градієнтного (FG) графенового композиту (GOri) й ауксетичного метаматеріалу (GOEAM) для застосування в підводному транспортуванні рідин. Проведено комплексне параметричне дослідження для вивчення впливу вмісту GOri, ступеня згортання GOri, швидкості рідини, відношення довжини до товщини, жорсткості фундаменту та зовнішнього гідростатичного тиску на власні частоти циліндричних оболонок FG-GOEAM. Числові результати показали, що запропонована конструкція має відмінні механічні характеристики та від'ємний коефіцієнт Пуассона (NPR), що значно покращує її вібраційні характеристики в системах транспортування рідин.

Визначенню міцності автономних підводних апаратів циліндричної форми присвячено роботу [6], в якій вивчення частотних характеристик і форм власних коливань використано для визначення ударного навантаження при вході у воду в процесі занурення.

Визначення частот власних коливань може також використовуватись для інженерних розрахунків. Так, у роботі [7] представлено експериментальну методику одночасного визначення модуля Юнга та коефіцієнта Пуассона шляхом вимірювання частот поперечних коливань виробів. Зазначено, що наведені експериментальні результати для таких матеріалів, як алюміній, мають високу точність.

Роботу [8] присвячено вдосконаленню методів діагностики та контролю геометрії деталей циліндро-поршневої групи (ЦПГ) за допомогою високоточної оптичної техніки. Ця стаття описує, як лазерні методи дозволяють фіксувати надмалі зміни форми циліндра, що виникають під впливом теплових і механічних навантажень під час роботи двигуна. Розглядається можливість безконтактного аналізу шорсткості та виявлення прихованих дефектів матеріалу, які важко помітити традиційними механічними методами.

Більшість трубчастих виробів працюють під дією не тільки статичного, а й динамічного навантаження, що виникає під впливом вібрацій різної частоти. Можливі випадки, коли зовнішні впливи збігатимуться з частотою власних коливань виробу, що приведе до різкого збільшення амплітуди, додатко-

вих навантажень і руйнування виробу або втрати працездатності. Тому визначення частот власних коливань і відповідних форм коливань є актуальною практичною задачею.

## Постановка задачі дослідження

Метою роботи є класифікація форм коливань на базі дослідження низькочастотної частини спектру власних коливань оболонкової конструкції з урахуванням розташування вузлових ліній по колу.

Об'єкт дослідження – модель твердого тіла циліндричної форми, що має діаметр 117 мм, висоту 86 мм і товщину стінки 2,48 мм, масу 612 грам. На чотирьох рівномірно розподілених по колу твірних деталях виконано наскрізні прорізи на чверть їх довжини (рис. 1).

Механічні властивості матеріалу: густина 8000 кг/м<sup>3</sup>, модуль пружності 193 ГПа, коефіцієнт Пуассона 0,27.

Параметри скінчено-елементної сітки: тип сітки – твердотільна; метод побудови – сітка на основі змішаної кривизни; кількість точок Якобіана для високоякісної сітки – 16; розмір елемента – 2,53 мм; якість сітки – висока; загальна кількість вузлів – 579070; загальна кількість елементів – 365051; максимальне співвідношення сторін елементів – 3,9167; частка елементів із співвідношенням сторін менше трьох – 100 %; частка елементів із співвідношенням сторін більше десяти – 0 %.

Дослідження виконувалося засобами комп'ютерного моделювання в середовищі SolidWorks, яке реалізує метод скінченних елементів (Finite Element Method – FEM). У цьому програмному комплексі модуль Simulation дозволяє виконувати модальний аналіз, тобто виконувати частотні дослідження з визначенням частот і форм власних коливань досліджуваного об'єкта [10]. Визначені параметри в подальшому можуть використовуватись для аналізу динамічних навантажень.

