

Б. Г. КОМАРОВ, Д. М. ЗІНЧЕНКО

Національний технічний університет України

"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського", Київ, Україна

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РОЗРАХУНКУ АЕРОДИНАМІЧНИХ СИЛ,  
УТВОРЮВАНИХ РОТОРНИМ РУШІЄМ ДЛЯ ПРОПУЛЬСИВНИХ КРИЛ**

*Предметом* досліджень, результати яких викладені в даній статті, є обґрунтування та створення математичної моделі взаємодії повітряного судна з пропульсивним крилом із повітряним потоком, що дозволить проводити розрахунок аеродинамічних характеристик, та діючих на модель аеродинамічних сил та навантажень. Дослідження базується на вже існуючих математичних методах обрахунку та пропонує комплексну модель, яка дозволяє в межах задовільної похибки описати взаємодію повітряного потоку з крилом та роторним рушієм. *Метою* роботи є пошук рішень для створення більш практичної системи обрахунку, та аналізу літальних апаратів з пропульсивним крилом, за вже існуючі CFD-методи. *Завдання* полягає в формуванні власної математичної моделі, за допомогою якої обрахунки виконуються за наявності лише геометричної форми, та мінімального набору вхідних даних середовища та характеру руху. Стаття починається з огляду існуючих досліджень у галузі аеродинаміки, що розглядають утворення аеродинамічних сил, утворених взаємодією з потоком крила з роторним рушієм, що підкреслює необхідність у створенні нової зручної схеми розрахунку. Слідом розглядається запропонована нами математична модель, що, використовуючи **методи** на основі рівняння Бернуллі та враховуючи основні геометричні та аеродинамічні параметри, такі як форма крила, кут атаки, швидкість повітряного потоку та характеристики роторного рушія, дозволяє отримати шукані аеродинамічні сили. Математичні рівняння включають у себе такі фізичні закони, як закони Ньютона, збереження маси та моменту, а також основні рівняння аеродинаміки. Задля обґрунтування відповідності результатів математичного моделювання наявним характеристикам, здійснюється порівняння даних, отриманих експериментально (на базі результатів випробувань дослідної масштабної моделі) та математично (на базі результатів комп'ютерних числових методів), щодо розрахунку динамічних характеристик для різних конфігурацій крила та роторного рушія, отримані дані порівнюються. Аналіз **результатів** дослідження зміцнює підтримку що до доцільності інтеграції системи тангенціального вентилятора в крило, шляхом оцінки ефективності, обмежень та потенційних переваг, і що найбільш важливо – створена модель дозволить значно спростити процес визначення оптимальних конфігурацій крила та роторного рушія для досягнення найкращої аеродинамічної ефективності та забезпечення покращених льотних характеристик. Виконане дослідження робить важливий внесок у розвиток авіаційної технології та сприяє вдосконаленню та розповсюдженню повітряних суден з роторними рушіями. **Висновки.** Стаття пропонує нову математичну модель для розрахунку аеродинамічних сил, що утворюються крилом та роторним рушієм, і перевіряє її точність та ефективність шляхом порівняння з даними, отриманими експериментально та засобами комп'ютерного моделювання. Дане дослідження є лише першим кроком, зі створення математичного апарату. Для покращення точності результатів обрахунків, та можливості їх автоматизації застосовується вже панельно-вихровий метод, з урахуванням прискорення потоку над поверхнею панелей. Однак навіть на даному етапі результати дослідження можуть сприяти розвитку та оптимізації конструкції повітряних суден з пропульсивними рушіями, що вбудовані в конструкцію крила.

**Ключові слова:** математична модель; пропульсивне крило; роторний рушії; аеродинамічний профіль.

**Вступ**

Крила з тангенціальними роторними рушіями набувають значної популярності протягом останнього десятиліття завдяки інноваційному підходу, що відкриває можливості значного підвищення аеродинамічної підйімальної сили. Це досягається

використанням прискорення потоку повітря через ротор при взаємодії з поверхнею крила, що, окрім генерування тяги, додає можливість зниження тиску над крилом, що відповідно якісно впливає на створення підйомної сили, а отже, й дозволяє покращити аеродинамічну якість та маневреність. Однак точне прогнозування аеродинамічних сил, що утворюють-

ся цими нетрадиційними, користуючись існуючими методами, залишається складною задачею навіть за високих можливостей використання комп'ютерної техніки.

Концепція вбудовування роторного рушія в товсте крило для підвищення підйомної сили та отримання додаткової тяги була вперше запропонована Джозефом Д. Куммером. Конструкція передбачає розміщення пропульсивної роторної системи з піднятим над профілем крила входом до вентилятору в області задньої кромки крила. В польоті набігаючий потік втягується з поверхні всмоктування, в робочій області набуває приросту швидкості, та викидається в області де закінчується крило. Для побудови системи було створено модифікований аеродинамічний профіль на основі профілю Геттінгена 570 з відносною товщиною 34%, для нього розроблено перші нариси щодо оптимізації форми, та проведено оптимізаційне моделювання за допомогою комерційного програмного забезпечення CFD Fluent, при якому для візуалізації поля потоку прибігли до зміни параметрів сітки. В роботі представлені обчислення продуктивності вентилятора та коефіцієнта підйомної сили профілю. Результати комп'ютерних розрахунків в CFD демонструють явище, за якого струмінь повітря, після потрапляння та виходу з зони роботи вентилятора, майже повністю заповнює простір за крилом. Всмоктувальний ефект вентилятора фактично усуває розділення та перешкоджає зриву потоку на великих кутах, що призводить до значного зростання коефіцієнтів підйомної сили на більшості кутів атаки. Отже, використання вбудованого роторного рушія для розподіленого приводу літальних апаратів демонструє деякі переваги вже на рівні концепції, а подальший аналіз системи виявляє компроміси між різними параметрами конструкції та надає основу для попереднього проектування профілю [1].

Далі розглядалися можливі методи для наближеного розрахунку аеродинамічних параметрів пропульсивних крил, які можна виконувати швидко як за допомогою комп'ютерного розрахунку, а саме було обрано панельно-вихровий метод як метод, що при збереженні практичності в швидкості та зручності в оптимізації дає результат з порівняно низькою похибкою, зазвичай в межах 5-10%. У роботі Цянь Лю описується розробка методу для прогнозу аеродинамічної продуктивності вентилятора в каналі, що працює за різних зовнішніх умов та режимів роботи, а також для прогнозу акустичних характеристик вентиляторного каналу. З метою забезпечення балансу між обчислювальними витратами і точністю результатів, особливо при розгляді непостійної аеродинамічної задачі, наприклад, аероакустичності або аероеластичності, було розроблено високоефек-

тивний гібридний метод "Panel-Vortex Particle Method" (PVM) та модель для прогнозу його акустичних характеристик. Гібридний метод, що поєднує PVM і модель акустики вентиляторного каналу, дозволяє отримати схожу тягу з помилкою 0,93% при співвідношенні розмірів сітки, меншому за 91,6%, порівняно з результатами методу скінченних елементів (FVM). Однак тяга на кінці лопаті перевищує прогнозоване значення, що призводить до загальної похибки 5,36%, а рівень звукового тиску (SPL) має відносну похибку 4,16% при 1BPF і 11,55% при 2BPF [2].

У роботі Харіхарана Раманатана пропонується новий підхід для розрахунку параметра всмоктування по передній кромці крила (LESP) для потоків за низького числа Рейнольдса без необхідності звертання до методів, затратних по часу й розрахунковим об'ємам. У першій фазі дослідження об'єкту автор звертається до гіпотези, що припускає що критичність граничного шару пов'язана зі станом потоку на передньому краю. Для перевірки гіпотези розроблено новий алгоритм вилучення граничного шару, який може використовувати результати розрахунків засобами CFD для оцінки межі граничного шару разом з деякими іншими параметрами, такими як товщина граничного шару, товщина зміщення, товщина моменту і фактор форми. Для виконання цього алгоритму використовувався високорозрядний RANS CFD, що, охоплюючи великий діапазон випадків з різними швидкостями зміни кута, розташуванням осей обертання, чисел Рейнольдса та радіусів переднього краю, визначав кут лопаток для найбільш ефективного захоплення потоку [3]. Спробуємо використати подібні методи, або ж їхню комбінацію з традиційним панельно-вихровим методом Кутти-Жуковського й при розрахунках певних частин пропульсивного крила з роторним рушієм, де відбувається розгін потоку внаслідок всмоктування, або ж викидання вздовж поверхні крила.

Тонг К. Данг у своїй роботі наводить огляд літератури з проблематики тангенціальних вентиляторів (cross-flow fans) у контексті їх використання в літаках. Автори звертають увагу на можливості розподіленого приводу та керування потоком, вздовж крила літака. Розглянуті різноманітні конфігурації, за яких вентилятор може бути повністю або частково вбудованим у крило. Його вхід може використовуватися для засмоктування пограничного шару, а його високоенергетичний вихідний потік може бути впроваджений у слід за кінцевим краєм крила для зменшення опору повітря або векторизованого тягового зусилля.

Автор зазначає, що рушії даного типу є машинами з високим коефіцієнтом тиску, тому вони можуть бути компактними за діаметром. Однак їхня

ефективність обмежується неминучими зворотними потоками всередині робочого колеса на всіх швидкостях польоту, а також додатковими втратами компресії при високих швидкостях. У статті розглядаються основні аеродинамічні аспекти та області потоку для вентиляторів з використанням простого середньолінійного аналізу для вивчення основних процесів передачі енергії та втрат. Також наведено огляд експериментальних даних для вентиляторів, які призначені для застосування в літаках, їх порівняння з розрахунками за допомогою методів нерегулярних рівнянь Нав'є-Стокса [4].

Спочатку для створення математичної моделі ми ознайомилися з роботами на тему візуалізації потоку для оцінки явища рециркуляції, що відбувається одразу після викиду потоку з роторного рушія. Так, у роботі Слімане Бенферхата продемонстровано як струмінь, що виходить з вентилятора, створює потужне захоплення потоку позаду профілю й стримує розділення граничного шару - ці експерименти було проведено як у чисельній симуляції Fluent, так і підтверджено в аеродинамічній трубі. Бенферхат Слімане у своїй роботі досить різнобічно та докладно описує огляд залежності для тангенціального роторного рушія, вбудованого в крило за схемою Fan-Wing, обрахунок яких може давати динамічні характеристики. Знайдені паном Слімане Бенферхате залежності слугуватимуть для побудови математичної моделі [5].

У роботі Шоджаефарда Хасана аналітично досліджується профіль крила, виконаний за схемою Fan-Wing. Загальною метою є розв'язання задачі руху потенціального потоку над профілем для отримання розподілу швидкості та тиску на поверхню крила. Інтегруючи тиск по його поверхнях у напрямку вільного потоку повітря і по нормалі до нього, отримуються відповідні значення підйімальної сили, та сили опору. Недоліком моделі є те, що при її використанні враховуються не всі явища, що виникають при взаємодії з потоком повітря та неповний опір для крила. Причиною для цього послугував той факт, що ми відштовхуємось від роботи вентилятора в профілі, який збільшує його підйімальну силу та забезпечує тягу, яка відповідно і є від'ємним опором повітря в даному випадку [6].

Група вчених на чолі з Абдельрахманом Касемом проводила дослідження за допомогою обчислювальної гідродинаміки (CFD) для пропульсивного крила. У концепції крила роторний рушій розташовувався позаду близько до задньої кромки аеродинамічного профілю. А також була побудована масштабна модель аеродинамічної труби з тією ж геометрією, що використовувалась у CFD-дослідженні, для порівняння з експериментальними результатами у тих самих умовах. Та підтверджено достовірність

результатів експериментального дослідження. Була виготовлена модель безпілотного повітряного апарату (БПЛА), щоб довести функціональність концепції пропульсивного крила [7].

