

УДК 519.24

Н. Д. КОШЕВОЙ¹, И. И. КОШЕВАЯ¹, Л. Г. РАСКИН²¹ *Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина*² *Национальный технический университет «ХПИ», Украина*

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНЫХ ПО СТОИМОСТНЫМ ИЛИ ВРЕМЕННЫМ ЗАТРАТАМ ПЛАНОВ ПОЛНОГО ФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Предложен метод синтеза оптимального по стоимостным и временным затратам плана полного факторного эксперимента, основанный на применении кода Грея и позволяющий проводить поиск без полного перебора всех вариантов перестановок. Сформирован каталог оптимальных планов полного факторного эксперимента для количества факторов k от 2 до 5. Проверка работоспособности разработанного метода осуществлена на примерах исследования оптоволоконного преобразователя угла поворота в цифровой код и технологического процесса изготовления деталей горячей штамповкой. Получены оптимальные по стоимостным и временным затратам планы экспериментов для исследования указанных объектов. Доказано, что порядок следования строк по возрастанию числа изменений уровней факторов должен соответствовать порядку следования факторов по убыванию затрат при изменении уровней факторов.

Ключевые слова: оптимальный план полного факторного эксперимента, код Грея, каталог планов.

Постановка проблемы

При проведении экспериментальных исследований в промышленности и науке важное значение приобретает повышение их эффективности. При этом естественно стремление экспериментаторов получать адекватные математические модели объектов исследования при минимальных временных и стоимостных затратах. Желание упростить и повысить точность процедур обработки экспериментов стимулировало развитие специального раздела теории планирования экспериментов, результатом которого стали ортогональные планы полного факторного эксперимента [1]. Реализация процедур исследования систем с использованием этой модели при решении множества реальных задач в технике [2, 3], экономике [4], социологии и т.д. потребовала разработки технологии формирования рационального порядка проведения экспериментов.

Изменение порядка проведения опытов плана эксперимента существенно влияет на время и стоимость реализации эксперимента, так как переход от одного опыта к другому неравнозатратен. При увеличении количества факторов в плане эксперимента усложняется поиск плана с наименьшей стоимостью (или временем реализации).

Поэтому важной задачей является создание методов синтеза оптимальных по стоимостным или временным затратам планов многофакторных экспериментов.

Анализ последних исследований и публикаций

Известны примеры применения для синтеза оптимальных по стоимости (или времени реализации) планов полного факторного эксперимента (ПФЭ) таких методов, как полный перебор, случайный поиск, метод ветвей и границ, последовательного приближения [2, 5-8]. При применении метода полного перебора с увеличением числа факторов значительно возрастает количество рассматриваемых перестановок строк матрицы планирования эксперимента. Так, например, для числа факторов $k=3$ число перестановок $P=40320$, а при $k=5$ уже $P=2,63 \cdot 10^{35}$. Методы случайного поиска, ветвей и границ, последовательного приближения не гарантируют получение оптимального плана полного факторного эксперимента [2, 5-8].

Цель работы

Разработка метода синтеза оптимального плана полного факторного эксперимента, позволяющего проводить поиск без полного перебора всех вариантов перестановок.

Основные результаты исследований

План полного факторного эксперимента отображается в виде булевой матрицы, каждой строке которой ставится в соответствие её номер. Поэтому порядок проведения опытов однозначно задается

последовательностью строк этой матрицы. Если затраты на переход от одного опыта к другому одинаковы, тогда задача сводится к построению маршрута обхода строк ПФЭ, для которого число изменений уровня факторов минимально. Полное решение этой задачи приведено в [9]. Вместе с тем, хорошо известен метод частичного её решения, получаемый с использованием кода Грея. Код Грея – система счисления, в которой два соседних значения различаются только в одном разряде. В связи с этим понятно, что он может быть использован для синтеза оптимального по стоимости или времени плана полного факторного эксперимента. Суть предлагаемого метода заключается в том, что полный факторный эксперимент представляется в виде кодовой маски, выполненной в коде Грея. Поиск оптимального плана ПФЭ с использованием предложенного метода осуществляется в следующем порядке.

