

doi:10.32620/oikit.2018.82.05

УДК 656.19

А. М Суббота, Е. Ю. Костерная

Кинематика движения робота с тремя роликонесущими колесами

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского
«Харьковский авиационный институт»*

Описано историческое развитие мехатронных устройств, начиная с древних времен и заканчивая настоящим временем. Подчеркнуто, что развитие современной робототехники в соответствии с работой в агрессивных средах представляет собой весьма актуальную задачу. Особенno важным является создание автономно-функционирующих роботов для работы в зонах повышенной радиации, химически зараженной местности, разминировании, при пожаротушении и т.д. Рассмотрена физика движения механической системы, представляющая собой платформу на трех роликонесущих колесах или так называемых омниколесах. Для этого выводятся уравнения кинематики движения платформы, основанные на матрицах преобразования, позволяющие получить суммарные зависимости проекций линейных скоростей роликонесущих колес на оси неподвижной (базовой) системы координат. Указано, что переход к движению из положения при $\psi = 0^\circ$ к положению при $\psi = 90^\circ$ может быть осуществлен двумя способами. При первом способе выполняется разворот робота на 90° вокруг центра масс путем создания крутящего момента относительно вертикальной оси робота OY_k с последующим движением параллельно оси $O\xi$. При втором способе – путем создания такого состояния колес, т.е. величины линейной скорости и ее направления, которое обеспечит линейное перемещение центра масс робота в заданном направлении без предварительного разворота корпуса относительно вертикальной оси. Отмечено, что первый способ по отношению ко второму имеет как преимущества, так и недостатки. К преимуществам следует отнести простоту в управлении и возможность жесткого закрепления камеры обзора на корпусе платформы. Однако этот способ является более энергозатратным и требующим дополнительного времени на осуществление разворота камеры на заданное направление. Второй способ не лишен указанных недостатков, а обзорная камера может иметь поворотный механизм, что обеспечивает независимое ее функционирование от системы управления положением корпуса платформы. Учитывая сказанное, рассматривается кинематика движения платформы согласно второму способу. В качестве примера показано, что при совместном решении полученных уравнений кинематики, например, для выбранных взаимно перпендикулярных направлений движения центра масс платформы, характеризуемых углами $\psi = 0$ или 90° , легко можно объяснить физику перемещения платформы в заданном направлении с любого исходного положения без предварительного разворота на заданное направление.

Ключевые слова: платформа с омниколесами, роликонесущие колеса, кинематика, система уравнений, движение.

Введение. Робототехника как наука полное право на свое существование практически получила только в XX веке, хотя начало ее развития может быть отнесено к I веку н.э. Для этого достаточно вспомнить о «чудо»-машинах, описанных в книгах древнегреческого инженера и математика Герона Александрийского. В средние века в Европе и на Ближнем Востоке особенной популярностью пользовались различные автоматизированные механизмы часов и игрушек (часы «слон» Леонардо да Винчи, автомат-«монах»). Постепенное расширение области применения принципов автоматизации привело к созданию в

1738 г. французским инженером Жаком де Вокансоном механического аналога человека – «игрока на флейте», а также механической утки, могущей издавать звуки, пить и плавать. Автоматы продолжали развлекать людей в течение всего XIX века. Наконец, в 1954 г. впервые был запущен в работу программируемый промышленный робот «Unimate» разработки Джорджа Девола (George Charles Devol). В 2005 г. журнал «Popular Mechanics» помещает робота-манипулятора «Unimate» на одну из первых позиций в списке величайших изобретений второй половины XX века вместе с пультом дистанционного управления телевизором, микроволновой печью и реактивным лайнером [1].

В современном мире идея создания различного рода машин, механизмов, роботов, которые могли бы заменить человека, особенно в условиях работы в опасных средах, получила дальнейшее развитие. При этом как аксиому можно раз и навсегда принять, что затраты на разработку таких машин и роботов всегда будут оправданными, так как они могут спасти не одну человеческую жизнь, предотвратить экологическую катастрофу с учетом выполнения различного рода операций там, куда, казалось бы, даже «защищенному» человеку вход закрыт. Вот почему важны разработки роботов для сапёров, пожарных, для работы на территориях с химическим, радиационным или другим заражением. Однако к настоящему времени необходимых для перечисленных целей промышленных роботов еще недостаточно или они вовсе отсутствуют.

Анализ современных направлений развития роботов, которые обладали бы хорошей манёвренностью, быстродействием, возможностью автономного управления, показывает, что наиболее перспективными являются роботы, выполненные на базе платформ с роликонесущими колесами или так называемыми шведскими, омниколесами или колесами Илона [2,3].

Постановка задачи. Одной из основных особенностей роликонесущих колес является то, что они обеспечивают платформу дополнительными степенями свободы и позволяют ей с точки старта переместиться в любом произвольно заданном направлении без предварительного разворота на заданное направление. Естественно, это достигается ценой усложнения конструкции и повышенной сложностью законов управления [4,5]. При этом в большинстве известных работ основное внимание уделяется не столько вопросам, поясняющим физику принципов возможности таких форм движения платформы с тремя роликонесущими колесами, сколько получению ее уравнений динамики [6,7]. В качестве исходных положений используется принцип Д'Аламбера – Лагранжа, что приводит к достаточно громоздким выкладкам вследствие необходимости применения обобщенных координат и скоростей либо использования уравнений Аппеля, связанных с достаточно сложным выводом уравнений энергии ускорений [8,9]. Применение лаконичных форм уравнений движения в динамике неголономных мобильных роботов [10], предложенных Я. В. Татариновым в 2005 г., также не упрощает понимание физики своеобразных форм движения роботов, например, конкретно с тремя роликонесущими колесами.

В связи с этим целью данной работы является получение уравнений кинематики, на базе которых упрощается понимание физики, возможности создания движения робота с тремя роликонесущими колесами в любом из заданных направлений без предварительного разворота платформы.

Получение выражений суммарных значений скоростей платформы относительно неподвижной системы координат $O\xi\eta\xi$. Для решения поставленной задачи выберем следующие системы координат:

$O\xi\eta\zeta$ – неподвижная система координат, плоскость которой образована осями $O\xi$ и $O\zeta$, параллельна подстилающей поверхности, ось $O\eta$ перпендикулярна поверхности $O\xi\zeta$ и совместно с осями $O\xi$ и $O\zeta$ образует правую систему координат;

OX_kYZ_k – система координат, жестко связанная с корпусом платформы, начало координат (точка O) которой совпадает с центром масс платформы, ось OX_k совпадает с осью продольной симметрии платформы, ось OZ_k лежит в плоскости платформы и совместно с осью OX_k образуют плоскость, параллельную подстилающей поверхности, ось OY_k перпендикулярна плоскости OX_kZ_k и дополняет оси OX_k и OZ_k до правой системы координат;

OX_iYZ_i , $i = \overline{1,3}$ – системы координат, связанные с роликонесущими колесами, при этом оси OX_i совпадают с осями вращения колес, оси $OZ_i \perp OX_i$ и совместно с осями OX_i образуют плоскости OX_iZ_i , параллельные подстилающей поверхности, оси OY_i лежат в плоскости колеса и являются перпендикулярными к плоскостям OX_iZ_i .

Угловые скорости вращения колес ω_i совпадают с соответствующими осями OX_i , линейные скорости V_i каждого колеса как касательные к ободу колес предполагаем совпадающими с осями OZ_i .

При движении платформы направление последней определяется углом ψ поворота системы координат OX_kYZ_k относительно системы координат $O\xi\eta\zeta$.

Указанные системы координат показаны на рис. 1.