В статті Сергія Кочука, та ін. проводяться дослідження з використанням добре відомих підходів та методів структурної та параметричної ідентифікації динамічних керованих об'єктів – безпілотних літальних апаратів. Розглядаються параметри лінійних та нелінійних математичних моделей просторового та ізольованих рухів, що описують динаміку та аеродинамічні властивості БПЛА, отримані як за результатами льотних експериментів, так і за допомогою комп'ютерних об'єктно-орієнтованих програм із використанням 3-D моделі БПЛА. В результаті чого, було отримано математичні моделі динаміки польоту БПЛА у вигляді диференціальних рівнянь, та перевірено їх на предмет достовірності та можливості застосування для задач синтезу алгоритмів систем автоматичного управління БПЛА [8].

У роботі Іфан Суня, та ін. Розглядаються шляхи, щодо вдосконалення кінцево-різницевого метода з використанням решітки Больцмана, що може слугувати досить доброю базою для майбутніх досліджень за умови розвитку ЕОМ. Дані методи використовують в програмному пакеті X-Flow, та вони є на даний момент найбільш стабільними, та точними щодо результатів комп'ютерних обчислень, однак розрахунки займають тривалий час. В даній роботі за допомогою даних автоматизованих методів відбувається усереднення з фізичним експериментом, для верифікації результатів математичної моделі [9].

З дослідження й вивчення літератури за темою пропульсивного аеродинамічного крила, що використовує інтегрований ротор для створення тяги, на першому плані знаходиться відсутність готового математичного апарату для розрахунків, в результаті чого є необхідність в його створенні.

Мета дослідження полягає у визначенні кінематичних, та аеродинамічних залежностей в результаті роботи системи з роторного рушія, та крила літака.

## 1. Постановка задачі

Підхід полягає у тому, щоб врахувати усі явища та ефекти, що впливають на політ літального апарату з крилом з тангенціальний роторним рушієм фактично неможливо у рамках математичної моделі, тому буде розглянуто спрощене моделювання явищ для типового літака виконаного за схемами з пропульсивним роторним рушієм в задній частині крила, та Fan-Wing.

В нашому випадку при розгляді літаків які містять тангенціальний роторний рушій та крило загальна мета полягає в тому, щоб розв'язати задачу про

потенційний потік вздовж крила, щоб отримати розподіл швидкості і тиску на поверхнях крила. Інтегруючи тиск на його поверхнях у напрямку вільного потоку і по нормалі до нього, можна отримати сили лобового опору і підйомної сили відповідно. Використання тангенціального роторного рушія в конструкції аеродинамічного крила збільшує його підйомальну силу через покращене обтікання затіненої зони крила. Опір цього крила є від'ємним, відповідно власне й представлений пропульсивною силою для крила. Ми припускаємо, що повітря складається з окремих частинок з власною масою, які взаємодіють між собою та відштовхуються (для утворення тиску газу). Кожна з цих частинок підкоряється законам механіки, при контактах з іншими частинками та матеріями та зміні її напрямку і швидкості руху.

Для наочного розгляду поведінки потоку ми розділяємо крило на декілька областей обтікання відповідно до рисунку 1. Так як його частина є традиційний авіаційний профіль, за виключенням технологічного вирізу роторного рушія, для цієї ділянки використовуємо вже знайдені залежності щодо розподілу тиску навколо базового профілю крила.

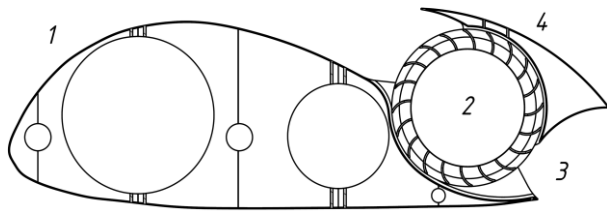


Рис. 1. Переріз пропульсивного крила, та відповідні області розрахунків.

Область 1 наближено може бути досліджена традиційними методами: в якості експерименту проведемо математичний обрахунок вважаючи, що повітря складається з окремих частинок, що перебувають в постійному русі зі своєю масою, кожна з яких підкоряється законам механіки при зміні її напрямку та величини швидкості руху. В результаті чого зможемо визначити створення тиску газом, з якого розрахувати відповідні швидкості руху апарату, та значення аеродинамічної підйомної сили, та опору для кожної з локальних областей.

Якщо розглядати рух струменів над профілем крила, то створення негативного тиску над крилом є наслідком криволінійності течії повітря.

Отже, для викривлення прямолінійного руху тіла потрібно прикласти силу, що напрямлена перпендикулярно до вектора швидкості. У випадку нескінченного плоского струменя для його вигинання необхідно забезпечити різницю тиску над ним і під ним. При цьому з боку зовнішньої кривизни стру-

мени буде підвищений тиск, а з вигнутої сторони - знижений тиск.

Під час руху по колу матеріальної точки відцентрове прискорення буде створюватися силою:

$$F = \frac{m \cdot v^2}{r}, \quad (1)$$

а при такому ж коловому русі тонкого шару газу товщиною  $d\zeta$ , маса буде рівна:

$$m = S \cdot \rho \cdot d\zeta, \quad (2)$$

де  $S$  – площа ділянки шару газу,  $\rho$  – щільність газу.

Якщо перетворити відцентрову силу на елементарну площину шару газу, сила перетвориться на тиск

$$p = \frac{\rho \cdot v^2 \cdot d\zeta}{\zeta}. \quad (3)$$

Під час протікання повітряного струменя по поверхні крила шар газу рухається по криволінійній траєкторії, у кожній точці якої існує свій радіус кривизни. Він дозволяє розрахувати інерційний тиск газу у напрямку, перпендикулярному до швидкості.

Отже для крила можливо розрахувати зміну тиску в залежності від характеристик шару газу над його поверхнею, при цьому швидкість течії газу можна варіювати в залежності від швидкості польоту, та потоку для крила  $v_0 + v_p$ .

На низьких швидкостях польоту, на злітному та посадкових режимах динамічний тиск не перевищує 3 кПа (близько 3% від атмосферного тиску на рівні моря, за швидкостей  $M = 0,1 - 0,2$ ), тобто він настільки малий відносно базового атмосферного тиску, що геометричне стиснення потоку стає непомітним візуально під час відображення струменевого обтікання навколо крила.

Для створення підйомної сили потрібно створити викривлення потоку таким чином, щоб крило знаходилося в зоні вигину потоку повітря. Досягти такого викривлення струменя над крилом допомагає кривизна верхньої поверхні крила, яка знаходиться в аеродинамічній тіні за носовою частиною крила.

При цьому нижня поверхня крила може мати або плоский вигляд та обтікання відбуватиметься по прямій, практично не створюючи розрідження, або по вигнуту поверхню, відкидаючи потік повітря вниз, що вже створює позитивний приріст тиску від поверхні крила та додається до підйомної сили від розрідження над крилом. Основною особливістю крила є товстим профілем є, те, що перед ним виникає зона гальмування, де швидкість руху повітря стає близькою до нуля відносно крила, а надлишко-

вий тиск в цій зоні дорівнює швидкісному напору, або ж динамічному тиску:

$$p_{v_0} = \frac{\rho \cdot v_0^2}{2}. \quad (4)$$

Так як, область 1 пропульсивного крила займає більшу частину модифікованого профілю, і повторює всі ті ж самі точки при побудові та за наявності експериментальних даних у відповідності до таблиці профілів для невеликих кутів атаки, ми відповідно можемо використати відомі коефіцієнти підйімальної сили та лобового опору для даної області. Однак через додатковий розгін повітря по верхній частині профілю скористаємося наступною формулою для розрахунку у випадках, коли є можливість отримати зміну тиску:

$$L = \frac{C_L \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S}{2} + \Delta p \cdot S. \quad (5)$$

У даній формулі додано додатковий доданок  $\Delta p \cdot S$ , який враховує зміну тиску на поверхні крила через пропульсивну систему. Цей додатковий доданок враховує зміну моменту імпульсу, що створюється розгоном повітря, і сприяє збільшенню підйімальної сили.

Або ж використати наступну формулу, необхідними вхідними даними для якої є лише швидкість потоку та його розгін внаслідок всмоктування повітря пропульсивною системою на верхній поверхні крила:

$$L = \frac{C_L \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot (1 + \beta \cdot \Delta v / v)}{2}, \quad (6)$$

де  $\Delta v$  – зміна швидкості повітря на верхній поверхні крила через пропульсивну систему,

$\beta = Q / \rho \cdot S \cdot v_{up} \cdot SF_t$ , є параметром, який відображає кількість повітря, яке всмоктується пропульсивною системою на верхній поверхні крила (де  $Q = dm/dt$  – розхід повітря,  $\rho$  – щільність повітря,  $S$  – площа верхньої поверхні крила,  $v_{up}$  – швидкість повітря над верхньою поверхнею крила,  $SF_t$  при цьому є геометричним параметром форми, який найбільше залежить від товщини профілю, та визначений експериментально, таблиця 1).

Таблиця 1

Залежність коефіцієнту форми  $SF_t$   
від товщини профілю

Товщина профілю, %	35	30	25	20	15	10	5
Значення коефіцієнту $SF_t$	92	99	105	120	145	180	230

Остаточно формула приймає вигляд:

$$L_1 = \frac{C_L \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot \left( 1 + \frac{Q}{\rho \cdot S \cdot v_{up} \cdot SF_t} \cdot \Delta v / v \right)}{2}. \quad (7)$$

Силу лобового опору на даній ділянці необхідно розраховувати виходячи з режиму роботи силової установки, що в загальному вигляді приймає вигляд:

$$D_1 = \frac{C_D \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S}{2}. \quad (8)$$

Однак для крил даного типу бажано розраховувати коефіцієнт лобового опору в залежності від процесу обтікання навколо крила, та режиму роботи силової установки.

В наступних областях розподіл тисків знаходиться за допомогою рівняння Бернуллі на поверхні крила. Для розрахунку підйомної сили і сили лобового опору необхідно на кожній ділянці розрахувати розподіл швидкостей поблизу поверхні крила:  $p + 0,5 \cdot \rho \cdot V^2 = \text{const}$ . Далі шляхом інтегрування розподілу тиску доходимо до розрахунків для підйомної сили ( $L$ ) та опору ( $D$ ) за наступними рівняннями:

$$L = \int P \cdot \cos(\alpha) \cdot dA; \quad D = \int P \cdot \sin(\alpha) \cdot dA. \quad (9)$$

Відстань між центром вентилятора і кінчиком лопаті наступна:

$$l = \sqrt{r^2 + h^2 - 2 \cdot h \cdot r \cdot \cos(\lambda)}. \quad (10)$$

Через низьку швидкість літаків даної схеми потік можна вважати нестисливим, тому може бути застосована наступна форма рівняння Бернуллі:

$$\left( \frac{p_0}{\rho} \right) + \left( \frac{v_0^2}{2} \right) + g \cdot z_0 = \left( \frac{p}{\rho} \right) + \left( \frac{v^2}{2} \right) + g \cdot z; \quad (11)$$

$$p = p_0 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \alpha^2 \cdot [\cos^2(90 - \theta) \cdot \sin^2(2 \cdot \alpha \cdot \theta)], \quad (12)$$

де  $p$  – статичний тиск в даному регіоні,  $p_0$  – тиск на межі регіону,  $\rho$  – густина рідини,  $\alpha$  – коефіцієнт, який залежить від характеристик об'єкта та потоку,  $v$  – величина швидкості,  $\theta$  – кут відхилення потоку,  $g$  – гравітаційне прискорення Землі, а  $z$  – висота підйому центра перерізу над площиною порівняння (геодезична висота).