SolidWorks Simulation використовує два ключові розв'язувачі: Intel Direct Sparse, який базується на прямих методах факторизації матриць і є найбільш надійним для складних геометрій тонкостінних деталей або моделей із суттєвою різницею в жорсткості елементів, проте він споживає значні обсяги оперативної пам'яті; та FFEPlus, що є ітераційним розв'язувачем на основі методу спряжених градієнтів, який працює значно швидше на великих збірках із великою кількістю ступенів свободи та ефективно використовує пам'ять, хоча може мати труднощі зі збіжністю при поганій якості сітки.

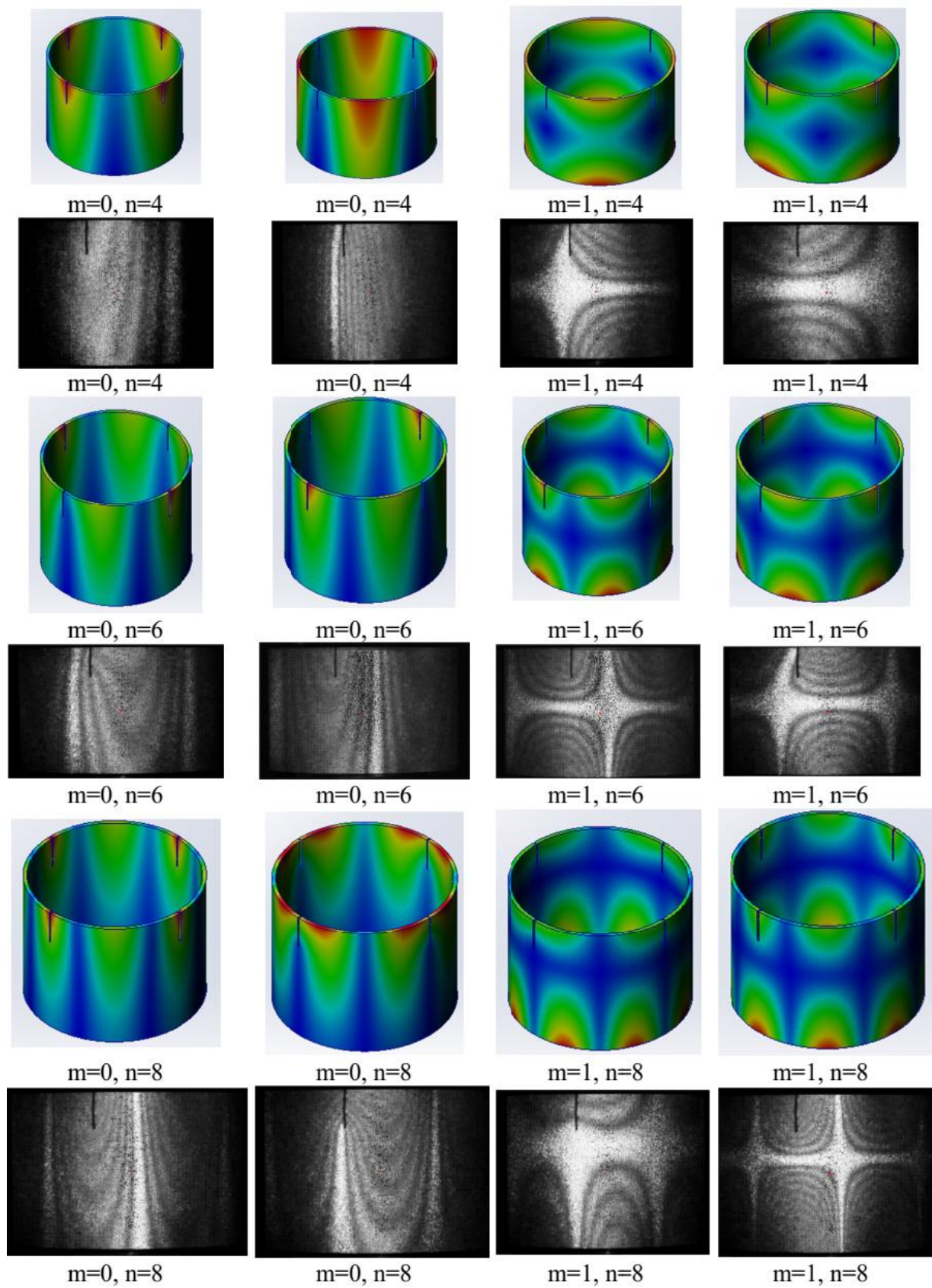


Рис. 1. Розрахункові та експериментальні форми власних коливань дослідженої деталі (відносна висота прорізу 0,25)