1. Для количества разрядов, равных количеству факторов в эксперименте, строится кодовая маска в коде Грея [2]. Например, для количества факторов $k=3$ кодовая маска в коде Грея представлена на рис. 1.

2. Используя кодовую маску (см. рис. 1), строится план эксперимента, оптимальный по суммарному количеству переходов из уровней «-1» на «+1» и из «+1» на «-1» (рис. 2).

Десятичное число	0	1	2	3	4	5	6	7
1 разряд		■	■			■	■	
2 разряд			■	■	■	■		
3 разряд					■	■	■	■

Рис. 1. Кодовая маска в коде Грея для $k=3$

Номер опыта	1	2	3	4	5	6	7	8
X_1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1
X_2	-1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1
X_3	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1

Рис. 2. План ПФЭ для $k=3$

Для построения оптимального плана эксперимента можно использовать два следующих правила:

- 1) заполнение строк плана эксперимента начинают с «-1», количество которых определяется как 2^{i-1} , где i – номер фактора;
- 2) в дальнейшем до формирования плана идет чередование групп символов из «+1» и «-1», количество которых в группе определяется как 2^i .

Примеры построения таких планов для количества факторов k от 2 до 5 приведены на рис. 3.

	1	2	3	4		1	2	3	4	5	6	7	8			
X_1	-1	+1	+1	-1		-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1			
X_2	-1	-1	+1	+1		-1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1			
	k=2					k=3										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
X_1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1
X_2	-1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1
X_3	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1
X_4	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
	k=4															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
X_1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1
X_2	-1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1
X_3	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1
X_4	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
X_5	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
X_1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1
X_2	-1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1
X_3	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1
X_4	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
X_5	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
	k=5															

Рис. 3. Каталог оптимальных планов ПФЭ для количества факторов $k=2,3,4,5$

Отметим важное единство построенных планов: все эти планы сохраняют минимальное суммарное число изменений уровней факторов, равное $2^k - 1$ при перестановке строк матрицы. С учетом этого сформулируем простое правило получения плана с минимальными затратами [9]: порядок следования строк по возрастанию числа изменений уровней факторов должен соответствовать порядку следования факторов по убыванию затрат при изменении уровня факторов. Проверка работоспособности предложенного метода осуществлялась на примере исследования оптоволоконного преобразователя угла поворота в цифровой код [5, 10]. При этом стоимости изменений значений уровней факторов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Стоимости S_{x_i} изменений значений уровней факторов

Переход уровней	S_{x_1} , у.е.	S_{x_2} , у.е.	S_{x_3} , у.е.
«0» → «-1»	1,5	4,0	5,5
«0» → «+1»	1,7	4,5	5,8
«-1» → «0»	1,7	4,2	5,6
«+1» → «0»	1,5	4,0	5,5
«-1» → «+1»	3,2	6,8	7,0
«+1» → «-1»	3,0	5,5	6,4

В результате применения предложенного метода синтеза оптимальных по стоимости реализации планов ПФЭ получен исходный план для количества факторов $k=3$ (см. рис. 3).

При модификации этого плана путем перестановки его строк в соответствии с правилом и просчета стоимостей реализации полученных планов ПФЭ имеем таблицу 2.

Таблица 2

Стоимости реализации планов ПФЭ, полученных перестановкой строк исходного плана

Планы ПФЭ	$X_1X_2X_3$	$X_1X_3X_2$	$X_2X_1X_3$	$X_2X_3X_1$	$X_3X_1X_2$	$X_3X_2X_1$
Стоимость, у.е.	54,1	54,9	60,2	63,5	62,1	64,6

Таким образом, оптимальным по стоимости реализации является удовлетворяющий правилу исходный план ПФЭ ($X_1X_2X_3$), стоимость которого равна 54,1 у.е.