Через невеликі відносні розміри моделі впливом гравітаційної сили можна знехтувати, тобто припускаємо, що  $g \cdot z \approx g \cdot z_0$ :

$$p = p_0 + \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \rho \cdot (v_0^2 - v^2). \quad (13)$$

В області 2, де кінчики лопатей контактують з вільним потоком, результуючу величину швидкості можна отримати шляхом накладання швидкості вільного потоку і швидкості від тангенціального роторного рушія (яка дорівнює  $l \cdot \omega$ , де  $\omega$  – кутова швидкість ротору, а  $l$  – відстань між центром ротора і кінчиком лопаті). На рисунку 2 показано, як ці швидкості можуть бути накладені.

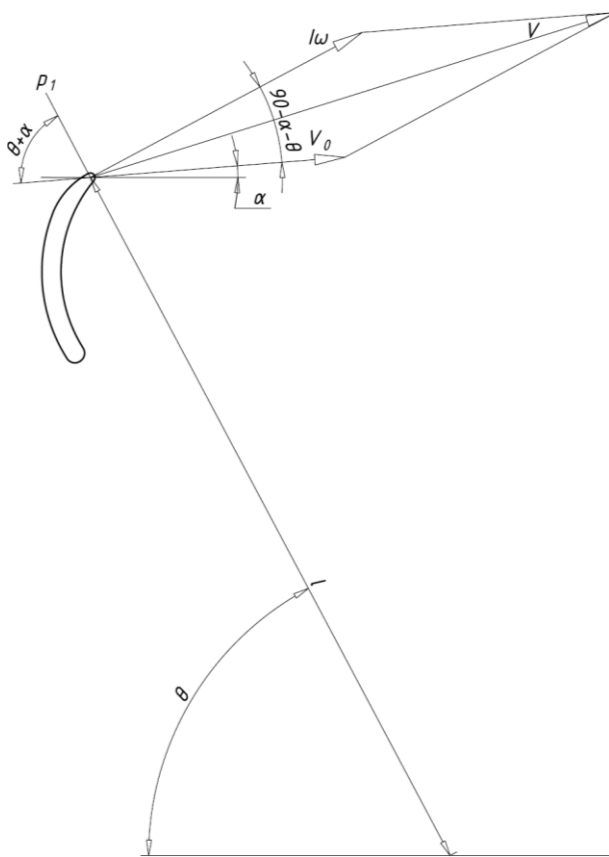


Рис. 2. Кінематична схема з розподілом швидкостей в першому розрахунковому регіоні

Відповідно до рис. 1 і 2 в області 2 результуюча величина швидкості розраховується наступним чином:

$$v_2^2 = v_{0up}^2 + l^2 \cdot \omega^2 + 2 \cdot v_{0up} \cdot l \cdot \omega \cdot \cos(90^\circ - (\alpha + \theta)); \quad (14)$$

$$v_2^2 = v_{0up}^2 + l^2 \cdot \omega^2 + 2 \cdot v_{0up} \cdot l \cdot \omega \cdot \sin(\alpha + \theta); \quad (15)$$

$$v_2 = \sqrt{v_{0up}^2 + l^2 \cdot \omega^2 + 2 \cdot v_{0up} \cdot l \cdot \omega \cdot \sin(\alpha + \theta)}. \quad (16)$$

Далі ми можемо використати рівняння для визначення статичного тиску в області 2:

$$p_2 = p_0 + \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \rho \cdot (v_{0up}^2 - v_0^2 - l^2 \cdot \omega^2 - 2 \cdot v_0 \cdot l \cdot \omega \cdot \sin(\alpha + \theta)),$$

$$p_2 = p_0 + \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \rho \cdot l \cdot \omega \cdot (l \cdot \omega + 2 \cdot v_0 \cdot \sin(\alpha + \theta)). \quad (17)$$

Отримавши значення статичного тиску в регіоні та використовуючи формули для наближеного знаходження аеродинамічних сил: підйімальної та лобового опору, ми можемо визначити наступні залежності:

$$L_2 = \int_{\theta_1}^{\theta_2} p_1 \cdot \sin(\alpha + \theta) \cdot l \cdot d\theta;$$

$$L_2 = l \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} p_0 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot l \cdot \omega \times$$

$$\times (l \cdot \omega + 2 \cdot v_0 \cdot \sin(\alpha + \theta) \cdot \sin(\alpha + \theta) d\theta);$$

$$L_2 = l \cdot (p_0 \cdot (\cos(\alpha + \theta_2) - \cos(\alpha + \theta_1))) + \quad (18)$$

$$+ l \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot l \cdot \omega \cdot (l \cdot \omega \cdot (\cos(\alpha + \theta_1) - \cos(\alpha + \theta_2))) \right) +$$

$$+ l \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot l \cdot \omega \cdot \left( l \cdot \omega \cdot \left( v_0 \cdot \left( (\theta_2 - \theta_1) + \frac{1}{2} \sin 2(\alpha + \theta_1) - \sin 2(\alpha + \theta_2) \right) \right) \right) \right);$$

$$D_2 = \int_{\theta_1}^{\theta_2} p_1 \cdot \cos(\alpha + \theta) \cdot l \cdot d\theta;$$

$$D_2 = l \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} p_0 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot l \cdot \omega \cdot (l \cdot \omega + 2 \cdot v_0 \cdot \sin(\alpha + \theta) \cdot \cos(\alpha + \theta) d\theta);$$

$$D_2 = l \cdot (p_0 \cdot (\sin(\alpha + \theta_2) - \sin(\alpha + \theta_1))) - \quad (19)$$

$$- l \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot l \cdot \omega \cdot (l \cdot \omega \cdot (\sin(\alpha + \theta_2) - \sin(\alpha + \theta_1))) \right) -$$

$$- l \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot l \cdot \omega \cdot (l \cdot \omega \cdot (v_0 \cdot (\sin^2(\alpha + \theta_2) - \sin^2(\alpha + \theta_1))) \right);$$

Однак не слід забувати про перекриття областю 4 роторного рушія, через що в залежності від форми області, та кута атаки можуть бути введені додаткові коефіцієнти форми.

При зверненні до області 3 припускаємо, згідно до рисунку 3, що швидкість потоку наближено дорівнює швидкості  $v_2$  при  $\theta = \beta_b + 90^\circ$  у регіоні b, та  $\theta = \theta$  у регіоні a. Потік, який залишає вентилятор можна вважати паралельним поверхням 3 в кожній точці, тому є можливість наближеного розрахунку під цими кутами.

Тому, підставивши вищезгаданий вираз  $\theta$  у рівняння, швидкість та тиск у цьому регіоні можна

розділити на дві компоненти відповідно зі співвідношенням 5:1, та отримують наступний вигляд:

$$v_{3a} = \sqrt{v_0^2 + l^2 \cdot \omega^2 + 2 \cdot v_0 \cdot l \cdot \omega \cdot \cos(0)}; \quad (20)$$

$$v_{3b} = \sqrt{v_0^2 + l^2 \cdot \omega^2 + 2 \cdot v_0 \cdot l \cdot \omega \cdot \cos(\alpha + \beta_b)}; \quad (21)$$

$$p_{3a} = p_0 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot l \cdot \omega (1 \cdot \omega - 2 \cdot v_0 \cdot \cos(0)); \quad (22)$$

$$p_{3b} = p_0 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot l \cdot \omega (1 \cdot \omega - 2 \cdot v_0 \cdot \cos(\alpha + \beta_b)). \quad (23)$$

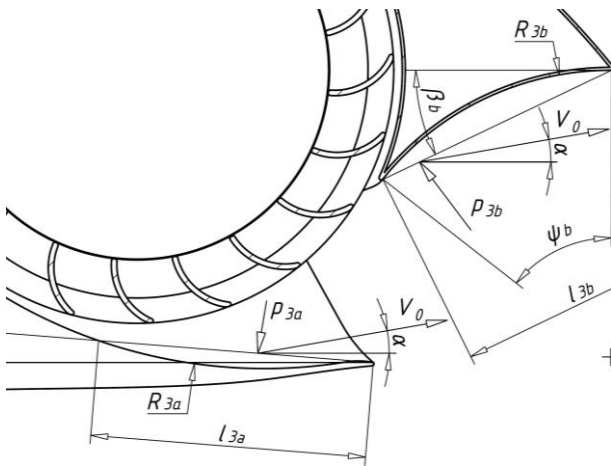


Рис. 3. Геометричні параметри необхідні для розрахунку в третій області

Поверхня профілю крила в цьому регіоні має незначні відносну довжину  $l_3$  (довжина дуги), та кривизну, а потік що відходить від роторного рушій прагне рухатися вздовж поверхні обтікання відповідно до ефекту Коанда (за умови працюючого роторного рушій), тому швидкість, а отже і тиск залишаються постійними вздовж залишку поверхні. Як результат можемо припустити, що й підймальна сила, та сила опору можуть бути знайдені з наступних залежностей:

$$L_3 = - \int_0^{l_{3a}} p_{3a} \cdot \sin(90 - \alpha - \beta_a) \cdot dl_{3a} + \int_0^{l_{3b}} p_{3b} \cdot \sin(90 - \alpha - \beta_b) \cdot dl_{3b};$$

$$L_3 = -p_{3a} \cdot l_{3a} \cdot \cos(\alpha + \beta_a) + p_{3b} \cdot l_{3b} \cdot \cos(\alpha + \beta_b);$$

$$L_{3a} = \left[ -p_2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot l \cdot \omega (1 \cdot \omega - 2 \cdot v_0) \right] \cdot l_{3a} \cdot \cos(\alpha + \beta_a);$$

$$L_{3b} = \left[ p_2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot l \cdot \omega (1 \cdot \omega - 2 \cdot v_0 \cdot \cos(\alpha + \beta_b)) \right] \cdot l_{3b} \cdot \cos(\alpha + \beta_b);$$

$$L_{3a} = \left[ -p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot l \cdot \omega (1 \cdot \omega - 2 \cdot v_0 \cdot \cos(\alpha + \beta_a)) \right] \times$$

$$2 \cdot R_{3a} \cdot \arcsin\left(\frac{l_{3a}}{2 \cdot R_{3a}}\right) \cdot \cos(\alpha + \beta_a); \quad (24)$$

$$L_{3b} = \left[ p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot l \cdot \omega (1 \cdot \omega - 2 \cdot v_0 \cdot \cos(\alpha + \beta_b)) \right] \times$$

$$2 \cdot R_{3b} \cdot \arcsin\left(\frac{l_{3b}}{2 \cdot R_{3b}}\right) \cdot \cos(\alpha + \beta_b); \quad (25)$$

$$D_3 = - \int_0^{l_{3a}} p_{3a} \cdot \cos(90 - \alpha - \beta_a) \cdot dl_{3a} + \int_0^{l_{3b}} p_{3b} \cdot \cos(90 - \alpha - \beta_b) \cdot dl_{3b};$$

$$D_3 = -p_{3a} \cdot l_{3a} \cdot \sin(\alpha + \beta_a) + p_{3b} \cdot l_{3b} \cdot \sin(\alpha + \beta_b);$$

$$D_{3a} = \left[ -p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot l \cdot \omega (1 \cdot \omega - 2 \cdot v_0 \cdot \cos(\alpha + \beta_a)) \right] \cdot l_{3a} \cdot \sin(\alpha + \beta_a);$$

$$D_{3b} = \left[ p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot l \cdot \omega (1 \cdot \omega - 2 \cdot v_0 \cdot \cos(\alpha + \beta_b)) \right] \cdot l_{3b} \cdot \sin(\alpha + \beta_b);$$

$$D_{3a} = \left[ -p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot l \cdot \omega (1 \cdot \omega - 2 \cdot v_0 \cdot \cos(\alpha + \beta_a)) \right] \times$$

$$2 \cdot R_{3a} \cdot \arcsin\left(\frac{l_{3a}}{2 \cdot R_{3a}}\right) \cdot \sin(\alpha + \beta_a); \quad (26)$$

$$D_{3b} = \left[ p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot l \cdot \omega (1 \cdot \omega - 2 \cdot v_0 \cdot \cos(\alpha + \beta_b)) \right] \times$$

$$2 \cdot R_{3b} \cdot \arcsin\left(\frac{l_{3b}}{2 \cdot R_{3b}}\right) \cdot \sin(\alpha + \beta_b). \quad (27)$$

Область 4. На цій ділянці розглядаємо найпростіший випадок – ділянка крила у вигляді зігнутої пластини радіусом  $R$  та відносно маленькою товщиною. Такі тонкі зігнуті профілі також часто використовуються для надлегких планерів у авіамоделізмі, тому досить легко можна перевірити теорію для розрахунку провівши нескладний експеримент. Якщо використовувати просту теорію за законом Бернуллі, то у тонкій зігнутої пластини взагалі не буде підйальної сили, оскільки довжина шляху під крилом і над крилом однакова.