Розрахункові значення власних частот вільної по всіх границях деталі з чотирма повздовжніми наскрізними прорізами відносно довжиною 0,25 залежно від кількості вузлів по твірній  $m$  та кількості вузлів по колу  $n$  наведено в таблиці 1.

Верифікацію віртуальної моделі виконано шляхом порівняння розрахункових значень частот і форм власних коливань зі значеннями, отриманими при проведенні експериментальних досліджень. Експериментальні дослідження виконано на базі спеціалізованого обладнання, розробленого та створеного в Національному університеті кораблебудування імені адмірала Макарова, яке поєднує в своєму складі електронний спекл-інтерферометр, електромеханічні приводи та комп'ютерні компоненти. Використане обладнання захищене патентами України [11, 12].

Детальний опис обладнання, методики досліджень і обробки даних наведено в попередніх публікаціях [9].

Експериментальна та розрахункова моделі – ідептичні. Порівняння низки розрахункових і експериментальних форм коливань наведено на рис. 1.

Експериментальні значення власних частот деталі з чотирма прорізами відносно довжиною 0,25 в залежності від кількості вузлів по твірній  $m$  та кількості вузлів по колу  $n$  наведено в таблиці 2.

У якості базових значень використано частоти коливань суцільного тонкостінного циліндру, розміри та властивості матеріалу якого відповідні розрахунковій моделі (таблиця 3 [9]).

Під відносною частотою розуміємо відношення частоти власних коливань виробу з розрізами до частоти власних коливань виробу без розрізів виключно для форм з однаковою кількістю вузлів по колу та твірній. Зі збільшенням частоти кількість обох типів вузлів, як правило, збільшується.

Залежність відносної частоти від кількості вузлових ліній по колу  $n$  (коли переміщення поверхні відбувається в нормальному до осі обертання напрямку) показано на рис. 2.

З рисунка видно, що зі збільшенням кількості вузлових ліній по колу  $n$  відносна частота зменшується з 0,987 до 0,862 для прорізу відносно висотою 0,25. При цьому спостерігається розшарування частот коливань в залежності від того, чи проходить вузлова лінія по прорізу, або знаходиться між прорізами. Так, при проходженні вузлової лінії, що орієнтована вздовж твірної, між прорізами, відносна частота коливань спочатку збільшується з 0,918 до 0,940, а потім спадає до 0,862.

Таблиця 1

Розрахункові значення власних частот деталі з чотирма прорізами відносно довжиною 0,25

| Кількість вузлів по твірній $m$ | Кількість вузлів по колу $n$ |         |         |         | Розташування вузла відносно прорізу |
|---------------------------------|------------------------------|---------|---------|---------|-------------------------------------|
|                                 | 4                            | 6       | 8       | 10      |                                     |
| 0                               | 435,18                       | 1259,72 | 2354,32 | 3567,56 | співпадає                           |
|                                 | 468,1                        | 1257,70 | 232,38  | 3567,48 | не співпадає                        |
| 1                               | 658,5                        | 1639,5  | 2799,00 | 4356,8  | співпадає                           |
|                                 | 689,93                       | 1639,5  | 2910,4  | 4356,9  | не співпадає                        |

Таблиця 2

Експериментальні значення власних частот деталі з чотирма прорізами відносно довжиною 0,25

| Кількість вузлів по твірній $m$ | Кількість вузлів по колу $n$ |      |      |      | Розташування вузла відносно прорізу |
|---------------------------------|------------------------------|------|------|------|-------------------------------------|
|                                 | 4                            | 6    | 8    | 10   |                                     |
| 0                               | 479                          | 1274 | 2397 | 3644 | співпадає                           |
|                                 | 471                          | 1275 | 2356 | 3652 | не співпадає                        |
| 1                               | 665                          | 1657 | 2836 | 4407 | співпадає                           |
|                                 | 696                          | 1658 | 2937 | 4407 | не співпадає                        |