Исследовался также технологический процесс изготовления деталей горячей штамповкой [5, 11, 12]. При этом времена изменений уровней факторов приведены в табл. 3.

Таблица 3

Времена изменений уровней факторов

Время изменений, мин	Факторы		
	X_1	X_2	X_3
из «0» в «+1»	30	22	7,5
из «0» в «-1»	25	5	3,75
из «-1» в «+1»	30	22	3,75
из «+1» в «-1»	25	5	7,5

В результате применения предложенного метода синтеза оптимальных по времени реализации планов ПФЭ получен исходный план для количества факторов $k=3$ (см. рис. 3).

При модификации этого плана путем перестановки его строк и просчета времен реализации полученных планов ПФЭ имеем таблицу 4.

Таблица 4

Времена реализации планов ПФЭ, полученных перестановкой строк исходного плана

Планы ПФЭ	$X_1X_2X_3$	$X_1X_3X_2$	$X_2X_1X_3$	$X_2X_3X_1$	$X_3X_1X_2$	$X_3X_2X_1$
Время, мин	174,5	177,0	146,5	129,0	133,25	113,25

Таким образом, оптимальным по времени реализации является план ПФЭ ($X_3X_2X_1$), время реализации которого равно 113,25 мин.

Заключение

Предложен метод синтеза оптимального по стоимостным (временным) затратам плана полного факторного эксперимента, основанный на применении кода Грея и позволяющий проводить поиск плана без полного перебора вариантов перестановок. При составлении плана ПФЭ в качестве фактора X_1 следует выбирать такой, который имеет наименьшие стоимости (времена) изменений значений уровней фактора. Последующие факторы следует выбирать с учетом возрастания этих стоимостей (времен).

Литература

1. Fisher, R. *On the mathematical foundation of theoretical statistics [Text] / R. Fisher // Philosophical Transactions on the Royal society.* – 1922. – P. 309-368.
2. Оптимальне планування експерименту при дослідженні технологічних процесів, приладів і систем [Текст] : навч. посіб. / М. Д. Кошовий, О. М. Костенко, О. В. Заболотний та ін. – Х. : Нац. аеро-косм. ун-т «Харк. авіац. ін-т», 2010. – 161 с.
3. Костенко, Ю. Т. Прогнозирование технического состояния систем управления [Текст] / Ю. Т. Костенко, Л. Г. Раскин. – Х. : «Основа», 1996. – 303 с.
4. Серая, О. В. Многомерные модели логистики в условиях неопределенности [Текст] / О. В. Серая. – Х. : ФОП Стеценко И.И., 2010. – 512 с.
5. Кошевой, Н. Д. Оптимальное по стоимостным и временным затратам планирование эксперимента [Текст] : монография / Н. Д. Кошевой, Е. М. Костенко. – Полтава : издатель Шевченко Р. В., 2013. – 317 с.
6. *Application of optimal planning methodologies for investigation of technological processes, devices and systems [Text] / Irina Kirichenko, Nikolay Koshevoy, Elena Kostenko, Victoriia Rozhnova // TEKA. Commission of motorization and energetics in agriculture.* – Lublin, 2013. – Vol. 13, № 3. – P. 90–97.
7. *Optimum planning of experiment in manufacturing the electronic equipment [Text] / N. D. Koshevoy, E. M. Kostenko, V. A. Gordienko, V. P. Syroklin // Telecommunications and Radio Engineering.* – 2011. – Vol. 70, № 8. – P. 731–734.
8. *Investigation into optoelectronic aviation angle meter by the design – of – experiments method [Text] / A. S. Oganessian, M. V. Thehovsky, N. D. Koshevoy, V. A. Gordienko // Telecommunications and Radio Engineering.* – 2010. – Vol. 69, № 9. – P. 841–847.
9. Раскин, Л. Г. Планирование многофакторного эксперимента при рациональной организации тестирования систем [Текст] / Л. Г. Раскин, О. В. Серая // Системы обработки информации. – 2016. – Вып. 3 (140). – С. 154-158.
10. Кошевой, Н. Д. Оптимизация параметров распределения торцов световодов оптоволоконного преобразователя угла поворота в код [Текст] / Н. Д. Кошевой, О. Л. Бурлеев, Е. М. Костенко // Вісник Черкаського державного технологічного університету. – 2010. – № 4. – С. 110-112.
11. Kirichenko, I. *The experiment planning and technological process modeling of the details manufacturing by hot stamping [Text] / I. Kirichenko, N. Koshevoy, V. Sytnik // TEKA. Commission of motorization and Power Industry in agriculture.* – OL PAN, Lublin, 2011. – Vol. XI в. – P. 42–47.
12. *Повышение качества технологического процесса изготовления деталей горячей штамповкой [Текст] / Н. Д. Кошевой, М. В. Цеховской, Е. М. Костенко и др. // IV Междунар. научно-практ.*