Отже, як було описано раніше, при русі по колу матеріальної точки відцентрове прискорення буде створюватися силою:

$$F = \frac{m \cdot v^2}{r},$$

де маса може бути обчислена як:

$$m = \rho \cdot S \cdot d\zeta,$$

Відповідно, тиск:

$$p = \frac{\rho \cdot v^2 \cdot d\zeta}{\zeta}.$$

Отже, можна безпосередньо обчислити тиск (розрідження) на крилі залежно від шару поточного газу над його поверхнею, при цьому швидкість його руху будемо завжди вважати рівним швидкості польоту крила  $v_0$  (рис. 4).

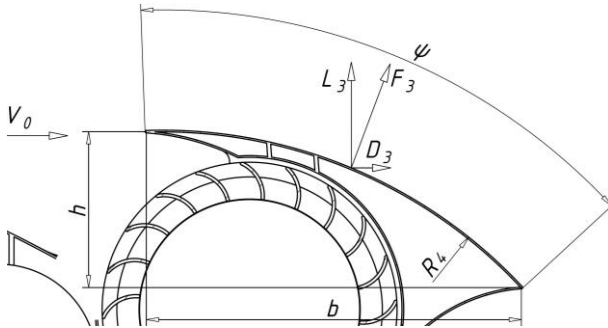


Рис. 4. Геометричні параметри необхідні для розрахунку в четвертій області

По причині того, що дана дугова область може адаптивно відхилитися під час польоту для наближеного розрахунку оберемо звичайну для малошвидкісних літаків висоту профілю 25% від ширини крила. У цьому випадку за висоту профілю приймемо різницю висот переднього і заднього краю щодо горизонтального повітряного потоку.

Тоді, при ширині 0,08 метра, висоті профілю в 25%, та при радіусі крила в 0,1 метра, за умови горизонтального розташування дотичної до крила в верхній точці профілю можемо оцінити значення відцентрового тиску на крило від викривленого дугового шару повітря.

Отже, при щільності повітря  $\rho = 1,2255 \text{ кг/м}^3$  та за швидкості 20 м/с (72 км/год), тиск одного шару повітря товщиною 0,004 метра з радіусом кривизни 0,1 метра складає 196,1 Па, або ж 20 кг/м<sup>2</sup>, а величина динамічного тиску  $q$  дорівнює:

$$q_3 = \frac{\rho \cdot v^2}{2} = 245,1 \text{ Па.}$$

З урахуванням того, що обтікання тонкого крила відбувається з обох сторін, ці значення потрібно подвоїти поблизу носової частини обтікача та помножити на певну кількість паралельних шарів, що викривляються внаслідок ефекту примежового шару з рухомим крилом. Якщо припустити, що товщина збудженого шару становить не менше половини ширини крила, отримуємо загальне збільшене навантаження на крило приблизно 1960,8 Па. Ці цифри добре узгоджуються з значеннями навантажень на крило для БПЛА з крилом товстого профілю за низьких швидкостей польоту (табл. 2).

Таблиця 2

Зміна тиску в залежності від швидкості навколо дугового профілю

Швидкість м/с	Динамічний тиск, Па	Тиск шару, Па	Кількість шарів, n	Тиск n шарів, Па
5	15,3	1,23	10	12,25
10	61,3	4,90	10	49,02
15	137,9	11,03	10	110,30
20	245,1	19,61	10	196,08
25	383,0	30,64	10	306,38
30	551,5	44,12	10	441,18
35	750,6	60,05	10	600,50
40	980,4	78,43	10	784,32

Оскільки тиск  $p$  діє на криволінійну поверхню тонкої пластини, сила  $F_3$  умовно може бути розкладена на підймальну силу  $L$  і силу лобового опору  $D$ . Підймальна сила дорівнює інтегралу проекції сил від тиску криволінійного потоку  $p$  на всій площі крила вздовж осі  $Y$ .

У випадку рівномірного тиску на кругле крило, величина сили  $L$  буде дорівнювати добутку  $p$  на площу проекції крила на вісь  $x$ , що дорівнює  $S = b \cdot l$  крила:

$$L_4 = p \cdot S = p \cdot b \cdot l. \quad (28)$$

У той же час горизонтальна складова лобового опору в цьому випадку буде дорівнювати інтегралу проекції  $dF_3$  на вісь  $z$  по всій площі крила. У випадку рівномірного тиску на крило величина  $F$  буде дорівнювати добутку тиску на площу проекції крила на вісь  $y$ , що дорівнює висоті  $h$  профілю крила.

$$D_4 = p \cdot h \cdot l. \quad (29)$$

В результаті отримуємо:

$$K = \frac{L}{D} = \frac{p \cdot b \cdot l}{p \cdot h \cdot l} = \frac{b \cdot l}{h \cdot l}. \quad (30)$$

Тобто при рівномірному тиску на круглому тонкому профілі якість крила знаходиться використовуючи відношення лише геометричних параметрів профілю.

У загальному вигляді величина аеродинамічної досконалості може бути оцінена:

$$K = \frac{b \cdot l}{h \cdot l} = \frac{R_4 \cdot \sin(\psi)}{R_4 \cdot (1 - \cos(\psi))} = \frac{\sin(\psi)}{1 - \cos(\psi)}. \quad (31)$$

Згідно правила векторного розкладання сил з даного зображення можна одразу отримати значен-



ня якості крила  $K = L / D$ , що в нашому випадку дорівнює:

$$K = \frac{L}{D} = \frac{\rho \cdot 80 \cdot 790}{\rho \cdot 20 \cdot 790} = 4. \quad (32)$$

У заключенні розгляду моделі обтікання тонкого крила потрібно привести ще один доказ працездатності запропонованої моделі пояснення. Як відомо з механіки, сила - це зміна імпульсу протягом одиниці часу, тобто

$$F = d \frac{(m \cdot v)}{dt}. \quad (33)$$

У викладеній моделі обтікання тонкого криволінійного крила ми можемо обчислити підйомну силу  $L$  як зміну імпульсу набігаючого потоку повітря у вертикальному напрямку, що розглядається як:

$$L_4 = (d\zeta \cdot \mu \cdot \rho \cdot v_0) \cdot v_0 \cdot l \cdot \sin(\psi), \quad (34)$$

де  $v_0$  - швидкість вільного потоку,  $d\zeta$  - товщина елементарного шару повітря, що обтікає поверхню у розрахунковій моделі,  $\mu$  - кількість шарів, що огинають поверхню крила,  $\psi$  - кут зміщення потоку від крила у напрямку початкової швидкості  $v_0$ . Проведення розрахунку дає однаковий результат для обох випадків. Або ж у аналітичному вигляді маємо:

$$L_4 = \rho \cdot S = \rho \cdot b \cdot l; \quad (35)$$

$$\rho = (d\zeta \cdot \mu \cdot \rho \cdot v_0) \cdot v_0 / R_4; \quad (36)$$

$$b = R_4 \cdot \sin(\psi). \quad (37)$$

Підставивши  $\rho$ , та  $b$  у вираз для  $L$  і скоротивши спільні  $R_4$  в чисельнику та знаменнику, отримаємо:

$$L_4 = (d\zeta \cdot \mu \cdot \rho \cdot v_0) \cdot v_0 \cdot l \cdot \sin(\psi). \quad (38)$$

Отже, метод "інерційно-криволінійних" розрахунків "Підйомної сили" крила дає формулу, ідентичну методу "реактивно-імпульсної сили" для крила з однаковою геометрією. Це означає, що крило з даною формою профілю створює підймальну силу завдяки імпульсу сили, або ж завдяки реактивній тязі при викиданні маси повітря вниз внаслідок ефекту Коанда та векторизації потоку вздовж дуги.

Так як форма обтічної поверхні зони 4 може бути різною (рисунок 5), відповідно й розрахунки можуть відрізнятися. У випадку заокругленої форми профілю поблизу носка прискорення повітря над поверхнею крила не вважаємо суттєвим в польоті, так й зона його впливу зі скривленням потоку буде нескінченно розширюватися в нестисненому сере-

довищі, й формування струменевих ліній току для товстих крил без урахування стиснення повітря не вийде. Таким чином, ми можемо припустити, що газ є стисним, а розмір зони впливу огинання крила залежить від величини стиснення струменю під тиском  $\rho v_0$ .

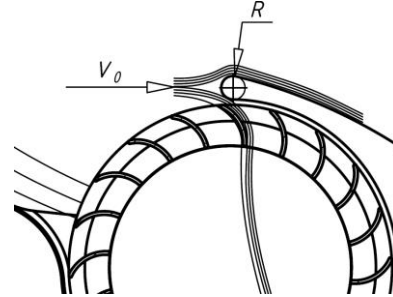


Рис. 5. Умови для розрахунку радіусного крила з заокругленою носовою частиною.

Тиск у зоні гальмування навколо носової частини формується струменями повітря, що обтікають поверхню обтікання. Зв'язок між тиском та вигином шарів повітря наступний:

$$dp = \frac{\rho \cdot v_0^2 \cdot d\zeta}{\zeta_{\text{layer}}}. \quad (39)$$

Розмір зони впливу, де помітне викривлення потоку, також пов'язаний з відносними розмірами  $b$  та  $h$  для крила. Підвищення тиску перед носком буде компенсовано зниженням тиску в супутному струмені за крилом, тобто крило формує лінійний диполь за тиском, який на великій відстані практично не впливає на навколишній повітряний простір, при дозвукових швидкостях польоту.

Якщо вважати форму носового обтікача круглою, то половина висоти профілю буде дорівнювати:

$$\frac{h}{2} = R_{\text{nose}}. \quad (40)$$

Допустивши припущення, що зона гальмування з тиском  $\rho v_0$  повністю створюється кривизною шару в межах ширини профілю  $b$ , тоді ми можемо оцінити радіус кривизни струменю товщиною  $R_{\text{nose}} = h/2$ , за умови коли  $\rho v_0 = \rho r$ :

$$\frac{\rho \cdot v_0^2 \cdot R_{\text{nose}}}{R_1} = \frac{\rho \cdot v_0^2}{2}. \quad (41)$$

Після скорочення однакових членів щільності та швидкості відповідно в лівій і правій частині рівняння ми отримуємо рівняння:

$$R_1 = 2 \cdot R_{\text{nose}}. \quad (42)$$

Отже, граничні радіуси кривизни набігаючого потоку обмежені виключно кривизною носової частини, або ж локальною висотою профілю і не залежать від швидкості.

Під час відхилення набігаючого потоку навколо профілю неминуче виникає ситуація, коли лінія зі швидкістю вільного потоку дотикається граничної лінії носової частини. У цій точці дотику швидкість потоку направлена від крила, а крива потоку досягає точки перегину. Тобто в цій точці відбувається відрив шару повітря від крила зі зміною напрямку струменю, з траєкторією відмінної кривизни у порівнянні з профілем.

На великих швидкостях польоту величина швидкісного напору  $\rho \cdot v_0$  набуває таких значень, що струмінь може відірватися від носового обтікача і, описавши довгу дугу над площиною крила, повернутися назад до поверхні крила. У результаті повернення струменю на площину крила та різкій зміні його напрямку руху на дотичний до поверхні крила, виникає удар. При цьому під дугою летючого струменя від точки відриву до точки повернення утворюється замкнена порожнина низького тиску.