Таблиця 3

Розрахункові значення власних частот суцільного тонкостінного циліндру [9]

| кількості вузлів по твірній - $m$ | Кількість вузлів по колу - $n$ |        |        |        |
|-----------------------------------|--------------------------------|--------|--------|--------|
|                                   | 4                              | 6      | 8      | 10     |
| 0                                 | 474,04                         | 1339,6 | 2564,7 | 4140,5 |
| 1                                 | 721,75                         | 1774   | 3090,9 | 4712,9 |

Для випадків, коли з'являються  $m$  вузлових ліній по твірній (коливання відбуваються вздовж осі обертання) і  $n$  вузлових ліній по колу знаходяться на вирізах, відносна частота змінюється хвилеподібно:

спочатку зменшується з 0,956 (для  $m = 1, n = 4$ ) до 0,924 (для  $m = 1, n = 6$ ), потім збільшується до 0,942 (для  $m = 1, n = 8$ ) і знову зменшується до 0,924 (для  $m = 1, n = 10$ ).

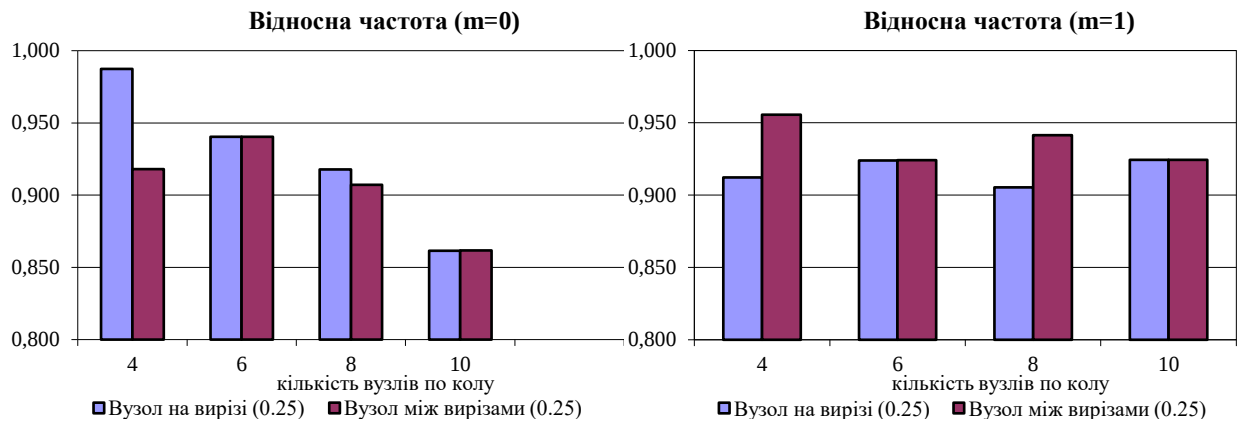


Рис. 2. Відносна частота коливань трубчастого виробу з вирізом чверть висоти

Коли вузлові лінії по колу знаходяться між вирізами, відносна частота має значення 0,912 (для  $m = 1, n = 4$ ), потім збільшується до 0,924 (для  $m = 1, n = 6$ ), після чого зменшується до 0,905 (для  $m = 1, n = 8$ ).

Для вирізів з відносною висотою 0,5, кількість форм, які піддаються ідентифікації, значно зменшується через зниження жорсткості та спотворення форм, рис. 3.

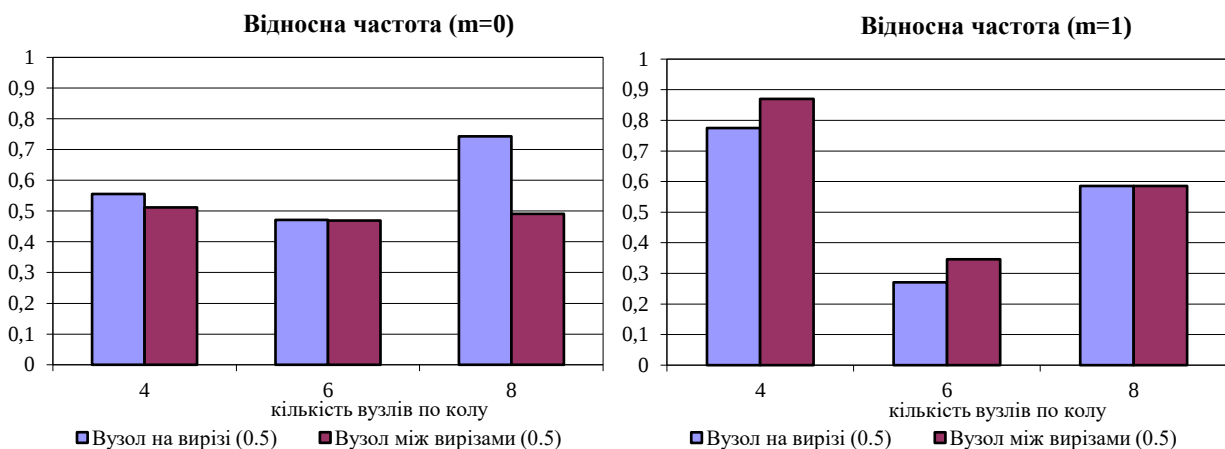


Рис. 3 Відносні частоти коливань з вирізом відносною висотою 0,5

Для форм без вузлових ліній по твірній ( $m = 0$ , коли коливання відбуваються в нормальному до осі обертання напрямку) відносна частота коливань спочатку зменшується з 0,512 ( $n = 4$ ) до 0,469 ( $n = 6$ ), після чого збільшується до 0,734 (при  $n = 8$ ). Для випадків, коли вузлові лінії по колу розміщено між прорізами, спостерігається схожа тенденція, але для форми з  $n=8$  відносна частота складає 0,764.

## Висновки

Для трубчастого виробу діаметром 117 мм, висотою 86 мм, товщиною стінки 2,48 мм з чотирма по-вздовжніми наскрізними прорізами відносною довжиною чверть висоти та вільними кінцівками визначено форми та частоти власних коливань методами скінчених елементів і спекл-інтерферометрією реального часу.

У низькочастотній частині спектра коливань виявлено розщеплення частот для форм з однаковими

значеннями кількості вузлових ліній  $m$  і  $n$ . Розчеплення власних частот є найбільш значущим у низько-частотній частині спектра коливань і локалізовано на прорізах і між ними.

Показано, що для розглянутої трубчастої деталі з прорізами максимальна різниця частот для форм з однаковими кількостями вузлових ліній  $m$  і  $n$  складає 0,45%...0,75% від відповідної частоти аналогічної деталі без прорізу.

**Внесок авторів:** формулювання проблеми, організація роботи колективу – **М. Р. Ткач**; огляд та аналіз інформаційних джерел – **Н. М. Семенов**; моделювання в програмному комплексі SolidWorks – **Ю. М. Галинкін, А. А. Монахов**.

### Конфлікт інтересів

Автори заявляють, що немає конфлікту інтересів щодо цього дослідження, фінансового, особистого, авторського чи іншого, який міг би вплинути на дослідження та його результати, представлені в цій статті.

### Фінансування

Дослідження проводилося в рамках науково-дослідної теми «Науково-технічні засади водневих суднових та корабельних енергетичних установок» № ДР0126U000740 (2026-2028 роки).

### Наявність даних

Рукопис немає супутніх даних.

### Використання штучного інтелекту

Автори підтверджують, що вони не використовували методи штучного інтелекту при створенні представленої роботи.

Усі автори прочитали та погодилися з опублікованою версією рукопису.