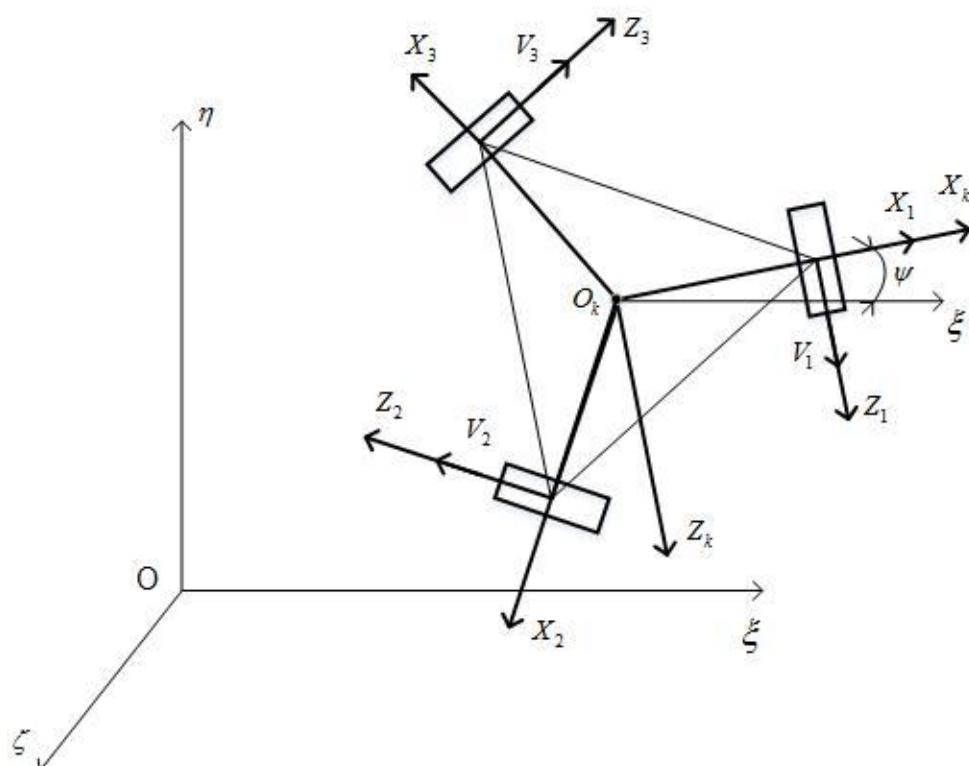


Рис. 1. Расположение осей координат $O\xi\eta\zeta$, OX_kYZ_k и OX_iYZ_i ($i = \overline{1,3}$)

При перемещении платформы относительно неподвижной системы координат $O\xi\eta\zeta$ с учетом заданного угла поворота ψ , лежащего в пределах $\pm 360^\circ$, направление линейных скоростей колес V_i , $i = \overline{1,3}$ может быть разным, т.е. по часовой или против часовой стрелки. Для конкретности в исходном состоянии считаем, что все колеса вращаются против часовой стрелки (см. рис.1). Чтобы получить проекции линейных скоростей V_i , $i = \overline{1,3}$ на оси $O\xi$ и $O\zeta$, необходимо первоначально получить их проекции в осях $OX_kY_kZ_k$, а затем только проектировать их на оси $O\xi$ и $O\zeta$.

Матрицы перехода от систем координат $OX_iY_iZ_i$, $i = \overline{1,3}$ к системе координат $OX_kY_kZ_k$ обозначим соответственно M_{1k} , M_{2k} , M_{3k} . Учитывая, что между осями колес угол составляет 120° , соответствующие матрицы будут иметь следующий вид:

$$M_{1k} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (1)$$

$$M_{2k} = \begin{bmatrix} \cos 120^\circ & 0 & -\sin 120^\circ \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin 120^\circ & 0 & \cos 120^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}; \quad (2)$$

$$M_{3k} = \begin{bmatrix} \cos 240^\circ & 0 & -\sin 240^\circ \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin 240^\circ & 0 & \cos 240^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Далее находим матрицу перехода $M_{\xi\eta\zeta}$ от неподвижной системы координат $O\xi\eta\zeta$ к системе координат, связанной с корпусом:

$$M_{\xi\eta\zeta k} = \begin{bmatrix} \cos \psi & 0 & -\sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \psi & 0 & \cos \psi \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Используя матрицы перехода (1) – (4), получаем результирующие матрицы перехода от неподвижной системы координат $O\xi\eta\zeta$ к системам координат, связанным с роликонесущими колесами $OX_iY_iZ_i$, $i = \overline{1,3}$.

$$M_{\xi\eta\zeta 1} = M_{\xi\eta\zeta k} \cdot M_{1k} = \begin{bmatrix} \cos\psi & 0 & -\sin\psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\psi & 0 & \cos\psi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & 0 & -\sin\psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\psi & 0 & \cos\psi \end{bmatrix}; \quad (5)$$

$$M_{\xi\eta\zeta 2} = M_{\xi\eta\zeta k} \cdot M_{2k} = \begin{bmatrix} \cos\psi & 0 & -\sin\psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\psi & 0 & \cos\psi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} (-\frac{1}{2}\cos\psi - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\psi) & 0 & (-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\psi + \frac{1}{2}\sin\psi) \\ 0 & 1 & 0 \\ (-\frac{1}{2}\sin\psi + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\psi) & 0 & (-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\psi - \frac{1}{2}\cos\psi) \end{bmatrix}; \quad (6)$$