Оскільки носова частина розділяє набігаючий потік на дві частини через нульову лінію профілю, відрив потоку виникає на обох площинах крила. Однак через різне орієнтування площин щодо потоку (проти потоку або в аеродинамічній тіні) області розрідження над та під крилом мають різний розмір, а також змінюється сила удару відновлювального струменю, пропорційна розміру області відірваного потоку.

На основі такого розподілу епюр тиску на передньому обтікачі крила та отриманих характеристик для аеродинамічної досконалості тонких радіусних крил у формі вигнутої пластини в залежності від відносної товщини профілю  $b/h$  легко можна зрозуміти причини та закономірності такого явища, як обтічність геометричних форм.

Також було б дуже цікаво розглянути епюри тиску при обтіканні струменевими течіями стандартних осьосиметричних тіл і отримати їх розкладки  $C_D$  і  $C_L$  по перерізах, а не лише один загальний коефіцієнт  $C_L$  для всієї фігури.

У випадку радіусного тонкого крила ми можемо розрахувати значення  $C_D$  і  $C_L$  безпосередньо з геометрії крила, після чого порівняти результат.

Так, для радіусної зігнутої пластини можна розрахувати тиск на крило за формулою:

$$P = \frac{\rho \cdot v^2 \cdot dh}{R}, \quad (43)$$

де  $dh$  – товщина відхиленого крилом шару повітря,  $R$  – радіус кривизни відхиленого шару повітря.

Виходячи з розрахунків, проведених раніше відомо, що аеродинамічна досконалість  $K$  може бути задана як  $K = b/h$ , тобто пов'язана лише з геометрією зігнутої пластини. Доповнимо зігнуту пластину діючими радіусами кривизни на її кінцях, в результаті чого отримусмо рівнобедрений трикутник  $ABD$  з висотою  $DE$  (див. рис. 1). При цьому, виходячи з умов подібності трикутників  $ABC$  і  $ADE$ , можна обчислити значення для радіуса кривизни  $R$ . Отже, трикутники  $ABC$  і  $ADE$  подібні за критерієм рівності двох кутів при основі (один кут  $\angle CAB$  спільний для обох трикутників, а інший кут прямий в кожному окремому трикутнику).

При цьому, згідно теореми подібності сторони трикутників відносяться як:

$$\frac{2 \cdot R}{b} = \frac{b}{h}. \quad (44)$$

Звідки отримуємо:

$$R = \frac{b^2}{2 \cdot h}. \quad (45)$$

Після підстановки аеродинамічної досконалості  $K$  у наш вираз для  $R$ , отримуємо:

$$R = \frac{1}{2} \cdot b \cdot K. \quad (46)$$

Тепер отриманий вираз можна підставити в вираз для тиску  $p$  на крило, і в результаті отримаємо:

$$p = \frac{V^2 \cdot \rho \cdot dh}{R} = \frac{2 \cdot V^2 \cdot \rho \cdot dh}{b \cdot K}. \quad (47)$$

Ми отримали формулу, яка пов'язує тиск на крило з шириною крила  $b$ , та безрозмірним коефіцієнтом  $K$ , який можна отримати за умови їх продування в АДТ з відповідних баз для профілів.

Для отримання величини підйомної сили  $F_1$  на крилі достатньо використати добуток площі крила  $S_w = b \cdot l$  та величини тиску на крило  $p$ , в результаті чого отримуємо:

$$L = S_w \cdot p = \frac{2 \cdot b \cdot l \cdot V^2 \cdot \rho \cdot dh}{b \cdot K} = \frac{2 \cdot l \cdot V^2 \cdot \rho \cdot dh}{K}. \quad (48)$$

Як результат, що підйомна сила крила з відомим коефіцієнтом аеродинамічної якості  $K$  залежить тільки від довжини крила  $l$  і зони впливу по товщині зсувного шару  $dh$ , але при цьому не залежить від ширини крила  $b$ .

Тепер прирівняємо традиційний вираз підйомної сили крила з експериментальним коефіцієнтом  $C_L$  до отриманого нами виразу для тонкої радіусної пластини:

$$L = \frac{C_L \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S}{2} = \frac{2 \cdot l \cdot V^2 \cdot \rho \cdot dh}{K} \quad (49)$$

Скорочуємо однорідні члени:

$$\frac{C_L \cdot S}{2} = \frac{2 \cdot l \cdot dh}{K} \quad (50)$$

Розкладаємо площу  $S$  прямокутного в плані крила як  $S = b \cdot l$ , підставляємо в вираз, знову скорочуємо однорідні члени і отримуємо:

$$\frac{C_L \cdot b}{2} = \frac{2 \cdot dh}{K} \quad (51)$$

У цьому виразі невідомим залишається лише один параметр, а саме зона впливу  $dh$ . Отже, виразимо його:

$$dh = \left( \frac{C_L \cdot b}{2} \right) / \left( \frac{2}{K} \right) = \frac{C_L \cdot b \cdot K}{4} \quad (52)$$

Цей вираз дозволяє визначити умовну зону деформованого шару повітря навколо крила, спираючись в розрахунках на геометричні властивості та параметри аеродинамічного навантаження на крило, які легко вимірювати при випробуваннях у аеродинамічній трубі.

## 2. Результати

Для перевірки даної математичної моделі звернемося до математичного апарату, призначеного для розрахунку аеродинамічних параметрів за допомогою прямих натурних випробувань.

Для цього спочатку було розраховано базові геометричні параметри робочої моделі та на їх базі створено поверхневу модель традиційного літального апарату в програмному пакеті Pansum (рис. 6), за схемою літаючий човен, а також для верифікації результатів продубльована модель в X-Flow (рис. 7).

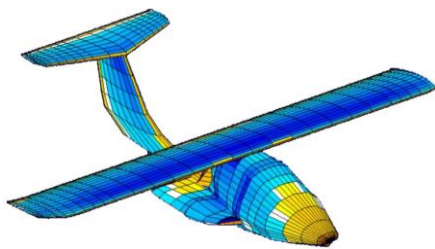


Рис. 6. Модель традиційного літального апарату створена в програмному пакеті Pansum.

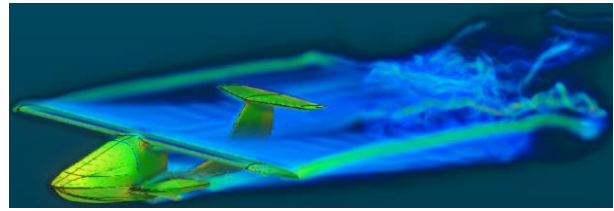


Рис. 7. Модель для розрахунку аеродинамічних параметрів для моделі в програмному пакеті X-Flow, та візуалізація вихорів на близькому до критичного куті атаки

Наступним кроком ми визначили параметри розбігу та зльоти з води, набору висоти, горизонтального польоту для літака з наступними базовими масовими, геометричними та аеродинамічними характеристиками:

- $m_0 = 2,3$  (кг) – злітна маса;
- $S_{\text{wing}} = 0,2$  (м<sup>2</sup>) – площа крила;
- $l = 1,2$  (м) – розмах крила;
- $b = 0,117$  – відносна товщина профілю;
- $S_f = 0,056$  (м<sup>2</sup>) – площа міделно фюзеляжу.
- $S_{f(\text{plan})} = 0,135$  (м<sup>2</sup>) – площа фюзеляжу в плані.
- $S_{f(\text{side})} = 0,154$  (м<sup>2</sup>) – площа фюзеляжу при виді збоку.
- $l_f = 0,85$  (м) – довжина фюзеляжу.
- $l_{f(\text{nose})} = 0,4$  (м) – довжина носової частини фюзеляжу.
- $S_{\text{float}} = 0,0881$  (м<sup>2</sup>) – площа крила поплавка.
- $l_{\text{float}} = 0,33$  (м) – розмах в області крила-поплавка;
- $S_{\text{stab}} = 0,0498$  (м<sup>2</sup>) – площа стабілізатора.
- $l_{\text{stab}} = 0,4$  (м) – розмах стабілізатора;
- $\alpha_{0(\text{wing})} = -3,9^\circ$  – кут атаки нульової підйомної сили крила;
- $Cd_{\alpha(\text{wing } 0)} = 0,0054$  – коефіцієнт лобового опору крила при нульовій підйомній силі крила
- $Cl_{\alpha(\text{wing max})} = 1,59$  – максимальний коефіцієнт підйомної сили крила в крейсерській конфігурації.
- $\alpha_0 = -2,8^\circ$  – кут атаки нульової підйомної сили;
- $Cd_{\alpha(0)} = 0,0324$  – коефіцієнт лобового опору при нульовій підйомній силі літака
- $Cl_{\alpha(\text{max})} = 1,23$  – максимальний коефіцієнт підйомної сили літака в крейсерській конфігурації.

Визначаємо аеродинамічні характеристики фюзеляжу літака в крейсерській конфігурації:

Коефіцієнт опору фюзеляжу, та вертикального оперення при дозвукових швидкостях отримуємо за формулою:

$$Cd_{f+v\_tail} = Cd_{f(\text{profil})} + \Delta Cd_{f+v\_tail} \quad (53)$$

де  $Cd_{f(\text{profil})}$  – профільний опір фюзеляжу;

$\Delta C_{d_{f+v\_tail}}$  – коефіцієнт додаткового опору, що враховує конструктивні особливості фюзеляжу, та опір від вертикального оперення;

Коефіцієнт профільного опору фюзеляжу без надбудов може бути визначений як:

$$C_{d_{profil(f+v\_tail)}} = C_f \cdot \eta_\lambda \cdot \eta_M \cdot S_{swept} / S_f, \quad (54)$$

де  $C_f$  – коефіцієнт тертя плоскої пластини,  $\eta_\lambda$  – коефіцієнт, що враховує вплив подовження фюзеляжу;  $\eta_M$  – коефіцієнт, що враховує вплив стисливості повітря;  $S_{swept}$  – охоплювана область фюзеляжу (swept area);  $S_f$  – площа міделевого перерізу.

Коефіцієнт тертя (табл. 3) визначається залежно від числа Рейнольдса фюзеляжу за наступними формулами:

$$C_f = \frac{0,455}{(\lg R)^{2,58}}; R = \frac{V \cdot l_f}{\nu}. \quad (55)$$

Таблиця 3

Залежність коефіцієнту лобового опору фюзеляжу від швидкості польоту

Mach	0,04	0,06	0,08	0,1	0,11
Re	398972	598459	797945	996552	1097174
Cf	0,00534	0,00493	0,00466	0,00447	0,00439
$C_{d_{f+vtail}}$	0,0575	0,0596	0,0626	0,0668	0,0698

Коефіцієнт  $\eta_\lambda$  визначиться за графіком (рис. 8), залежно від видовження фюзеляжу, для якого  $\lambda_f$  обчислюється за формулою:

$$\lambda_f = \frac{l_f}{\sqrt{4 \cdot S_f / \pi}} = \frac{0,85}{\sqrt{\frac{40,056}{3,14}}} = 3,18. \quad (56)$$

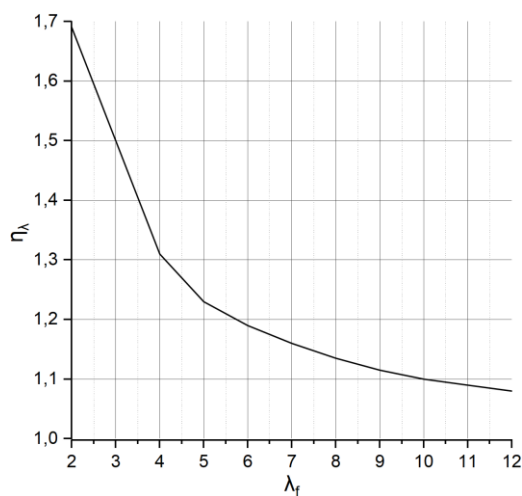


Рис. 8. Графік залежності коефіцієнта  $\eta_\lambda$  від видовження фюзеляжу  $\lambda_f$

Згідно графіка  $\eta_\lambda = 1,5$ .

Коефіцієнт  $\eta_M$  визначиться за графіком (рис. 9), залежно від видовження носової частини фюзеляжу:

$$\lambda_{f(nose)} = \frac{l_{f(nose)}}{\sqrt{4 \cdot S_f / \pi}} = \frac{0,4}{\sqrt{\frac{40,056}{3,14}}} = 1,5. \quad (57)$$

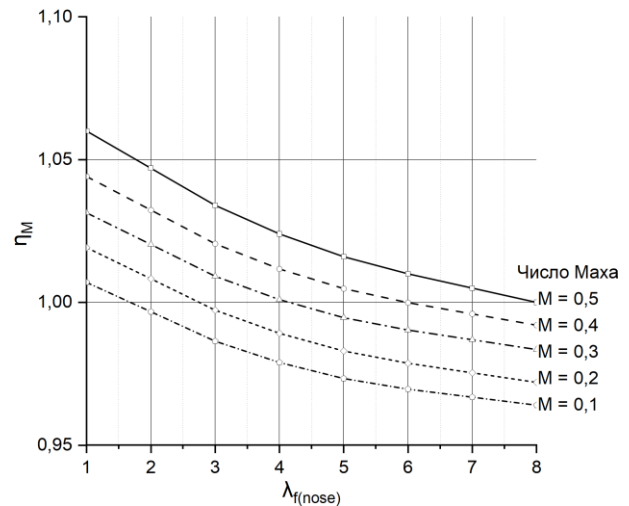


Рис. 9. Графік залежності коефіцієнта  $\eta_M$  від видовження носової частини фюзеляжу  $\lambda_{f(nose)}$

Згідно графіка  $\eta_\lambda = 1,004$ .

Охоплювана область фюзеляжу визначається за допомогою приблизної формули:

$$S_{swept} = (S_{f(plan)} + S_{f(side)}) \cdot (2 - 0,4 S_{f(plan)} / S_{f(side)}) = 0,476. \quad (58)$$

Далі знаходимо видовження крила:

$$\lambda = \frac{l^2}{S_{wing}} = \frac{1,2^2}{0,2} = 7,2; \quad (59)$$

видовження поплавка:

$$\lambda = \frac{l_{float}^2}{S_{float}} = \frac{0,33^2}{0,0881} = 1,236; \quad (60)$$

та видовження стабілізатора:

$$\lambda = \frac{l_{stab}^2}{S_{stab}} = \frac{0,4^2}{0,0498} = 3,213; \quad (61)$$

Також знаходимо ефективні видовження:

$$\lambda_{eff} = \frac{k_\chi \cdot \lambda}{\left(1 + \frac{S_{overlapping}}{S}\right)}, \quad (62)$$

де  $k_\chi$  – поправка на стріловидність поверхні.

Визначаємо аеродинамічні характеристики аеродинамічних поверхонь літака в крейсерській конфігурації.

Для кожного  $Cl$  крила, обчислимо коефіцієнт лобового опору  $Cd$  враховуючи наявність індуктивного опору, та хвильового опору, який складається з профільно-хвильового, та індуктивно-хвильового опір яких можна ігнорувати через низькі значення числа Маха на представлених в роботі кутах атаки:

$$Cl = Cd_{\text{profil}} + Cd_i + Cd_w, \quad (63)$$

де  $Cd_{\text{profil}}$  – коефіцієнт профільного опору,  
 $Cd_i$  – коефіцієнт індуктивного опору,  
 $Cd_w$  – коефіцієнт хвильового опору.

$$Cd_i = D \cdot Cl^2; \quad (64)$$

$$D = \frac{1 + \delta}{\pi \cdot \lambda_{\text{eff}}}. \quad (65)$$

Поправка на форму крила в плані:

$$\delta = \frac{0,02 \cdot \lambda_{\text{eff}}}{\cos \chi} \left( 3,1 - \frac{14}{\eta} + \frac{20}{\eta^2} - \frac{8}{\eta^3} \right). \quad (66)$$

Знайдемо максимальне значення коефіцієнта профільно-хвильового опору за формулою:

$$Cd_{\alpha_{0w, \max}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{\text{eff}}^{-2} \cdot \bar{c} \cdot \cos \chi}{2 + \lambda_{\text{eff}}^{-1/3} \cdot \bar{c} \cdot \cos \chi^{2/3}}. \quad (67)$$

Розрахуємо критичне число Маха при  $Cl = 0$ :

$$M_{\text{critical}} = \frac{1}{\cos \chi} \left[ 1 + 1,607 \left( \frac{\bar{c}}{\cos \chi} \right)^{2/3} - 1,792 \left( \frac{\bar{c}}{\cos \chi} \right)^{1/3} \right]. \quad (68)$$

Обчислюємо число Маха, при якому досягається максимальне значення коефіцієнта хвильового опору:

$$M_{Cd_{\alpha_{0w, \max}}} = \frac{1}{\cos \chi} \left[ 1 + \frac{0,4 \bar{c}^{-3/2}}{\cos \chi^{2/3}} \left( 2 - \lambda_{\text{eff}} \cdot (\bar{c} \cdot \cos^2 \chi)^{1/3} \right) \right]. \quad (69)$$

Далі для кожного з розрахункових чисел Маха, які перевищують  $M_{\text{critical}}$ , визначаємо коефіцієнт профільно-хвильового опору  $Cd_{\alpha(\text{wave})}$  за формулами:

$$\xi = \frac{M_{\infty} - M_{\text{critical}}}{M_{Cd_{\alpha_{0w, \max}}} - M_{\text{critical}}}; \quad (70)$$

$$Cd_{\alpha(\text{wave})} = Cd_{\alpha_{w, \max}} \cdot \xi^3 \cdot (4 - 3 \cdot \xi), \quad (71)$$

при  $M_{\infty} > M_{\text{critical}}$ , якщо  $M_{\infty} \leq M_{\text{critical}}$ , приймаємо  $Cd_{\alpha(\text{wave})} = 0$ .

Для кожного  $Cl > 0$  обчислюємо відповідне число Маха  $M_{\text{critical}(n)}$ :

$$M_{\text{critical}(n)} = M_{\text{critical}} - \sqrt{\bar{c}} \cdot (Cl)^{3/2}. \quad (72)$$

Для кожного з розрахункових чисел Маха, які перевищують,  $M_{\text{critical}(n)}$  визначаємо коефіцієнт індуктивно-хвильового опору  $Cd_{\alpha(i, \text{wave})}$  за формулою:

$$Cd_{i, w} = A \cdot Cd_i; \quad (73)$$

$$A = \lambda_{\text{eff}}^{-1/3} \cdot \bar{c} \cdot (M_{\text{critical}(n)})^3; \quad (74)$$

при  $M_{\infty} > M_{\text{critical}(n)}$ , якщо  $M_{\infty} \leq M_{\text{critical}(n)}$ , приймаємо  $Cd_{\alpha(i, \text{wave})} = 0$ .

Розраховуємо повні значення підйімальної сили, а також значення коефіцієнтів лобового опору, для кожного з кутів атаки відповідно до чисел Маха.

$$Cl = Cl_{\text{wing}} \frac{S_{\text{wing}}}{S_{\text{total}}} + Cl_{\text{stab}} \frac{S_{\text{stab}}}{S_{\text{total}}} + Cl_{(f+v, \text{tail})} \frac{S_{(f+v, \text{tail})}}{S_{\text{total}}} + Cl_{\text{float}} \frac{S_{\text{float}}}{S_{\text{total}}}; \quad (75)$$

$$Cd = Cd_{\text{wing}} \frac{S_{\text{wing}}}{S_{\text{total}}} + Cd_{\text{stab}} \frac{S_{\text{stab}}}{S_{\text{total}}} + Cd_{(f+v, \text{tail})} \frac{S_{(f+v, \text{tail})}}{S_{\text{total}}} + Cd_{\text{float}} \frac{S_{\text{float}}}{S_{\text{total}}}. \quad (76)$$

Для отримання напряму досить точних аеродинамічних характеристик літального апарату, за неможливості проводити польоти з реєстрацією даних на висотах понад 15 метрів, можливо використати довжину розбігу на водній поверхні без наявної течії та вітру, як у середовищі, що не змінює свої параметри. Знаючи швидкість відриву, за умови того, що нам відомо коефіцієнт тертя по поверхні, а також наявну статичну тягу, та її зміну від швидкості ми можемо досить точно визначити значення коефіцієнту підйімальної сили, для цього можемо використати наступну залежність:

$$Cl_{\text{LOF}} = \frac{2 \cdot \text{TOW} \cdot g}{\rho \cdot S \cdot v_{\text{LOF}}^2}, \quad (77)$$

де  $\text{TOW}$ , маса літака.

Наближено розбіг при зльоті  $\text{TOGA}_R$ , та ділянку початкового розгону з набором висоти  $\text{TOAD}$ , можна знайти через наступні залежності:

$$\text{TOGA}_R = \frac{v_{\text{LOF}}^2}{2 \cdot g \cdot \left( \frac{P}{\text{TOW} \cdot g} - \frac{1}{3 \cdot K} - \frac{2}{3} \cdot f \right)}; \quad (78)$$

$$\text{TOAD} = \frac{\text{TOW} \cdot g}{T_{\text{avail}} - T_{\text{reqir}}} \left( \frac{v_2^2 - v_{\text{LOF}}^2}{2 \cdot g} + 10,7 \right). \quad (79)$$

А повну злітну дистанцію TOD обчислити через залежність:

$$\text{TOD} = \text{TOGA}_R + \text{TOAD}. \quad (80)$$

Однак краще використовувати метод моделювання зльоту шляхом інтегрування диференціальних рівнянь руху літака вздовж злітної смуги. Для цього відповідно до початкових умов  $t = 0$ ;  $V_x = 0$ ;  $\text{TOD}(0) = 0$ , необхідно буде скласти систему рівнянь з початковими умовами

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{T_{\text{avail}} - D(v_x) - F_{\text{friction}}(v_x)}{\text{TOW}}; \quad (81)$$

$$D(v_x) - F_{\text{friction}}(v_x) = T_{\text{avail}} - \text{TOW} \cdot \frac{dv_x}{dt}; \quad (82)$$

$$v_x = \frac{d(\text{TOGA}_R)}{dt}; \quad (83)$$

$$L_{\text{force}}(v_x) = \text{TOW} \cdot g - N, \quad (84)$$

де  $F_{\text{friction}}$  представляє опір тертя, опір форми, та хвильовий опір підводної частини літаючого човна. Для визначення аеродинамічних характеристик під час розгону на етапі початкового набору висоти, необхідно застосувати наступні початкові умови  $V_x = V_{\text{LOF}}$ ;  $V_y = 0$ ;  $t = 0$ ;  $\text{TOAD} = 0$ . Та скористатися наступною системою рівнянь:

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{(T_{\text{avail}} - D(v_x))}{\text{TOW}}; \quad (85)$$

$$D(v_x) = T_{\text{avail}} - \text{TOW} \cdot \frac{dv_x}{dt}; \quad (86)$$

$$v_x = \frac{d(\text{TOAD})}{dt}; \quad (87)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{(L - \text{TOW} \cdot g)}{\text{TOW}}; \quad (88)$$

$$L = \text{TOW} \cdot \left( g + \frac{dv_y}{dt} \right). \quad (89)$$

Розв'язок рівнянь можна провести записавши рівняння в такому вигляді:

$$D(v_x) + F_{\text{friction}}(v_x) = \text{TOW} \cdot \frac{v(t) - v(t + \Delta t)}{\Delta t} + T_{\text{avail}}; \quad (90)$$

$$\text{TOGA}_R(t + \Delta t) = \text{TOGA}_R(t) + v(t) \cdot \Delta t. \quad (91)$$

Система розв'язується до виконання умови  $v \geq v_{\text{LOF}}$ .

Для розгону система рівнянь застосовується наступним чином:

$$v_x(t + \Delta t) = v_x(t) + \frac{(T - D(v_x))}{\text{TOW}} \cdot \Delta t; \quad (92)$$

$$D(v_x) = \text{TOW} \cdot \frac{v_x(t) - v_x(t + \Delta t)}{\Delta t} + T_{\text{avail}}; \quad (93)$$

$$\text{TOAD}(t + \Delta t) = \text{TOAD}(t) + v_x(t) \cdot \Delta t; \quad (94)$$

$$L(v) = \text{TOW} \cdot \left( \frac{v_y(t + \Delta t) - v_y(t)}{\Delta t} - g \right). \quad (95)$$

Результати розрахунків аеродинамічних характеристик за допомогою математичного апарату для літака з традиційним крилом, а також у варіанті пропульсивною силовою установкою, представлено в таблиці 4, та на рисунку 10.

### 3. Порівняння та аналіз даних отриманих в експериментах

Для верифікації результатів математичної моделі в першу чергу було проведено серію CFD симуляцій в середовищі X-Flow (рис. 11).

Для порівняння льотних характеристик на літаку прототипі, для якого раніше було створено традиційне крило, та пропульсивне крило за схемою Fan-Wing, рисунок 12.

Підтвердження характеристик, проводилось з пропульсивним крилом, представленим на рис. 13, де показано, як воно виглядає в зборі з роторним рушієм, та закінцівкою, на якій встановлено сервопривод, що керує адаптивним дефлектором, та правою консоллю, яка являє собою власне лише зовнішній вигляд профілю крила моделі.

Також було визначено, що літаку зі злітною масою 2,3 кг та традиційною силовою установкою необхідно набрати мінімальну швидкість в 10,72 м/с, та пройти в середньому близько 17 метрів по воді до повного відриву. Аеродинамічні характеристики при цьому узгоджуються з викладеним вище методом. Літаку з пропульсивною силовою установкою необхідно для відриву набрати швидкість в 7,65 м/с, та пройти при цьому відстань в 16,25 м. Відповідно до цього створена таблиця 5, та

Таблиця 4

Залежність коефіцієнта підйомної сили, та лобового опору від кута атаки отримані з математичних обчислень

$\alpha$	NACA4412		Propulsive	
	Cl	Cd	Cl	Cd
-11	-0,967	0,1774		
-10	-0,889	0,1612		
-9	-0,791	0,1365		
-8	-0,690	0,1138		
-7	-0,580	0,0911		
-6	-0,474	0,0731		
-5	-0,363	0,0572		
-4	-0,258	0,0455		
-3	-0,143	0,0361		
-2	-0,036	0,0289	-0,0902	0,0340
-1	0,074	0,0242	0,0130	0,0288
0	0,187	0,0227	0,1270	0,0265
1	0,300	0,0248	0,2501	0,0274
2	0,406	0,0303	0,3730	0,0315
3	0,512	0,0388	0,5050	0,0374
4	0,622	0,0498	0,6435	0,0450
5	0,723	0,0630	0,7956	0,0548
6	0,826	0,0792	1,0484	0,0686
7	0,917	0,0966	1,2520	0,0859
8	1,012	0,1168	1,5044	0,1005
9	1,112	0,1411	1,7362	0,1208
10	1,193	0,1645	1,9347	0,1412
11	1,265	0,1901	2,0406	0,1642
12	1,321	0,2127	2,0920	0,1855
13	1,370	0,2360	2,1291	0,2056
14	1,412	0,2571	2,1687	0,2249
15	1,442	0,2761	2,1849	0,2409
16	1,458	0,2895	2,1909	0,2507

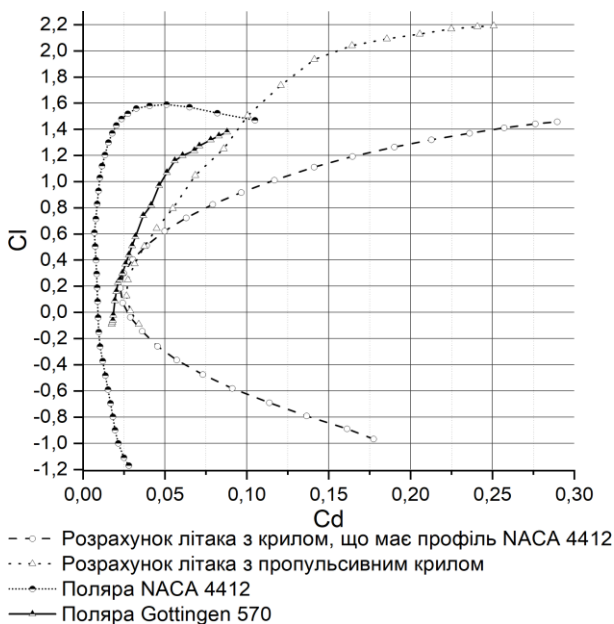


Рис. 10. Поляра аеродинамічних профілів NACA4412, та Gottingen 570, а також поляри для літака з профілем NACA4412, та пропульсивним крилом на базі профілю Gottingen 570, розраховані за допомогою математичної моделі

побудовано графіки аеродинамічних залежностей для реальних літаків з традиційним та пропульсивним крилом. Згідно до яких можна порівняти розрахунки запропонованим математичним апаратом, з врахуванням добре відомих традиційних залежностей для розрахунку фюзеляжу, та аеродинамічних поверхонь, у порівнянні з випробуваннями реального літака.

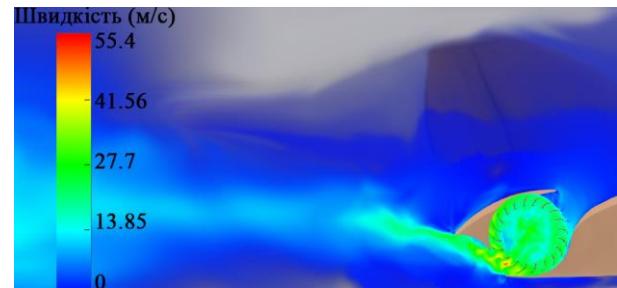


Рис. 11. CFD обчислення для верифікації математичної моделі з візуалізацією розподілу швидкості в перерізі крила



Рис. 12. Літак на випробувальному майданчику



Рис. 13. Натурна модель крила, на якій права консоль представлена з пропульсивною установкою, а ліва в розібраному стані, для демонстрації форми

На основі експерименту з CFD-обчисленнями, та реальних випробувань апроксимовано данні. Згідно до отриманих результатів сформовано таблицю 5, а також побудовано поляру (рис. 13).

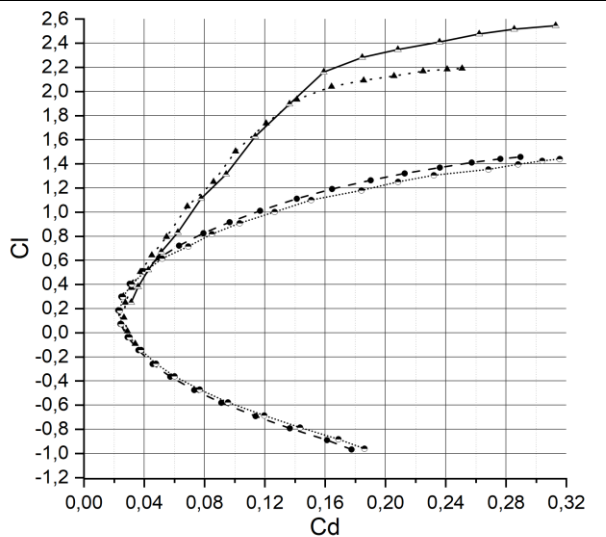
## Обговорення

Результати дослідження показують, що використання пропульсивного крила надає додаткові пере-

Таблиця 5

Залежність коефіцієнта підйимальної сили, та лобового опору від кута атаки отримані з CFD обрахунку, та підтвержені реальною моделлю

$\alpha$	NACA4412		Propulsive	
	Cl	Cd	Cl	Cd
-11	-0,960	0,1860		
-10	-0,882	0,1687		
-9	-0,785	0,1433		
-8	-0,685	0,1195		
-7	-0,576	0,0954		
-6	-0,470	0,0767		
-5	-0,361	0,0600		
-4	-0,256	0,0478		
-3	-0,141	0,0378		
-2	-0,036	0,0302		
-1	0,073	0,0247		
0	0,185	0,0237		
1	0,298	0,0258	0,2532	0,0313
2	0,402	0,0316	0,3813	0,0360
3	0,507	0,0404	0,5213	0,0426
4	0,616	0,0519	0,6708	0,0512
5	0,717	0,0692	0,8319	0,0622
6	0,818	0,0848	1,1138	0,0778
7	0,909	0,1032	1,3138	0,0943
8	1,002	0,1264	1,6282	0,1136
9	1,101	0,1506	1,8965	0,1363
10	1,181	0,1840	2,1617	0,1590
11	1,252	0,2083	2,2827	0,1846
12	1,307	0,2320	2,3479	0,2082
13	1,355	0,2683	2,4108	0,2358
14	1,397	0,2879	2,4773	0,2622
15	1,426	0,3039	2,5177	0,2853
16	1,441	0,3155	2,5465	0,3129



—•— Розрахунок для літака з профілем NACA 4412  
 ..... Реальні/CFD апрокс. розрахунки з NACA 4412  
 -•-•- Розрахунок для літака з пропульсивним крилом  
 —•— Реальні/CFD апрокс. розрахунки з пропульсивним крилом

Рис. 14. Поляри аеродинамічних профілів NACA4412, та Gottingen 570, а також поляри для літака з крилом, що має аеродинамічний профіль NACA4412, та пропульсивне крило

ваги для профілів великої товщини, а також дозволяє досягти значно більших коефіцієнтів підйимальної сили при зменшенні загального лобового опору. Однак, фізичний експеримент, а також математичне моделювання вказують на те, що дослідження попередніх вчених не є повністю коректними, оскільки ними не враховувалась диференціація тяги, яку вони рахували лише як від'ємний лобовий опір, а коефіцієнт підйимальної сили в попередніх дослідженнях враховувався в обрахунках разом з відхиленою тягою, що призводило до отримання недосяжних практичних значень їх моделей. Дана модель враховує всі ці фактори, тому є більш точною, та не є набагато більш складною для розрахунків.

## Висновки

Наукова стаття досліджує пропульсивне крило як нову концепцію аеродинамічного проектування, яка може вдосконалити ефективність та польотні властивості повітряних суден. Використовуючи аналітичні методи, обчислювальну гідродинаміку та моделювання для перевірки на збіжність результатів, та знаходження найбільш швидкого методу вирішення поставленої задачі з мінімальною похибкою. У даному кейсі ми досліджуємо вплив пропульсивного крила на аеродинамічні характеристики повітряного судна порівнюючи його з традиційними крилами, ми проводимо аналіз розрахункових методів, що вже відомі та проводимо адаптацію розрахункових методик для крила з роторним рушієм.

На основі порівняння математичної моделі з CFD обрахунком, та фізичним експериментом при злеті літака можна зробити висновок про те, що математична модель успішно визначає аеродинамічні характеристики пропульсивної системи літака. Результати, отримані за допомогою математичної моделі, демонструють високу збіжність з даними, отриманими в ході фізичного експерименту. Похибка становить не більше 7%. Це свідчить про те, що математична модель є надійним і ефективним інструментом для визначення аеродинамічних характеристик пропульсивної системи літака та може бути використана для прогнозування та оптимізації її роботи.

Подальші дослідження можуть включати розробку методик розрахунку панельно-вихровим методом, та слугувати у ролі подвійної валідації для отриманих результатів. В подальшому може бути розглянуто більш детально аналіз впливу різних факторів на ефективність пропульсивного крила, таких як розташування двигунів та їх потужність, а також моделювання впливу різних атмосферних умов.



Результати дослідження можуть бути використані для розробки нових генерацій повітряних суден, що мають пропульсивне крило.

**Внесок авторів:** формулювання проблеми – **Б. Г. Комаров, Д. М. Зінченко**; огляд та аналіз інформаційних джерел – **Б. Г. Комаров**; розробка дослідної моделі – **Б. Г. Комаров**; верифікація дослідної моделі, аналіз результатів верифікації, аналіз результатів апробації – **Д. М. Зінченко**.

Усі автори прочитали та погодилися з опублікованою версією рукопису.

## Література

1. Kummer, J. D. High-Lift Propulsive Airfoil with Integrated Crossflow Fan [Text] / J. D. Kummer, T. Q. Dang // *Journal of Aircraft*. – 2006. – Vol. 43, Iss.4. – P. 1059-1068. DOI: 10.2514/1.17610.

2. Numerical investigation of the quasi-vortex-ring state of the propulsive wing in vertical descent [Text] / Lu Jianxin, Lu Yang, Wang Junjie, Xu Xice, Shao Mengxue // *Aerospace Science and Technology*. – 2023. – Vol. 123. – Article No. 108075. – P. 1-14. DOI: 10.1016/j.ast.2022.108075.

3. Ramanathan, H. Prediction of Vortex Initiation using an Unsteady Panel Method with an Integral-Boundary-Layer Calculation [Text] / H. Ramanathan, A. Gopalarathnam // *AIAA AVIATION Forum*. – 2022. – P. 1-17. DOI: 10.2514/6.2022-3897.

4. Dang, Thong Q. Aerodynamics of cross-flow fans and their application to aircraft propulsion and flow control [Text] / Thong Q. Dang, Peter R. Bushnell // *Progress in Aerospace Sciences*. – 2009. – Vol. 45, Iss. 1-3. – P. 1-29. DOI: 10.1016/j.paerosci.2008.10.002.

5. Benferhat, S. Study of flows around fanwings [Text]: diss. ... PhD / S. Benferhat. – Oran, 2019. – 124 p.

6. Hasan, M. S. Mathematical modelling of potential flow over fanwing airfoil [Text] / M. S. Hasan, Salar Askari // *9th Cairo University International Conference on Mechanical Design and Production*. – 2008. – P. 133-143. – Available at: [https://www.researchgate.net/profile/Salar-Askari/publication/308720096\\_Mathematical\\_modelling\\_of\\_potential\\_flow\\_over\\_fanwing\\_airfoil/links/57ecbebe08aebb1961ffbb68/Mathematical-modelling-of-potential-flow-over-fanwing-airfoil.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Salar-Askari/publication/308720096_Mathematical_modelling_of_potential_flow_over_fanwing_airfoil/links/57ecbebe08aebb1961ffbb68/Mathematical-modelling-of-potential-flow-over-fanwing-airfoil.pdf). – 09.03.2023.

7. Numerical Investigation of an airfoil with embedded cross flow fan for propulsion/circulation control [Text] / Abdelrahman Kasem, Ahmad Gamal, Amr Hany, Hesham Gaballa, Karim Ahmed, Mina Romany, Mohamed Abdelkawy, Mohamed M. Abdelrahman // *Thirteenth International Conference of*

*Fluid Dynamics*. – 2018. – P. 1-9. - Available at: [https://www.researchgate.net/profile/Karim-Ahmed-22/publication/341071737\\_Numerical\\_Investigation\\_of\\_an\\_airfoil\\_with\\_embedded\\_cross\\_flow\\_fan\\_for\\_propulsioncirculation\\_control/links/6173be553c987366c3cfd8e9/Numerical-Investigation-of-an-airfoil-with-embedded-cross-flow-fan-for-propulsion-circulation-control.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Karim-Ahmed-22/publication/341071737_Numerical_Investigation_of_an_airfoil_with_embedded_cross_flow_fan_for_propulsioncirculation_control/links/6173be553c987366c3cfd8e9/Numerical-Investigation-of-an-airfoil-with-embedded-cross-flow-fan-for-propulsion-circulation-control.pdf). – 09.07.2023.

8. Identification of UAV model parameters from flight and computer experiment data [Text] / S. Kochuk, Nguyen Dinh Dong, A. Nikitin, Rafael Trujillo Torres // *Авіаційно-космічна техніка і технологія*. – 2021. – № 6. – С. 12-22. DOI: 10.32620/akt.2021.6.02.

9. The improvement and realization of finite-difference lattice Boltzmann method [Text] / Yifang Sun, Sen Zou, Guang Zhao, Bei Yang // *Авіаційно-космічна техніка і технологія*. – 2021. – № 1. – С. 4-13. DOI: 10.32620/akt.2021.1.01.

## References

1. Kummer, J. D. & Dang, T. Q. High-Lift Propulsive Airfoil with Integrated Crossflow Fan. *Journal of Aircraft*, 2006, vol. 43, iss. 4, pp. 1059-1068. DOI: 10.2514/1.17610.

2. Lu, J., Lu, Y., Wang, J. Xu, X. & Shao, M. Numerical investigation of the quasi-vortex-ring state of the propulsive wing in vertical descent. *Aerospace Science and Technology*, 2023, vol. 123, article no. 108075, pp. 1-14. DOI: 10.1016/j.ast.2022.108075.

3. Ramanathan, H. & Gopalarathnam, A. Prediction of Vortex Initiation using an Unsteady Panel Method with an Integral-Boundary-Layer Calculation. *AIAA AVIATION Forum*, 2022, pp. 1-17. DOI: 10.2514/6.2022-3897.

4. Dang, Thong Q. & Bushnell, Peter R. Aerodynamics of cross-flow fans and their application to aircraft propulsion and flow control. *Progress in Aerospace Sciences*, 2009, vol. 45, iss. 1-3, pp. 1-29. DOI: 10.1016/j.paerosci.2008.10.002.

5. Benferhat, S. *Étude des écoulements autour des fanwings*. PhD. [Study of flows around fanwings. PHD]. Oran, 2019. 124 p

6. Hasan, M. S. & Askari, Salar. Mathematical modelling of potential flow over fanwing airfoil. *9th Cairo University International Conference on Mechanical Design and Production*, 2008, pp. 133-143. Available at: [https://www.researchgate.net/profile/Salar-Askari/publication/308720096\\_Mathematical\\_modelling\\_of\\_potential\\_flow\\_over\\_fanwing\\_airfoil/links/57ecbebe08aebb1961ffbb68/Mathematical-modelling-of-potential-flow-over-fanwing-airfoil.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Salar-Askari/publication/308720096_Mathematical_modelling_of_potential_flow_over_fanwing_airfoil/links/57ecbebe08aebb1961ffbb68/Mathematical-modelling-of-potential-flow-over-fanwing-airfoil.pdf). (accessed 09.03.2023).

7. Kasem A., Gamal, A., Hany, A., Gaballa, H., Ahmed, K., Romany, M., Abdelkawy, M. &

Abdelrahman, M. M. Numerical Investigation of an airfoil with embedded cross flow fan for propulsion/circulation control. *Thirteenth International Conference of Fluid Dynamics*, 2018, pp. 1-9. Available at: [https://www.researchgate.net/profile/Karim-Ahmed-22/publication/341071737\\_Numerical\\_Investigation\\_of\\_an\\_airfoil\\_with\\_embedded\\_cross\\_flow\\_fan\\_for\\_propulsion\\_circulation\\_control/links/6173be553c987366c3cfde9/Numerical-Investigation-of-an-airfoil-with-embedded-cross-flow-fan-for-propulsion-circulation-control.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Karim-Ahmed-22/publication/341071737_Numerical_Investigation_of_an_airfoil_with_embedded_cross_flow_fan_for_propulsion_circulation_control/links/6173be553c987366c3cfde9/Numerical-Investigation-of-an-airfoil-with-embedded-cross-flow-fan-for-propulsion-circulation-control.pdf). (accessed 09.03.2023).

8. Kochuk, S., Dong Nguyen Dinh, Nikitin, A. & Torres Rafael Trujillo. Identification of UAV model parameters from flight and computer experiment data. *Aviacijno-kosmicna tehnika i tehnologija – Aerospace technic and technology*, 2021, no. 6, pp. 12-22. DOI: 10.32620/akt.2021.6.02.

9. Sun, Y., Zou, S., Zhao, G. and Yang, B. The improvement and realization of finite-difference lattice Boltzmann method. *Aviacijno-kosmicna tehnika i tehnologija – Aerospace technic and technology*, 2021, no. 1, pp. 4-13. DOI: 10.32620/akt.2021.1.01.

Надійшла до редакції 15.03.2023, розглянута на редколегії 08.08.2023

## INFLUENCE OF WING SHAPE ON CHARACTERISTICS OF FAN-WING AIRCRAFT POWER PLANT

*Bohdan Komarov, Dmytro Zinchenko*

The **subject** of the study is the modeling and obtaining of aerodynamic characteristics and determining the aerodynamic forces acting on an aircraft with a propulsive wing using a mathematical model. The research is based on mathematical methods and proposes a comprehensive model that accurately describes the interaction of airflow with wing and rotor propulsion. The **aim** of this study is to find solutions for faster calculations and approximate analysis of wings and aircraft that use them, compared to CFD methods. The **task** is to find methods that can perform calculations based only on geometric shapes and a minimal set of data that can be obtained by the researcher. The article begins with a review of previous research in the field of aerodynamics, demonstrating the need for the development of new models to better understand the aerodynamic forces generated by wing and rotor propulsion. A new mathematical model is considered, using **methods** based on Bernoulli's equation and taking into account parameters such as wing shape, angle of attack, airflow velocity, and rotor propulsion characteristics. This article describes the mathematical equations and approaches used to model aerodynamic forces. They include physical laws such as Newton's laws, the conservation of mass and momentum, and basic aerodynamic equations. Validation of the model was conducted by comparing the obtained results with experimental data. To verify the correctness of the presented claims, a series of computational experiments using numerical methods are performed to calculate the dynamic characteristics for different wing and rotor propulsion configurations, and the obtained data are compared. Through careful experiments and data analysis, the research **results** are expected to provide valuable insights into the practical implementation of an integrated tangential fan system in a wing by evaluating its efficiency, limitations, and potential advantages. This work can help engineers determine optimal wing and rotor propulsion configurations to achieve better aerodynamic efficiency and ensure the desired flight characteristics. This research can make an important contribution to the development of aviation technology and to the improvement of aircraft with rotor propulsion. **Conclusions:** the article proposes a new mathematical model for calculating the aerodynamic forces generated by wing and rotor propulsion and demonstrates its speed and efficiency by comparing it with experimental data. This research is just the first step in creating a mathematical framework. To improve calculation results and enable automation for greater variability in shape, the panel-vortex method with the consideration of flow acceleration over panel surfaces is more suitable. However, even at this stage, the research results can contribute to the development and optimization of aircraft structures with propulsive devices embedded in the wing design.

**Keywords:** mathematical model; propulsive wing; cross-flow fan; aerodynamic profile.

**Комаров Богдан Глібович** – асп., асист. каф. космічної інженерії, Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського", Київ, Україна.

**Зінченко Дмитро Миколайович** – канд. техн. наук, доц., доц. каф. космічної інженерії, Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського", Київ, Україна.

**Bohdan Komarov** – PhD Student, Assistant of Space Engineering Department, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine, e-mail: b.komarov@kpi.ua, ORCID: 0000-0003-2490-6221.

**Dmytro Zinchenko** – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of Space Engineering Department, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine, e-mail: dmytro.m.zinchenko@gmail.com, ORCID: 0000-0002-6171-0781.