### Література

1. Armenàkas, A. *Vibrations of Circular Cylindrical Shells* / A. E. Armenàkas, D. C. Gazis, G. Herrmann. – 1969. – 254 p.
2. *Symmetry breaking and vibrational mode localization in a circular cylindrical shell: modeling and experiments* / S. Kim, H. R. Moghaddasi, G. Franchini et al. // *International Journal of Mechanical Sciences*. – 2026. – Vol. 322. – 17 p. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2026.111681.
3. Pilařkan, R. *A unified three-dimensional meshless analysis of vibration and thermal buckling of variable-thickness cylindrical shells* / R. Pilařkan, V. A. Maleki // *Results in Engineering*. – 2026. – Vol. 29. – 14 p. DOI: 10.1016/j.rineng.2026.109384.

4. *Experimental and analytical investigation of vibration characteristics in T700 carbon fiber composite cylindrical shells* / R. Hu, X. Zhang, D. Chen et al. // *Applied Ocean Research*. – 2025. – Vol. 163. – 12 p. DOI: 10.1016/j.apor.2025.104758.

5. *Free vibration analysis of fluid-conveying functionally graded metamaterial subsea cylindrical shells* / Z. Jiao, S. Zhao, Y. Zhang et al. // *Thin-Walled Structures*. – 2025. – Vol. 217. – 20 p. DOI: 10.1016/j.tws.2024.113793.

6. Shi, Y. *Experimental and numerical investigation of the frequency-domain characteristics of impact load for AUV during water entry* / Y. Shi, X. Gao, G. Pan // *Ocean Engineering*. – 2020. – Vol. 202. – 20 p. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2020.107203.

7. Chirikov, V. A. *Determination of the Dynamic Young's Modulus and Poisson's Ratio Based on Higher Frequencies of Beam Transverse Vibration* / V. A. Chirikov, D. M. Dimitrov, Y. S. Boyadjiev // *Procedia Manufacturing*. – 2020. – Vol. 46. – P. 87–94.

8. Кесарийский, А. Г. *Применение лазерноинтерференционных методов для исследования цилиндров поршневого двигателя* / А. Г. Кесарийский // *Двигатели внутреннего сгорания*. – Х.: НТУ «ХПИ». – 2004. – № 1 (4). – С. 117 - 119.

9. *Експериментальне та розрахункове дослідження трубчастої деталі з розрізами* / М. Р. Ткач, Ю. М. Галинкін, Ю. Г. Золотий та ін. // *Авіаційно-космічна техніка і технологія*. – 2024. – № 4, спецвип. 2 (198). – С. 52–59. DOI: 10.32620/akt.2024.4sup.2.07.

10. SolidWorks. – Access mode: <https://www.solidworks.com/product/solidworks-simulation> (accessed 07.05.2026).

11. *Пристрій з підвищеною завадостійкістю для дослідження коливань конструкцій методом електронної спеклінтерферометрії* : пат. 146326 Україна. / М. Р. Ткач, Ю. Г. Золотий, А. Ю. Проскурін, Ю. М. Галинкін, І. Ю. Жук, В. С. Ключник. – № u202006205; заявл. 25.09.2020; опубл. 10.02.2021. – Бюл. № 6. – 4 с.

12. *Пристрій для дослідження форм коливань методом електронної спекл-інтерферометрії, що містить одноволоконний багатомодовий світловод* : пат. 130400 Україна : МПК G01B 9/02 (2022.01). / М. Р. Ткач, Ю. Г. Золотий, А. Ю. Проскурін, Ю. М. Галинкін, І. Ю. Жук, Д. В. Довгань, В. С. Ключник. – № a2021 02011 ; заявл. 16.04.2021 ; опубл. 11.02.2026, Бюл. № 6. – 4 с.

### References

1. Armenàkas, A. E., Gazis, D. C., Herrmann, G. *Vibrations of Circular Cylindrical Shells*, 1969, 254 P.
2. Kim, S., Moghaddasi, H. R., Franchini, G., Pelligano, F., Amabili, M. *Symmetry breaking and vibrational mode localization in a circular cylindrical shell: modeling and experiments*. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2026, vol. 322. 17 p. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2026.111681.

3. Pilafkan, R., Maleki, V. A., A unified three-dimensional meshless analysis of vibration and thermal buckling of variable-thickness cylindrical shells. *Results in Engineering*, 2026, vol. 29. 14 p. DOI: 10.1016/j.rineng.2026.109384.
4. Hu, R., Zhang, X., Chen, D., Li, Y., Jia, Y., Shi, Y., Pan, G. Experimental and analytical investigation of vibration characteristics in T700 carbon fiber composite cylindrical shells, *Applied Ocean Research*, 2025, vol. 163. 12 p. DOI: 10.1016/j.apor.2024.104758.
5. Jiao, Z., Zhao, S., Zhang, Y., Xu, R., Ruan, D. Free vibration analysis of fluid-conveying functionally graded metamaterial subsea cylindrical shells. *Thin-Walled Structures*, 2025, vol. 217. 20 p. DOI: 10.1016/j.tws.2024.113793.
6. Shi, Y., Gao, X., Pan, G. Experimental and numerical investigation of the frequency-domain characteristics of impact load for AUV during water entry. *Ocean Engineering*, 2020, vol. 202. 20 p. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2020.107203.
7. Chirikov, V. A., Dimitrov, D. M., Boyadjiev, Y. S. Determination of the Dynamic Young's Modulus and Poisson's Ratio Based on Higher Frequencies of Beam Transverse Vibration. *Procedia Manufacturing*, 2020, vol. 46, pp. 87–94. DOI: 10.1016/j.promfg.2020.03.014.
8. Kesarijskij, A. G. Primenenie lazerno-interferenconnyh metodov dlja issledovanija ci-lindrov porshneвого dvigatelja [Application of laser interference methods to study piston engine cylinder]. *Dvigateli vnutrennego sgoraniya - Internal Combustion Engines*, 2004, no. 1 (4), pp. 117-119.
9. Tkach, M. R., Halynkin, Yu. M., Zoloty, Yu. H., Monakhov, A. A., Dotsenko, S. M., Zhuk I. Yu. Eksperimentalne ta rozrakhunkove doslidzhennia trubchatoi detali z rozrizamy [Experimental and computational study of a tubular part with cuts]. *Aviatsiino-kosmichna tekhnika i tekhnolohiia – Aerospace engineering and technology*, 2024, no. 4, spetsvypusk 2 (198), pp. 52-59. DOI: 10.32620/aktt.2024.sup2.07.
10. SolidWorks. Available at: <https://www.solidworks.com/product/solidworks-simulation> (accessed 07.05.2026).
11. Tkach, M. R., Zoloty, Yu. G., Proskurin, A. Yu., Galy`nkin, Yu. M., Zhuk, I. Yu., Dovgan, D. V. Klyuchny`k, V. S. Pry`strij z pidvy`shhenoyu zavadosstijkisty dlya doslidzhennya koly`van` konstrukcij metodom elektronnoyi speklinterferometriyi [A device with increased interference resistance for studying the vibrations of structures by the method of electronic speckle interferometry]. Patent UA № 146326, 2021.
12. Tkach, M. R., Zoloty, Yu. G., Proskurin, A. Yu., Galy`nkin, Yu. M., Zhuk, I. Yu., Klyuchny`k, V. S. Prystrii dlia doslidzhennia form kolyvan metodom elektronnoi spekl-interferometrii, shcho mistyt odnovolokonnyi bahatomodovyi svitlovod [Device for studying oscillation forms by electronic speckle interferometry, containing a single-fiber multimode optical fiber]. Patent UA № 130400, 2026.

Надійшла до редакції 04.06.2026, отримано в доопрацьованому вигляді 26.07.2026,  
Дата ухвалення 17.08.2026, дата публікації 26.08.2026

## FEATURES OF LOW-FREQUENCY NATURAL VIBRATIONS OF A TUBULAR PRODUCT WITH LONGITUDINAL SLOTS

**M. Tkach, Y. Halynkin, A. Monakhov, N. Semenov**

Tubular products are widely used in engineering; with a significant portion operating under dynamic vibration loading. In such operational environments, the frequency of exciting factors may coincide with the natural oscillation frequencies of the specified products, leading to significant increases in loads and, sometimes, even their destruction. The object of the research is a cylindrical part with a diameter of 117 mm, a height of 86 mm, and a wall thickness of 2.48 mm. The subject of the research is the frequency and shape of natural oscillations in the frequency range of 0...10 kHz. The aim of the work was to determine the relative frequency of natural oscillations for specific shapes of the object in the presence of four cuts 1 mm wide evenly spaced around the circumference (along the axis of rotation) with a relative height of 0.25 and 0.5. By relative frequency, we mean the ratio of the frequency of natural oscillations of a cylindrical part with cuts to the frequency of natural oscillations of a part without cuts of a similar shape. By relative height, we mean the ratio of the depth of the cuts to the height of the part. The similarity of the shape is determined by the number of nodal lines located along the circumference (along the axis of rotation)  $n$  and located along the generator  $m$ . Such a classification allows us to more accurately determine the change in the frequency of natural oscillations as a function of the slot depth. To determine the shapes and frequencies of natural oscillations, the finite element method was used, implemented in the SolidWorks software package, along with the real-time speckle interferometry method. The classification of shapes was performed by analyzing the obtained images. The result of the research is the determination of the relative frequency of natural oscillations of specific shapes, so in the presence of slots with a relative height of 0.25 and the absence of nodal lines along the generator, the relative frequency is 0.987...0.862, when the nodal line coincides with at least one of the slots, and 0.918...0.962 when the nodal lines along the circumference are between the slots. For the corresponding cases with one nodal line along the generator, the relative frequency ranges narrow to 905...924 and 924...956, respectively. The largest stratification is observed for a shape with eight nodal lines along the circumference and a relative gap of 0.5 and is 0.491...0.743. Additionally, certain mode shapes cannot be classified by nodal line locations due to severe modal distortion resulting from a sig-

nificant drop in structural stiffness. The results presented in relative terms can be applied to tubular products of different diameters.

**Keywords:** oscillation shape mode, oscillation frequency, tubular product, nodal lines, slot.

**Ткач Михайло Романович** – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри інженерної механіки та технології машинобудування, Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова, Миколаїв, Україна.

**Галинкін Юрій Миколайович** – кандидат технічних наук, доцент кафедри інженерної механіки та технології машинобудування, Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова, Миколаїв, Україна.

**Монахов Андрій Анатолійович** – аспірант кафедри інженерної механіки та технології машинобудування, Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова, Україна.

**Семенов Нікіта Максимович** – аспірант кафедри інженерної механіки та технології машинобудування, Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова, Україна.

**Mykhailo Tkach** – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Engineering Mechanics and Mechanical Engineering Technology, Admiral Makarov National University of Shipbuilding, Mykolaiv, Ukraine, e-mail: mykhaylo.tkach@gmail.com, ORCID: 0000-0003-4944-7113

**Yurii Halinkin** – Philosophy Doctor, Associate Professor at the Department of Engineering Mechanics and Mechanical Engineering Technology, Admiral Makarov National University of Shipbuilding, Mykolaiv, Ukraine, e-mail: yurii.galynkin@nuos.edu.ua, ORCID: 0000-0001-5272-4156.

**Andriy Monakhov** – Post-Graduate Student of the Department of Engineering Mechanics and Mechanical Engineering Technology, Admiral Makarov National University of Shipbuilding, Mykolaiv, Ukraine, e-mail: Monachow88@gmail.com, ORCID: 0009-0000-8525-0102.

**Nikita Semenov** – Post-Graduate Student of the Department of Engineering Mechanics and Mechanical Engineering Technology, Admiral Makarov National University of Shipbuilding, Mykolaiv, Ukraine, e-mail: Nikizver15@gmail.com, ORCID: 0009-00071334-4565.