$$M_{\xi\eta\zeta 3} = M_{\xi\eta\zeta k} \cdot M_{3k} = \begin{bmatrix} \cos\psi & 0 & -\sin\psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\psi & 0 & \cos\psi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} (-\frac{1}{2}\cos\psi + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\psi) & 0 & (-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\psi + \frac{1}{2}\sin\psi) \\ 0 & 1 & 0 \\ (-\frac{1}{2}\sin\psi - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\psi) & 0 & (\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\psi - \frac{1}{2}\cos\psi) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Для получения проекций линейных скоростей роликонесущих колес (1) – (3) на оси неподвижной системы координат $O\xi\eta\zeta$ выполним транспонирование матриц (5) – (7):

$$M_{\xi\eta\zeta 1}^T = \begin{bmatrix} \cos\psi & 0 & \sin\psi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\psi & 0 & \cos\psi \end{bmatrix}; \quad (8)$$

$$M_{\xi\eta\zeta 2}^T = \begin{bmatrix} (-\frac{1}{2}\cos\psi - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\psi) & 0 & (-\frac{1}{2}\sin\psi + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\psi) \\ 0 & 1 & 0 \\ (-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\psi + \frac{1}{2}\sin\psi) & 0 & (-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\psi - \frac{1}{2}\cos\psi) \end{bmatrix}; \quad (9)$$

$$M_{\xi\eta\zeta^3} = \begin{bmatrix} (-\frac{1}{2}\cos\psi + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\psi) & 0 & (-\frac{1}{2}\sin\psi - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\psi) \\ 0 & 1 & 0 \\ (-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\psi + \frac{1}{2}\sin\psi) & 0 & (\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\psi - \frac{1}{2}\cos\psi) \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Обозначим линейные скорости колес соответственно V_1 , V_2 , V_3 . Тогда проекции этих скоростей на оси неподвижной системы координат выражаются как

$$V_{1H} = M_{\xi\eta\zeta^1}^T \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ V_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & 0 & \sin\psi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\psi & 0 & \cos\psi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ V_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \sin\psi \\ 0 \\ V_1 \cos\psi \end{bmatrix}; \quad (11)$$

$$\begin{aligned} V_{2H} = M_{\xi\eta\zeta^2}^T \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ V_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} (-\frac{1}{2}\cos\psi - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\psi) & 0 & (-\frac{1}{2}\sin\psi + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\psi) \\ 0 & 1 & 0 \\ (-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\psi + \frac{1}{2}\sin\psi) & 0 & (-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\psi - \frac{1}{2}\cos\psi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ V_2 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} V_2(-\frac{1}{2}\sin\psi + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\psi) \\ 0 \\ V_2(-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\psi - \frac{1}{2}\cos\psi) \end{bmatrix}; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} V_{3H} = M_{\xi\eta\zeta^3}^T \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ V_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} (-\frac{1}{2}\cos\psi + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\psi) & 0 & (-\frac{1}{2}\sin\psi - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\psi) \\ 0 & 1 & 0 \\ (-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\psi + \frac{1}{2}\sin\psi) & 0 & (\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\psi - \frac{1}{2}\cos\psi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ V_3 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} V_3(-\frac{1}{2}\sin\psi - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\psi) \\ 0 \\ V_3(-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\psi - \frac{1}{2}\cos\psi) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (13)$$

На основании выражений (11) – (13) имеем следующие результаты проекций линейных скоростей колес соответственно на оси $O\xi$ и $O\zeta$ неподвижной системы координат:

$$\begin{cases} V_\xi = V_1 \sin \psi + V_2 \left(-\frac{1}{2} \sin \psi + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \psi \right) + V_3 \left(-\frac{1}{2} \sin \psi - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \psi \right); \\ V_\zeta = V_1 \cos \psi + V_2 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \psi - \frac{1}{2} \cos \psi \right) + V_3 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \psi - \frac{1}{2} \cos \psi \right). \end{cases} \quad (14)$$

Предположим, что передвижение платформы должно осуществляться при выполнении условия $\psi = 0^\circ$, что равносильно движению платформы параллельно оси $O\xi$. Рассмотрим физику требуемого движения с физикой на основе полученных уравнений (14). При $\psi = 0^\circ$ уравнения (15) принимают следующий вид:

$$\begin{cases} V_\xi = \frac{\sqrt{3}}{2} V_2 - \frac{\sqrt{3}}{2} V_3; \\ V_\zeta = V_1 - \frac{1}{2} V_2 - \frac{1}{2} V_3. \end{cases} \quad (15)$$

В целях упрощения анализа выражений (15) примем $|V_1| = |V_2| = |V_3| = |V_0|$. Как следует из первого равенства $|V_1| = 0$, $|V_2| = |V_3| = 0$, т.е. перемещение платформы вдоль оси $O\xi$ отсутствует. При этом необходимыми условиями являются $|V_1| = 0$ и $|V_2| = |V_3| = 0$. Используя данные условия для реализации второго равенства, получаем, что при $\psi = 0$ движение вдоль оси $O\xi$ достигается при условии отсутствия скорости вращения первого колеса и наличии одинаковых, но противоположных скоростей 2-го и 3-го колес (рис.2).

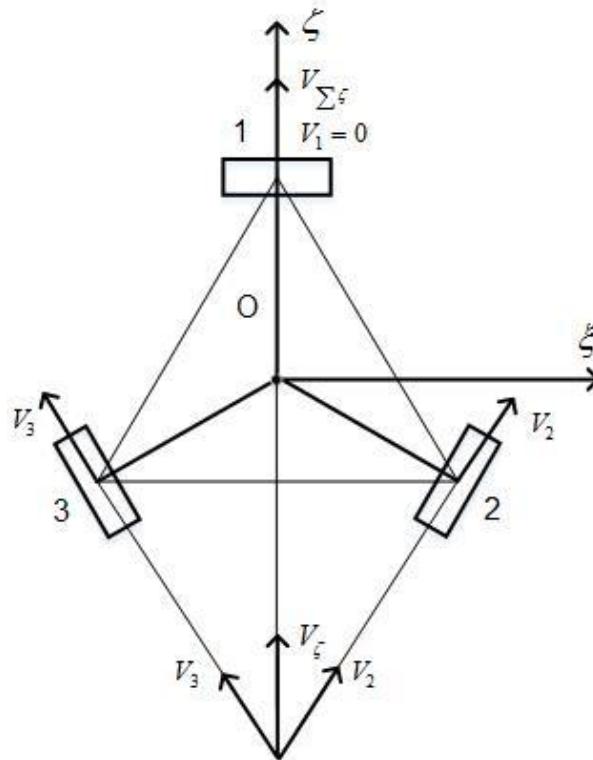


Рис. 2. К определению направления движения платформы при $\psi = 0^\circ$

Далее, считая положение платформы при $\psi = 0^\circ$ в качестве исходного, рассмотрим физику процесса перехода робота к движению с углом $\psi = 90^\circ$.

Переход к движению из положения при $\psi = 0^\circ$ к положению при $\psi = 90^\circ$ может быть осуществлен двумя способами:

а) разворотом робота на 90° вокруг центра масс путем создания крутящего момента относительно вертикальной оси робота OY_k с последующим движением параллельно оси $O\xi$ (аналогично рассмотренному при $\psi = 0^\circ$);

б) путем создания такого состояния колес, т.е. величины линейной скорости и ее направления, которое обеспечит линейное перемещение центра масс робота в заданном направлении без предварительного разворота корпуса относительно вертикальной оси.

Первый способ по отношению ко второму имеет как преимущества, так и недостатки. К преимуществам следует отнести простоту в управлении и возможность жесткого закрепления камеры обзора (видео, TV-камеры) на корпусе платформы. Однако этот способ является более энергозатратным и требующим дополнительного времени на осуществление разворота корпуса (камеры) на заданное направление. Второй способ не лишен указанных недостатков, а обзорная камера может иметь поворотный механизм, что обеспечивает независимое ее функционирование от системы управления положением корпуса платформы.

Учитывая сказанное, рассмотрим кинематику движения платформы согласно второму способу.

При заданном угле $\psi = 90^\circ$ исходная система управления (14) принимает следующий вид:

$$\begin{cases} V_\xi = V_1 - \frac{1}{2}(V_2 + V_3); \\ V_\zeta = -\frac{\sqrt{3}}{2}(V_2 + V_3). \end{cases} \quad (16)$$

Согласно условию задачи скорость вдоль оси $O\xi$ должна отсутствовать, т.е.

$$V_\xi = -\frac{\sqrt{3}}{2}(V_2 + V_3) = 0, \quad (17)$$

откуда находим необходимые требования к составляющим проекциям скоростей колес 2 и 3 на ось $O\xi$:

$$V_2 = V_3, \quad (18)$$

а при подстановке условия (18) в первое равенство системы (16) получим требование к величине и направлению проекции скорости на ось $O\xi$:

$$V_\xi = V_1 - \frac{1}{2}[V_2 + (-V_3)] = V_1. \quad (19)$$

Для наглядности требуемый процесс движения корпуса платформы с учетом полученных значений направлений линейных скоростей вращения колес V_1, V_2, V_3 отображен на рис. 3.

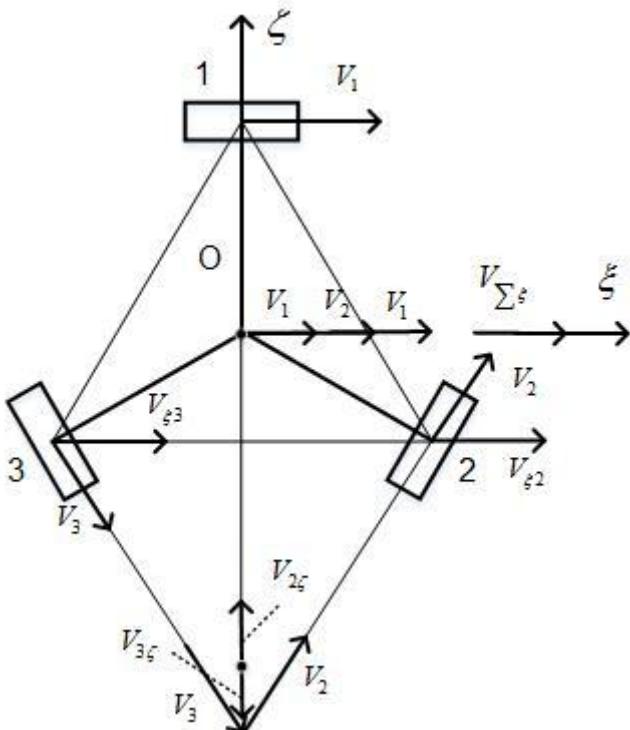


Рис. 3. К определению направления движения платформы при $\psi = 90^\circ$

Как видно из рис. 3, проекции $V_{2\xi}$ и $V_{3\xi}$ линейных скоростей V_2 и V_3 компенсируют друг друга, а проекции скоростей $V_{2\xi}$ и $V_{3\xi}$ при условии $V_1 = V_{2\xi} + V_{3\xi}$ обеспечивают равномерное движение центра масс платформы параллельно оси $O\xi$ с суммарной скоростью $V_{\sum\xi} = V_1 + V_{2\xi} + V_{3\xi}$.

Заключение. Полученные зависимости проекций линейных скоростей на оси базовой системы координат движения платформы с тремя роликонесущими колесами позволяют обеспечить движение ее центра масс в любом требуемом направлении с исходной точки траектории без предварительного разворота платформы. Полученные зависимости могут служить исходным материалом для описания динамики платформы любым из известных методов.

Список литературы

1. Роботы, робототехника, микроконтроллеры [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://myrobot.ru/news/2011/08/20110819_1.php. – 27.11.2018.
2. Omni-Directional Wheels [Электронный ресурс] / Режим доступа: <https://www.vexrobotics.com/omni-wheels.html>. – 27.11.2018.
3. Колеса Илона [Электронный ресурс] / Режим доступа: <https://pro-vladimir.livejournal.com/252821.html>. – 27.11.2018.
4. D. Zhao Motion and internal force control for omnidirectional wheeled mobile robots / D. Zhao, X. Deng, J. Yi // IEEE/ASME Transactions on Mechatronics. – 2009. – Vol. IX. № 3. – P. 382-387.
5. Математическая модель робота на омни-колесах, расположенных в вершинах прямоугольного треугольника. / Е. Ю. Колесниченко, В. Е. Павловский, И. А. Орлов и др. Механика, Автоматизация, Управление. – 2018. – Т. 19: № 5. – С.327-330.

6. Tracking control of a three-wheeled omnidirectional mobile manipulator system with disturbance and friction / Tuan Dinh Viet, Phuc Thinh Doan, Nguyen Hung, Hak Kyeong Kim, Sang Bong Kim. Springer, Journal of Mechanical Science and Technology, № 26 (7), 2012: 2197-2211. – 15 p.
7. Baede T.A. Motion control of an omnidirectional mobile robot / T.A. Baede. Eindhoven University of Technology, Department of Mechanical Engineering Dynamics and Control Technology Group, Emdhoven, September, 18th, 2006. – 48 p.
8. Мартыненко, Ю. Г. Уравнение движением мобильных колесных роботов. Ю. Г. Мартыненко / Фундаментальная и прикладная механика, – 2005. – Т. 11. – № 8. – С. 29-80.
9. Мартыненко, Ю. Г. О движении мобильного робота с роликонесущими колесами. Ю. Г. Мартыненко, А. М. Формальный А.М. / Изв. РАН, Теория и системы управления. – 2007. – № 6. – С. 142-149.
10. Зобова, А. А. Применение лаконичных форм уравнений движения в динамике неголономных мобильных роботов / А. А. Зобова. Нелинейная динамика. – Т. 7. – № 4 (Мобильные роботы). – 2011. – С. 771-783.

References

1. Roboty, robototekhnika, mikrokontrolery [Jelektronnyj resurs] / Rezhim dostupa: http://myrobot.ru/news/2011/08/20110819_1.php. – 27.11.2018.
2. Omni-Directional Wheels [Jelektronnyj resurs] / Rezhim dostupa: <https://www.vexrobotics.com/omni-wheels.html>. – 27.11.2018.
3. Kolesa Ilona [Jelektronnyj resurs] / Rezhim dostupa: <https://pro-vladimir.livejournal.com/252821.html>. – 27.11.2018.
4. D. Zhao Motion and internal force control for omnidirectional wheeled mobile robots / D. Zhao, X. Deng, J. Yi // IEEE/ASME Transactions on Mechatronics. – 2009. – Vol. IX. № 3. – P. 382-387.
5. Matematicheskaja model' robota na omni-kolesah, raspolozhennyh v vershinah prjamougol'nogo treugol'nika. / E. Ju. Kolisnichenko, V. E. Pavlovskij, I. A. Orlov i dr. Mehanika, Avtomatizacija, Upravlenie. – 2018. – Т. 19: № 5. – S.327-330.
6. Tracking control of a three-wheeled omnidirectional mobile manipulator system with disturbance and friction / Tuan Dinh Viet, Phuc Thinh Doan, Nguyen Hung, Hak Kyeong Kim, Sang Bong Kim. Springer, Journal of Mechanical Science and Technology, № 26 (7), 2012: 2197-2211. – 15 p.
7. Baede T.A. Motion control of an omnidirectional mobile robot / T.A. Baede. Eindhoven University of Technology, Department of Mechanical Engineering Dynamics and Control Technology Group, Emdhoven, September, 18th, 2006. – 48 p.
8. Martynenko, Ju. G. Uravnenie dvizheniem mobil'nyh kolesnyh robotov. Ju. G. Martynenko / Fundamental'naja i prikladnaja mehanika, – 2005. – Т. 11. – № 8. С. 29-80.
9. Martynenko, Ju. G. O dvizhenii mobil'nogo robota s rolikonesushhimi kolesami. Ju. G. Martynenko, A. M. Formal'nyj A.M. / Izv. RAN, Teoriya i sistemy upravlenija. – 2007. – № 6. С. 142-149.
10. Zobova, A. A. Primenenie lakovichnyh form uravnenij dvizhenija v dinamike negolonomnyh mobil'nyh robotov / A. A. Zobova. Nelinejnaja dinamika. – Т. 7. – № 4 (Mobil'nye roboty). – 2011. – С. 771-783.

Поступила в редакцию 10.12. 2018, рассмотрена на редколлегии 14.12.2018.

Кінематика руху робота з трьома роликонесучими колесами

Описано історичний розвиток мехатронних пристрій, починаючи з давніх часів і закінчуючи теперішнім часом. Підкреслено, що розвиток сучасної робототехніки відповідно до роботи в агресивних середовищах є досить актуальним завданням. Особливо важливим є створення автономно-функціонуючих роботів для роботи в зонах підвищеної радіації, хімічно зараженої місцевості, розмінуванні, при пожежогасінні і т.д. Наведено матеріал, присвячений розгляду фізики руху механічної системи, що являє собою мобільну платформу на трьох омніколесах або так званих роликонесучих. Це розкривається на базі виведення рівнянь кінематики руху платформи, основаних на матрицях перетворення, що дозволяють отримати сумарні залежності проекцій лінійних швидкостей омніколіс на осі нерухомої (базової) системи координат. Зазначено, що перехід до руху з положення при $\psi = 0^\circ$ до положення при $\psi = 90^\circ$ може бути здійснений двома способами. При першому способі виконується розворот робота на 90° навколо центру мас шляхом створення обертального моменту щодо вертикальної осі робота OY_k з подальшим рухом паралельно осі $O\xi$. При другому способі – шляхом створення такого стану коліс, тобто величини лінійної швидкості і її напрямків, який забезпечить лінійне переміщення центру мас робота в заданому напрямку без попереднього розвороту корпусу щодо вертикальної осі. Відзначено, що перший спосіб по відношенню до другого має як переваги, так і недоліки. До переваг слід віднести простоту в управлінні і можливість жорсткого закріплення камери огляду на корпусі платформи. Однак цей спосіб є більш енерговитратним і вимагає додаткового часу на здійснення розвороту камери на заданий напрямок. Другий спосіб не позбавлений зазначених недоліків, а оглядова камера може мати поворотний механізм, що забезпечує незалежне її функціонування від системи управління становищем корпусу платформи. З огляду на сказане, розглядається кінематика руху платформи згідно з другим способом. Як приклад показано, що при спільному вирішенні отриманих рівнянь кінематики, наприклад, для вибраних взаємно перпендикулярних напрямків руху центру мас платформи, що характеризуються кутами $\psi = 0$ або 90° , легко можна пояснити фізику переміщення платформи в заданому напрямку з будь-якого початкового положення без попереднього розвороту на заданий напрямок.

Ключові слова: платформа на омніколесах, роликонесучі колеса, кінематика, система рівнянь, рух.

Kinematics of the motion for three roller-bearing wheels robot

The article introduction provides an overview of the historical development of mechatronic devices, from ancient times to the present. It is emphasized that the development of modern robotics in relation to work in aggressive environments is a very urgent task. Especially important is the creation of autonomous functioning robots to work in high radiation areas, chemically contaminated areas, demining, fire extinguishing, etc. Then this article presents material on the physics of a mechanical system motion, which is a mobile platform with three roller-bearing wheels, or so-called omni-wheels. This question is revealed on the basis of the derivation of the kinematic equations for the platform motion, based on transformation matrices, which allow to

obtain the total dependences of the projections of the linear velocities of the roller-bearing wheels on the axis of the fixed (base) coordinate system. It is indicated that the transition to movement from the position at $\psi = 0^\circ$ to the position at $\psi = 90^\circ$ can be carried out in two ways. In the first method, the robot turns around 90° on the center of mass by creating a torque about the vertical axis OY_k of the robot, followed by movement parallel to the axis $O\xi$. In the second method, by creating such a state of the wheels, i.e. the magnitude of the linear velocity and its direction, which will ensure a linear movement of the center of mass of the robot in a given direction without first rotating the body about the vertical axis. It is noted that the first method in relation to the second has both advantages and disadvantages. The advantages include ease of management and the ability to rigidly fix the camera of the review on the platform body. However, this method is more energy consuming and requires additional time for the implementation of the camera turn to a given direction. The second method is not deprived of these drawbacks, and the overview camera may have a turning mechanism, which ensures its independent functioning from the platform position control system. Given this, the kinematics of the movement of the platform according to the second method are considered. As an example, it is shown that by jointly solving the obtained kinematic equations, for example, for selected mutually perpendicular directions of the platform mass center movement, characterized by angles $\psi = 0$ or 90° , it is easy to explain the physics of platform moving in a given direction from any starting position without first turning to a given direction.

Keywords: omni-wheels platform, roller-bearing wheels, kinematic, system of equation, motion.

Сведения об авторах:

Суббота Анатолий Максимович – кандидат технических наук, профессор каф. 301 Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Украина, e-mail: subota.am@gmail.com, ORCID: 0000-0003-2235-585X.

Костерная Елена Юрьевна; аспирант, ассистент каф. 301 Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Украина, e-mail: lenchik_31pka@mail.ru, ORCID: 0000-0002-7546-1616.

Information about authors:

Subota Anatoly Maksimovich - candidate of technical sciences, professor of the dep. 301 National Aerospace University named after M. Y. Zhukovsky "Kharkiv Aviation Institute", Ukraine, e-mail: subota.am@gmail.com, ORCID: 0000-0003-2235-585X.

Kosterna Olena Yuriyivna; graduate student, assistant dep. 301 National Aerospace University named after M. Y. Zhukovsky "Kharkiv Aviation Institute", Ukraine, e-mail: lenchik_31pka@mail.ru, ORCID: 0000-0002-7546-1616.