конф. «Качество технологий – качество жизни», 15–19 сентября, Судак – Харьков, 2011. – С. 19–21.

References

1. Fisher, R. *On the mathematical foundation of theoretical statistics. Philosophical Transactions on the Royal society*, 1922. pp. 309-368.
2. Koshovyy, M. D., Kostenko, O. M., Zabolotniy O. V., Pavlik, A. V., Tsehovskyy, M.V., Knish V.A. *Optymal'ne planuvannya eksperymentu pry doslidzhenni tekhnolohichnykh protsesiv, prykladiv i system [Optimal planning of experiment in the study of technological processes devices and systems: a tutorial].* Kharkiv, Nats. aerokosm. un-t «Khark. aviats. in-t» Publ., 2010. 161 p.
3. Kostenko, Yu. T., Raskin, L. G. *Prognozirovanie tehniceskogo sostoyaniya sistem upravleniya [The technical state of the control systems prediction].* Kharkov, «Osnova» Publ., 1996. 303 p.
4. Seraya, O. V. *Mnogomernyye modeli logistiki v usloviyah neopredelennosti [Multivariate logistic models under uncertainty].* Kharkiv, FOP Stetsenko I. I. Publ., 2010. 512 p.
5. Koshevoy, N. D., Kostenko, E. M. *Optimalnoe po стоимостным i vremennym zatratam planirovaniya eksperimenta : monografiya [Optimal planning of the experiment in cost and time parameters: the monograph].* Poltava, Shevchenko R. V. Publ., 2013. 317 p.
6. Kirichenko, I., Koshevoy, N., Kostenko, E., Rozhnova, V. *Application of optimal planning methodologies for investigation of technological processes, devices and systems. TEKA. Commission of motorization and energetics in agriculture. Lublin, 2013, vol. 13, no. 3, pp. 90–97.*
7. Koshevoy, N. D., Kostenko, E. M., Gordienko, V. A., Syroklin, V. P. *Optimum planning of experiment in manufacturing the electronic equipment. Telecommunications and Radio Engineering.* 2011, vol. 70, no. 8, pp. 731–734.
8. Oganessian, A. S., Thehovsky, M. V., Koshevoy, N. D., Gordienko, V. A. *Investigation into optoelectronic aviation angle meter by the design – of – experiments method. Telecommunications and Radio Engineering,* 2010, vol. 69, no. 9, pp. 841–847.
9. Raskin, L. G., Seraya, O. V. *Planirovanie mnogofaktornogo eksperimenta pri ratsionalnoy organizatsii testirovaniya sistem [Planning of multivariate experiment with rational organization of systems test]. Information Processing Systems,* 2016, vol. 3(140), pp. 154-158.
10. Koshevoy, N. D., Burleev, O. L., Kostenko, E. M. *Optimizatsiya parametrov raspredeleniya tortsov svetovodov optovolononogo preobrazovatela ugla povorota v kod [Optimizing the parameters of the distribution of the fiber end fiber optic converter angle in code.] Visnik Cherkaskogo derzhavnogo tehnologichnogo universitetu,* 2010, no. 4, pp. 110-112.
11. Kirichenko, I., Koshevoy, N., Sytnik V. *The experiment planning and technological process model-*

ing of the details manufacturing by hot stamping. *ТЕКА. Commission of motorization and Power Industry in agriculture*, OL PAN, Lublin, 2011, vol. XI b, pp. 42–47.

12. Koshevoy, N. D., Tsehovskoy, M. V., Kostenko, E. M. Povyshenie kachestva tehnologicheskogo

protssesa izgotovleniya detaley goryachey shtampovkoy [Improving the quality of the technological process of manufacturing details by hot stamping]. *IV Intern. Scient. Conf. «The quality of technology - Quality of Life»*, September 15-19, Sudak - Kharkiv, 2011, pp. 19-21.

Поступила в редакцію 29.04.2016, рассмотрена на редколлегии 12.05.2016

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНИХ ЗА ВАРТІСНИМИ АБО ЧАСОВИМИ ВИТРАТАМИ ПЛАНІВ ПОВНОГО ФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

М. Д. Кошовий, І. І. Кошова, Л. Г. Раскін

Запропоновано метод синтезу оптимального за вартісними і часовими витратами плану повного факторного експерименту, оснований на використанні коду Грея, що дає можливість проводити пошук без повного перебору всіх варіантів перестановок. Сформовано каталог оптимальних планів повного факторного експерименту для кількості факторів k від 2 до 5. Оцінку працездатності розробленого методу проведено на прикладах дослідження оптоволоконного перетворювача кута повороту в цифровий код і технологічного процесу виготовлення деталей гарячою штамповкою. Отримано оптимальні за вартісними і часовими витратами плани експерименту для дослідження вказаних об'єктів. Доведено, що порядок слідування строк по збільшенню числа змін рівнів факторів повинен відповідати порядку слідування факторів по зменшенню затрат при зміні рівнів факторів.

Ключові слова: оптимальний план повного факторного експерименту, код Грея, каталог планів.

SYNTHESIS OF OPTIMAL PLAN FOR COST OR TIME-CONSUMING IN FULL FACTORIAL EXPERIMENT

N. D. Koshevoy, I. I. Koshevaya, L. G. Raskin

The method for synthesizing optimal plan for cost and time-consuming in full factorial experiment based on the use of Gray code were developed. It allows to search without a complete sort out of all the permutations of options. The catalog of optimal plans of full factorial experiment for a number of factors from 2 to 5 was formed. Check the performance of this method was carried out by the example of research in fiber angle converter into a digital code, and the technological process of manufacturing detail by hot stamping. Optimum plans of the experiment in cost and time-consuming were studied for these objects. It was proved that the sequence of the rows in increasing number of factors levels change must correspond to the sequence of factors in decreasing of cost by changing the levels of the factors.

Keywords: optimal plan of full factorial experiment, Gray code, plans catalog.

Кошовий Николай Дмитриевич – д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой авиационных приборов и измерений, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина, e-mail: kafedraapi@rambler.ru.

Кошова Ирина Ивановна – аспирант каф. авиационных приборов и измерений, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

Раскин Лев Григорьевич – д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой компьютерного мониторинга и логистики, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт».

Koshevoy Nikolay Dmitrievich – Dr. Sc. in technology, prof., Head of the Department of aircraft instruments and measurements, National Aerospace University «Kharkiv Aviation Institute», Kharkov, Ukraine, e-mail: kafedraapi@rambler.ru.

Koshevaya Irina Ivanovna – post-graduate student of Department of aircraft instruments and measurements, National Aerospace University «Kharkiv Aviation Institute», Kharkov, Ukraine

Raskin Lev Hrihorovic – Dr. Sc. in technology, prof., Head of the Department of computer monitoring and logistics, the National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute».