

Крайові ефекти в балках із композитів

*Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського
“Харківський авіаційний інститут”*

Балки з композитів широко використовуються у конструкції літальних апаратів, різноманітних машинах та механізмах. Досвід експлуатації, ремонту таких об'єктів свідчить про те, що при проектуванні балок та лонжеронів обов'язково слід брати до уваги такі ефекти як вплив термічних напружень та додаткового вкладу коефіцієнтів Пуассона у напружений стан елементів балок як у напрямку довжини, так і вздовж ширини елементів балок. Чисельні дослідження, що присвячені оцінці напружено-деформованого стану несучих конструкцій з композитів демонструють висновки, що ефекти термічного розширення (звуження) різнорідних з'єднаних елементів та вплив коефіцієнтів Пуассона дають значні прирости напружень. Величина цих приростів може складати до десятків відсотків від базового навантаження (тобто без врахування цих ефектів).

В роботі запропоновано інженерну математичну модель, яка дозволяє оцінити величину нормальних та дотичних напружень від термічного навантаження та напружень Пуассона. Проведено аналіз розподілу цих напружень вздовж довжини та ширини елементів балки. При використанні конструктивно-технологічного рішення балок з заплечиками запропонована методика дозволяє обґрунтовано обрати клей або сполучне для надійного з'єднання полиці з заплечиком, а також коректніше обґрунтувати геометричні розміри елементів балок. Також цю методику можливо використовувати для розробки нових конструктивно-технологічних рішень балок та інших несучих елементів (нервюр, стінок, перетинків, накладок, нахлесткових з'єднань деталей з композитів).

Ще одним прикладним напрямком використання розробленої методики можна вважати розробки та оптимізацію існуючих технологічних процесів вироблення деталей та агрегатів з композитів, у яких використовується, так звана, гаряча полімеризація сполучного (при підвищених температурах). Методика дозволяє оцінити рівень термічних напружень, що виникають при виготовленні агрегату.

Загалом, запропонована методика дозволяє зрозуміти принципи виникнення додаткових напружень, оцінити їх абсолютні значення та збільшити точність оцінки напружено-деформованого стану елементів балок.

Ключові слова: композитна балка, термічні напруження, крайові ефекти, напруження Пуассона, напружений стан.

Вступ

Композити широко використовуються у різних галузях національної економіки та ця тенденція є сталою у розвитку сучасних силових конструкцій літальних апаратів [1, 2]. Завдяки високій питомій міцності та низькій спеціальних властивостей можливо досягти зниження маси силових конструкцій на 20...40% у порівнянні з аналогічними металевими конструкціями тієї же несучої здатності. Тому використання композитів розглядається як актуальний та впливовий напрямок розвитку об'єктів промисловості.

Балки є дуже розповсюдженим елементом силових конструкцій літальних апаратів. Беручи до уваги особливості передавання зовнішніх навантажень, основні елементи балок (полки та стінка) повинні мати різну структуру композиту, та як наслідок – відмінні фізико-механічні характеристики. З цієї причини на межі їх взаємодії та у них самих виникають додаткові напруження, які обумовлені різницею коефіцієнтів Пуассона при розтяганні-стисканні в умовах сумісного

деформування [3].

Прийняті припущення

При розробці методики розрахунку напружень та аналізі впливу крайових ефектів від температури та коефіцієнтів Пуасона використовувався принцип суперпозиції компонентів напружень, їх взаємна незалежність один від одного. При аналізі розподілу дотичних напружень у клейовому шарі використовувалася модель Фолькертена. При аналізі напруженого стану балки припускалося, що як нормальні, так і дотичні напруження діють у полиці та заплечики, тобто принцип диференціації навантаження не використовувався. Також напруження у повздовжньому та поперечному напрямку вважалися такими, що не впливають одне на інше.

Методи дослідження

При виводі залежностей використовувалися класичні рівняння деформівного твердого тіла – рівняння рівноваги, принцип сумісності деформацій з'єднаних елементів (взаємне проковзування з'єднувальних елементів відсутнє).

При навантаженні композитних балок механічним та термічним навантаженням у них виникає явище стисненої деформації, яке проявляється, в основному ближче до крайок з'єднаних елементів (полиці та заплечика). В результаті створюється додаткове навантаження від термічного розширення/скорочення та впливу коефіцієнтів Пуасона у повздовжньому та поперечному напрямку (рис. 1).

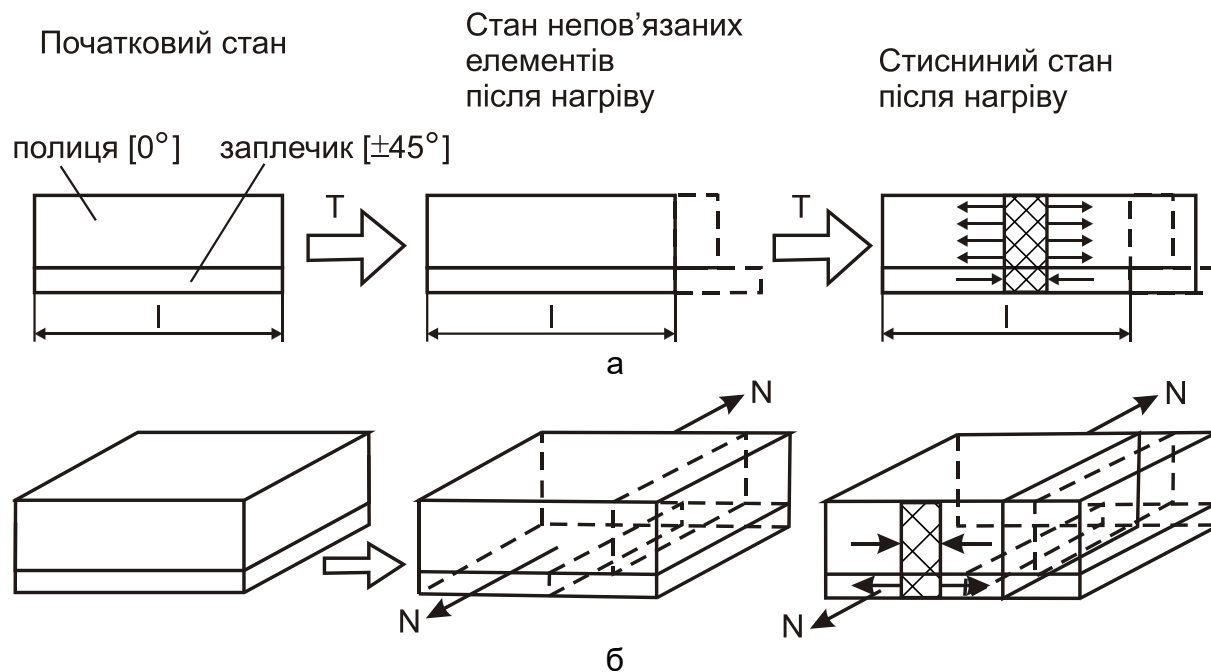


Рис. 1. Схема виникнення додаткового напруженого стану у наслідок появи крайових ефектів у полках та стінці балки

Аналогічні явища виникають у зонах різкої зміни товщин та додаткового армування полках шарами композиту з кутами армування $[90^\circ]$ або $[\pm \varphi]$. Так як

розглянутий напружений стан виникає завдяки наявності вільних краєвих, то ці явища відносяться до крайових ефектів. На рис. 1 показана схема появи крайових ефектів [4, 5].

Слід відзначити, що температурні крайові ефекти виникають на кінцях балки завдяки різним коефіцієнтам лінійного температурного розширення (КЛТР) у повздовжньому напрямку та по усій довжині повздовжніх кромek – завдяки різним КЛТР у поперечному напрямку. Також спостерігається вплив крайових ефектів за всією довжиною повздовжніх кромek завдяки наявності коефіцієнтів Пуасона. У загальному випадку цей вплив є різним за довжиною завдяки різним напруженням у полках вздовж довжини балки. Загальний вигляд конструктивно-технологічного рішення перерізу композитної балки з заплечиками показано на рис. 2.

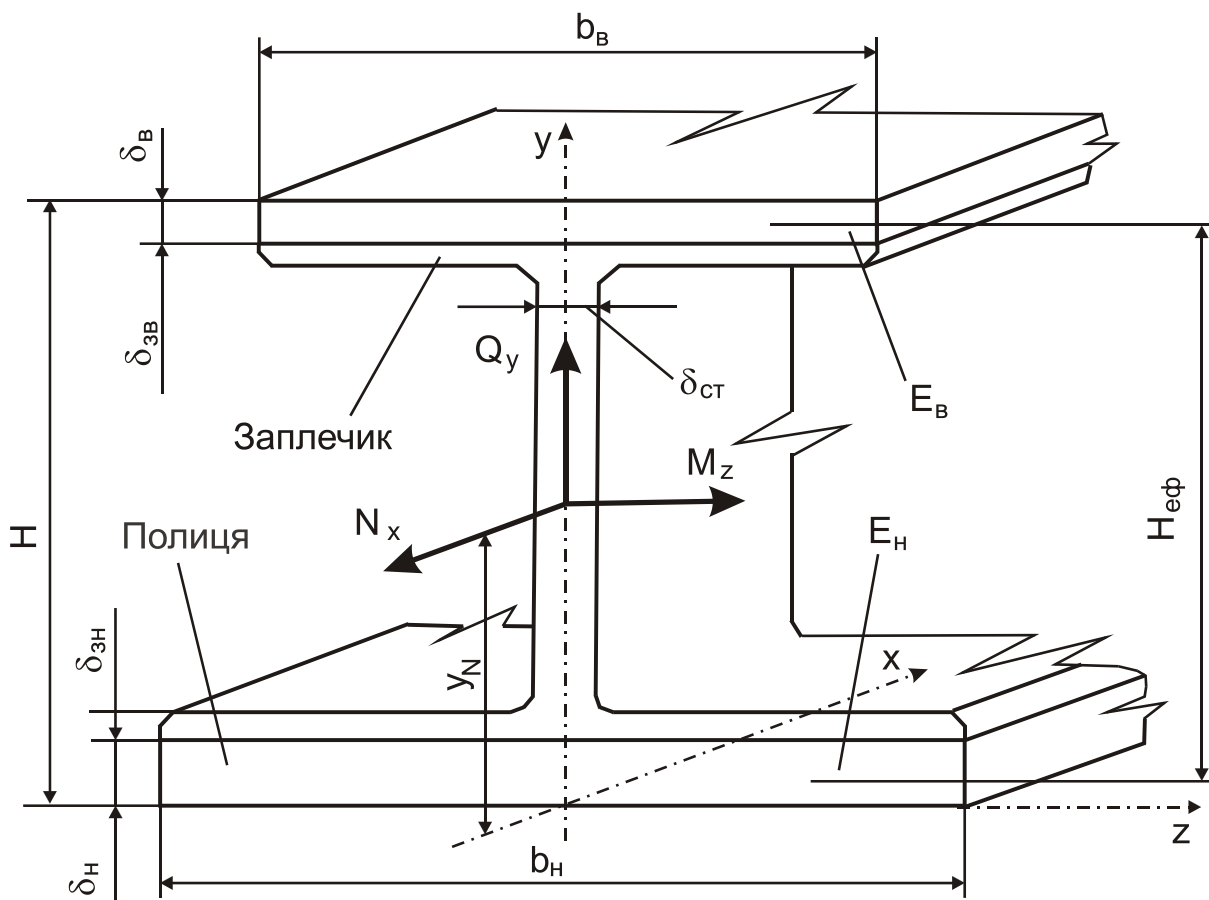


Рис. 2. Узагальнена схема розрахунку параметрів балки, навантаженої системою зовнішніх зусиль та температурним полем

Дотичні напруження у клейовому шарі на межі полка-запличик (при складанні балки після їх виготовлення) та міжшарові напруження (для інтегральних конструкцій), що виникають внаслідок різниці КЛТР пакету композиту полки та стінки вздовж осі X, визначаються за формулою [4, 5] (індекс "в" означає верхню полицю)

$$\tau_{xyT} = (T_k - T_n)(\alpha_{пвх} - \alpha_{звх}) \frac{1}{\psi k} \frac{ch kx - ch k(l-x)}{sh kl}, \quad (1)$$

$$\Psi = \frac{\delta_B}{2G_{\text{ПВХУ}}} + \frac{\delta_{\text{ЗВ}}}{2G_{\text{ЗВХУ}}} + \frac{\delta_K}{G_K}; k^2 = \frac{E_{\text{ПВХ}}\delta_B + E_{\text{ЗВХ}}\delta_{\text{ЗВ}}}{\Psi E_{\text{ПВХ}}\delta_B E_{\text{ЗВХ}}\delta_{\text{ЗВ}}}. \quad (2)$$

де T_K, T_P – температури експлуатації та виготовлення конструкції відповідно;
 $\alpha_{\text{ПВХ}}, \alpha_{\text{ЗВХ}}$ – КЛТР матеріалів полки та заплечиків (стінки) вздовж осі x ;

$G_{\text{ПВХ}}, G_{\text{ЗВХ}}$ – модулі зсуву матеріалів полки та заплечиків (стінки) вздовж осі x ; l – довжина з'єднання (балки); $E_{\text{ПВХ}}, E_{\text{ЗВХ}}$ – модулі пружності матеріалів

полки та заплечиків (стінки) вздовж осі x при розтяганні; δ_K, G_K – товщина та модуль зсуву матеріалу клейового шару (для інтегральних КТР $\delta_K=0$) (рис. 3а).

На етапі проектування балки можливо використовувати значення модулів міжшарового зсуву, які, як правило, є паспортними даними. Якщо ці дані відсутні, то модуль зсуву G_{12} можна взяти з характеристик відповідного односпрямованого КМ.

Для визначення нормальних напружень у полиці та заплечу використовують наступні залежності:

$$\sigma_{\text{ВХТ}} = \frac{(T_K - T_P)(\alpha_{\text{ПВХ}} - \alpha_{\text{ЗВХ}})}{\delta_B \Psi k^2} \frac{\text{sh}kl - \text{sh}kx - \text{ch}k(l-x)}{\text{sh}kl}; \quad (3)$$

$$\sigma_{\text{ЗВХТ}} = \frac{(T_K - T_P)(\alpha_{\text{ЗВХ}} - \alpha_{\text{ПВХ}})}{\delta_{\text{ЗВ}} \Psi k^2} \frac{\text{sh}kl - \text{sh}kx - \text{ch}k(l-x)}{\text{sh}kl}. \quad (4)$$

При дослідженні крайових ефектів для нижньої полиці у формулах (1)-(4)

слід замінити індекс “в” на “н”, наприклад замість $\alpha_{\text{ПВХ}}$ слід підставляти $\alpha_{\text{ПНХ}}$.

Дотичні міжшарові напруження (див. формулу (1)) досягають максимуму при $x=0$ та $x=l$ відповідно [6]:

$$\tau_{\text{хуТ}} = \frac{(T_P - T_K)(\alpha_{\text{ПВХ}} - \alpha_{\text{ЗВХ}})}{\Psi k} \frac{\text{th}kl}{2}, \quad \tau_{\text{хуТ}} = \frac{(T_K - T_P)(\alpha_{\text{ПВХ}} - \alpha_{\text{ЗВХ}})}{\Psi k} \frac{\text{th}kl}{2} \quad (5)$$

Нормальні напруження досягають максимальної величини при $x=l/2$:

$$\sigma_{\text{ВХТmax}} = \frac{(T_K - T_P)(\alpha_{\text{ПВХ}} - \alpha_{\text{ЗВХ}})}{\delta_B \Psi k^2} \left(1 - \text{sech} \frac{kl}{2}\right), \quad (6)$$

$$\sigma_{\text{ЗВХТmax}} = \frac{(T_K - T_P)(\alpha_{\text{ЗВХ}} - \alpha_{\text{ПВХ}})}{\delta_{\text{ЗВ}} \Psi k^2} \left(1 - \text{sech} \frac{kl}{2}\right).$$

При $kl > 10$, $\text{th}(kl/2) \rightarrow 1$, $\text{sech}(kl/2) \rightarrow 0$, тобто формули (5), (6) можуть бути спрощені та записані у вигляді:

$$x=0, \quad \tau_{\text{хуТ}} = \frac{(T_P - T_K)(\alpha_{\text{ПВХ}} - \alpha_{\text{ЗВХ}})}{\Psi k}; \quad x=l, \quad \tau_{\text{хуТ}} = \frac{(T_K - T_P)(\alpha_{\text{ПВХ}} - \alpha_{\text{ЗВХ}})}{\Psi k} \quad (7)$$

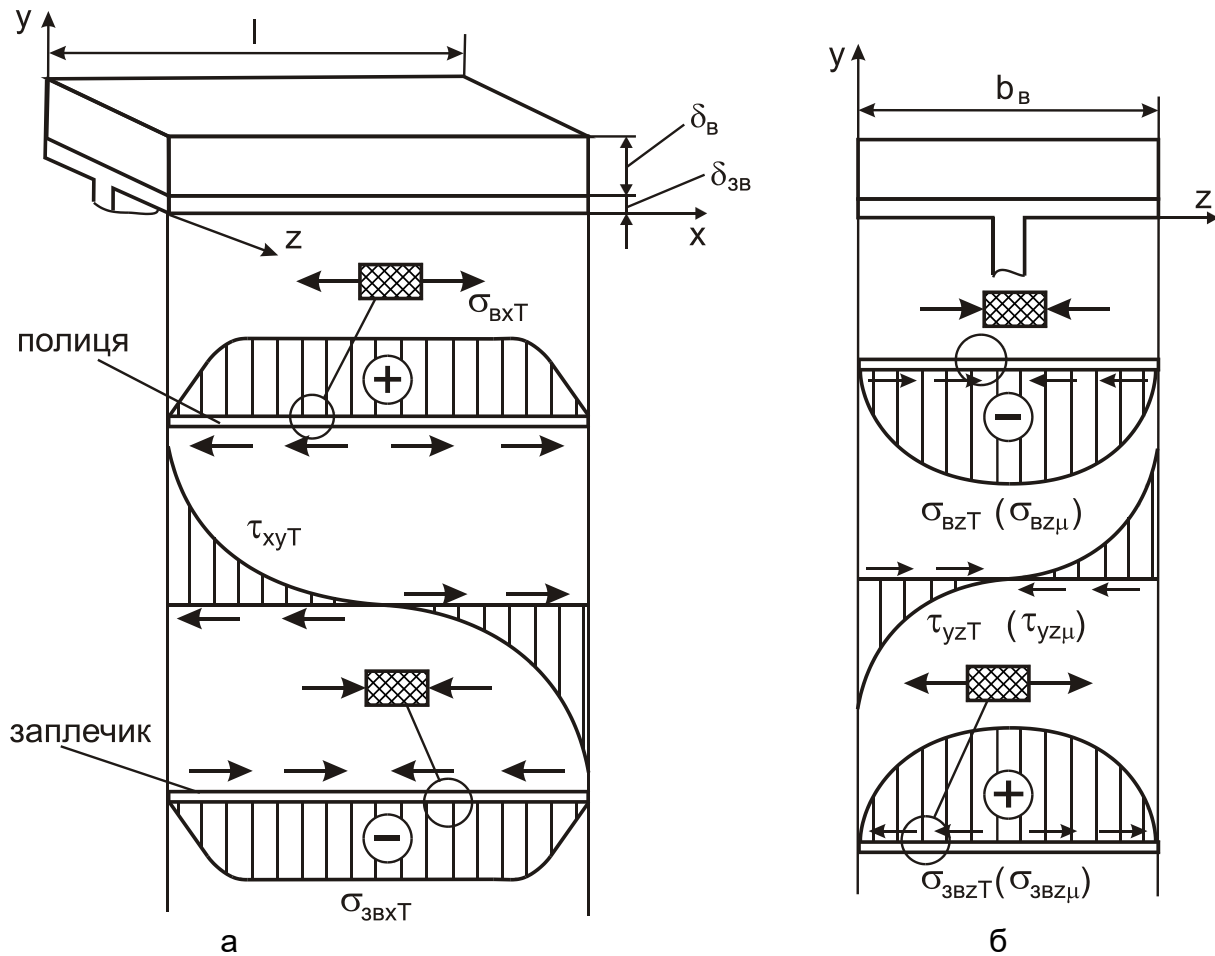


Рис. 3. Розподіл нормальних та дотичних напружень у полиці та запличку:
а – за довжиною балки; б – за шириною балки

$$\begin{aligned}
 x = l/2; \quad \sigma_{vxTmax} &= \frac{(T_k - T_n)(\alpha_{пвх} - \alpha_{звх})}{\delta_B \Psi k^2}, \\
 x = l/2; \quad \sigma_{звхTmax} &= \frac{(T_k - T_n)(\alpha_{звх} - \alpha_{пвх})}{\delta_{зв} \Psi k^2}.
 \end{aligned} \tag{8}$$

В поперечному напрямку (вздовж осі z) компоненти додаткових напружень від зміни температури (рис. 3, б) визначаються за формулами (1)-(9) після заміни індексу та змінної x на z , а параметру l – на ширину відповідної полиці b_B або b_H [7].

Слід також звернути увагу на наступну обставину. Формули та залежності, які приведено вище, є наближеними, тому що не враховують взаємний вплив компонентів напружень за осями x та z , тобто так званих деформацій Пуассона.

У кутах балки на межі полиця-запличик у клейовому шарі виникає двовісний напружений стан та при оцінці міцності цього з'єднання слід векторно складати компоненти напружень. Аналогічна операція виконується і для нормальних напружень у полиці та запличку.

Завдяки різниці коефіцієнтів Пуассона при розтягуванні та стисканні полиць виникають крайкові ефекти вздовж осі z (див. рис. 1). У цьому випадку дотичні (міжшарові) напруження визначаються залежністю [8].

$$\tau_{xy\mu} = \frac{A}{\Psi k} \frac{chkz - chk(b-z)}{shkb}, \quad A = \mu_{пвхз} \frac{N_{пв} - N_{пвт}}{\delta_{пв} E_{пвх}} - \mu_{звхз} \frac{N_{звт}}{\delta_{зв} E_{звх}} \quad (9)$$

де $N_{пв}$ – погонне зусилля у верхній полиці від зовнішніх силових факторів (осьової сили та згинального моменту); $N_{пвт} = \sigma_{вт} \cdot \delta_{в}$ – погонне температурне зусилля; $\mu_{пвхз}$, $\mu_{звхз}$ – коефіцієнти Пуассона матеріалів полиці та заплечиків.

Нормальні напруження вздовж осі z від розгляданого фактору розраховуються за формулами

$$\sigma_{пвз\mu} = \frac{A}{\delta_{в} \Psi k^2} \frac{shkb_{в} - shkz - shk(b_{в} - z)}{shkb_{в}}; \quad (10)$$

$$\sigma_{звз\mu} = \frac{A}{\delta_{зв} \Psi k^2} \frac{shkb_{в} - shkz - shk(b_{в} - z)}{shkb_{в}};$$

Для нижньої полиці слід замінити індекси “в” на “н”.

На рис. 4 представлено схеми напруженого стану елементу верхньої полиці, заплечика та клею. Ступінь співпадіння результатів аналітичних досліджень може бути порівняний за допомогою чисельної симуляції напруженого стану [9, 10].

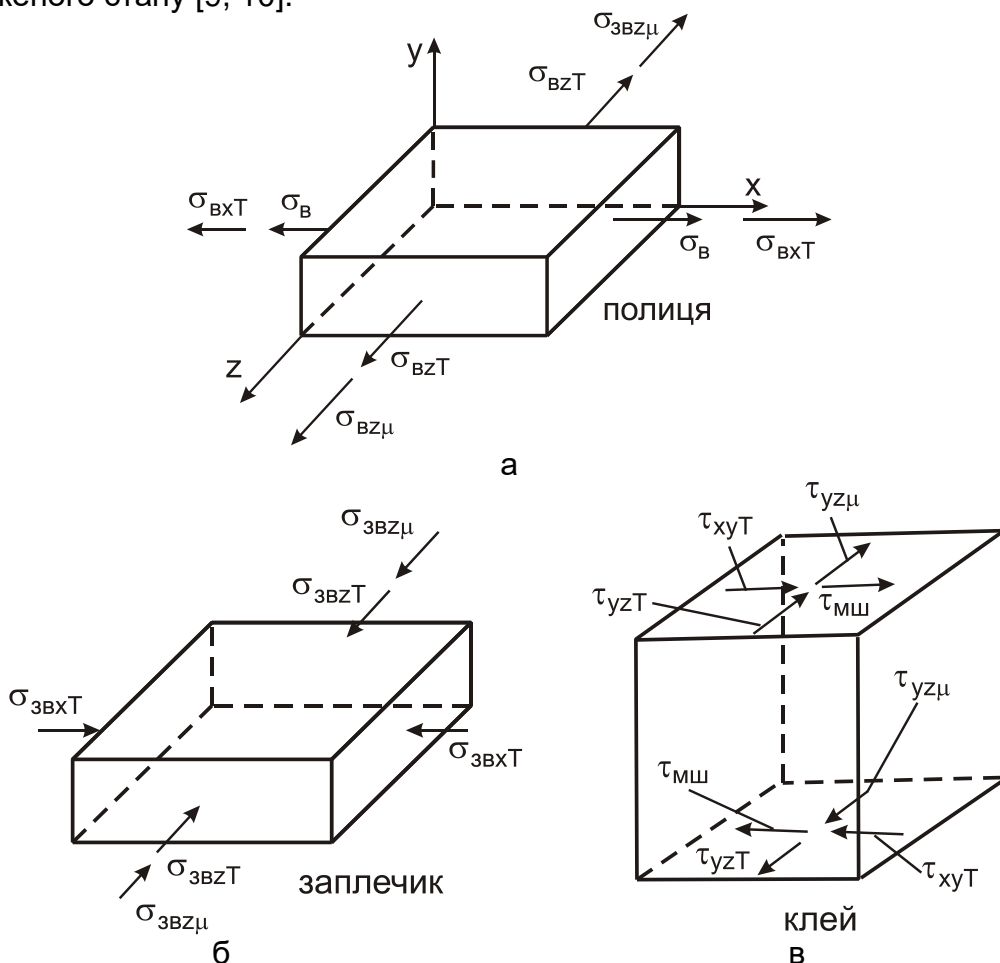


Рис. 4. Напружено-деформований стан елементів балки

Висновки

Приведені залежності складно використовувати при проектуванні балки, але вони дозволяють сформулювати два важливих висновки:

– так як у полицях у поперечному напрямку (вздовж осі z) виникають як температурні так і пуассонові напруження, то у реальних конструкціях балок доцільно доповнювати схему армування полиць шарами з орієнтацією 90° , які найбільш придатні до сприйняття компонентів напружень вздовж осі z ;

– для зниження рівня дотичних (міжшарових) напружень на межі полиця-запечик слід збільшувати кількість поверхонь зклеювання (приформовування). У цьому випадку значення максимальних напружень слід розділити на кількість поверхонь контакту.

Список літератури

1. Karpov, Ya. Joints of articles and units made of composites: monography [Text] / Yakiv Карпов // Kharkiv: Nat. Aerospace. Univ. "KhAI". – 2006. – 359 p.
2. Mittelstedt, C., Becker, W., Kappel A., Kharghani N. Free-Edge Effects in Composite Laminates—A Review of Recent Developments 2005–2020 [Text] / Christian Mittelstedt, Wilfried Becker, Andreas Kappel, Navid Kharghani // Appl. Mech. Rev. – Jan 2022. – Vol. , 74(1). – P. 010801 (18 pages). DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4054145>.
3. Filipovic, D. T. , Gerald R. Kress G. R. Free-edge effects of corrugated laminates [Text] / Daniel T. Filipovic, Gerald R. Kress // Curved and Layered Structures. – September 18, 2020. – Vol.7. – P. 101–124. DOI: <https://doi.org/10.1515/cls-2020-0009>.
4. Kolpakov, A. A., Kolpakov, A. G. The effect of Poisson's ratio on the stiffness properties of composite beams [Text] / A. A. Kolpakov, A. G. Kolpakov // European Journal of Mechanics - A/Solids. – July–August 2024. – Vol. 106. – P. 105314. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2024.105314>.
5. Куреннов, С. С., Барахов, К. П. Температурні напруження у клейовому з'єднанні. спрощена двовимірна модель [Текст] / С. С. Куреннов, К. П. Барахов // Механіка та математичні методи. – 2019. – №2. – С. 36–45. DOI: <https://doi.org/10.31650/2618-0650-2019-1-2-36-45>.
6. Kurennov, S., Barakhov, K., Polyakov, O., Taranenko, I. Application of genetic algorithm for double-lap adhesive joint design [Text] / Sergei Kurennov, Konstantin Barakhov, Olexander Polyakov, Igor Taranenko // Archive of Mechanical Engineering. – 2023. – Vol. 70, No. 1, P. 27–42, DOI: 10.24425/ame.2022.144074.
7. Шваб'юк, В. І. Математичні моделі деформування композитних плит і балок: контактна взаємодія із штампами та основами. вплив тріщин [Текст] : монографія / С. В. Ротко, В. В. Шваб'юк ; Луцьк: Вежа-Друк, 2022. – 804 с.
8. Ігнат'єва, В. Аналіз роботи профільних виробів, армованих волокнами композитів у конструкції [Текст] / В.Б. Ігнат'єва // Міцність і довговічність сучасних матеріалів та конструкцій : матеріали міжнар. наук.-техн. конф. присв. 70 – річчю проф. Яснія П. В., [Тернопіль], 10-11 листопада 2022 р. / М-во освіти і науки України, Тернопільський Нац. техн. ун-т. – Тернопіль, 2022. С. 60–61.
9. Huang, T., Bobyr M. A. Review of Delamination Damage of Composite Materials [Text] / Tao Huang, Mykola Bobyr // J. Compos. Sci. – 2023. – Vol. 7(11). – P. 468. <https://doi.org/10.3390/jcs7110468>.
10. Fontes, B. Numerical Analysis of the Stresses and Behavior of Composite

Castellated Beams [Електронний ресурс] / Brenda Vieira Costa Fontes, Luciano Mendes Bezerra, William Taylor Matias Silva // Proceedings of the XLIV Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, ABMEC. – 13-16 November, 2023. – 7 p. Режим доступа : <https://publicacoes.softaliza.com.br/cilamce2023/article/download/4874/4036/360> (29.06.2024).

References

1. Karpov, Ya. Joints of articles and units made of composites: monography / Yakiv Kapnov // Kharkiv: Nat. Aerospace. Univ. "KhAI". – 2006. – 359 p.
2. Mittelstedt, C., Becker, W., Kappel A., Kharghani N. Free-Edge Effects in Composite Laminates—A Review of Recent Developments 2005–2020 / Christian Mittelstedt, Wilfried Becker, Andreas Kappel, Navid Kharghani // Appl. Mech. Rev. – Jan 2022. – Vol. , 74(1). – P. 010801 (18 pages). DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4054145>.
3. Filipovic, D. T. , Gerald R. Kress G. R. Free-edge effects of corrugated laminates / Daniel T. Filipovic, Gerald R. Kress // Curved and Layered Structures. – September 18, 2020. – Vol.7. – P. 101–124. DOI: <https://doi.org/10.1515/cls-2020-0009>.
4. Kolpakov, A. A., Kolpakov, A. G. The effect of Poisson's ratio on the stiffness properties of composite beams / A. A. Kolpakov, A. G. Kolpakov // European Journal of Mechanics - A/Solids. – July–August 2024. – Vol. 106. – P. 105314. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2024.105314>.
5. Kuriennov, S. S., Barakhov, K. P. Temperaturni napruzhenia u kleiovomu ziednanni. sproshtena dvovymirna model [Tekst] / S. S. Kuriennov, K. P. Barakhov // Mekhanika ta matematychni metody. – 2019. – №2. – S. 36–45. DOI: <https://doi.org/10.31650/2618-0650-2019-1-2-36-45>.
6. Kurenov, S., Barakhov K., Polyakov O., Taranenko I. Application of genetic algorithm for double-lap adhesive joint design / Sergei Kurenov, Konstantin Barakhov, Olexander Polyakov, Igor Taranenko // Archive of Mechanical Engineering. – 2023. – Vol. 70, No. 1, P. 27–42, DOI: 10.24425/ame.2022.144074.
7. Shvabiuk, V. I. Matematychni modeli deformuvannia kompozytnykh plyt i balok: kontaktna vzaiemodiia iz shtampamy ta osnovamy. vplyv trishchyn [Tekst] : monohrafiia / S. V. Rotko, V. V. Shvabiuk ; Luts'k: Vezha-Druk, 2022. – 804 s.
8. Ignat'eva, V. Analiz roboti profil'nyh virobiv, armovanih voloknami kompozitiv u konstrukcii [Analysis of operation of sections reinforced with composite structures] / V.B. Ignat'eva // Micnist' i dovgovichnist' suchasnykh materialiv ta konstrukcij : materiali mizhnar. nauk.-tehn. konf. prisv. 70 – richchju prof. Jasnija P.V., [Ternopil'], 10-11 listopada 2022 r. / M-vo osviti i nauki Ukraïni, Ternopil's'kij Nac. tehn. un-t. – Ternopil, 2022. S. 60–61.
9. Huang, T., Bobyr M. A. Review of Delamination Damage of Composite Materials/ Tao Huang, Mykola Bobyr // J. Compos. Sci. – 2023. – Vol. 7(11). – P. 468. <https://doi.org/10.3390/jcs7110468>.
10. Fontes, B. Numerical Analysis of the Stresses and Behavior of Composite Castellated Beams / Brenda Vieira Costa Fontes, Luciano Mendes Bezerra, William Taylor Matias Silva // Proceedings of the XLIV Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, ABMEC. – 13-16 November, 2023. – 7 p. Режим доступа : <https://publicacoes.softaliza.com.br/cilamce2023/article/download/4874/4036/360> (29.06.2024).

Надійшла до редакції 21.08.2024, розглянута на редколегії 21.08.2024

Edge effects in composite beams

Beams made of composites are widely used in aircraft structures, various machines and mechanisms. The experience of operation and repair of such objects shows that when designing beams and spars, one must take into account such effects as the influence of thermal stresses and the additional contribution of Poisson's coefficients to the stressed state of beam elements both in the length direction and along the width beam elements. Scientific studies devoted to the assessment of the stress-strain state of load-bearing structures made of composites demonstrate the conclusions that the effects of thermal expansion (contraction) of heterogeneous connected elements and the influence of Poisson's ratios give significant increases in stress. The value of these increases can be up to dozens of percents of the base load (that is, without taking these effects into account).

The paper proposes an engineering mathematical model that allows estimating the value of normal and shear stresses from thermal loading and Poisson stresses. An analysis of the distribution of these stresses along the length and width of the beam elements was carried out.

When using the structural-technological solution of beams with sub-shoulders, the proposed method allows you to reasonably choose adhesive or binder for reliable connection of the cap with sub-shoulder, as well as more correctly justify the geometric dimensions of the beam elements. Also, this technique can be used to develop new structural and technological solutions for beams and other load-bearing elements (ribs, walls, webs, doublers, overlapping joints of composite parts).

Another applied direction of using the developed methodology can be considered the development and optimization of existing technological processes for the production of parts and units of composites, in which the so-called hot polymerization of the binder (at elevated temperatures) is used. The method makes it possible to estimate the level of thermal stresses that occur during the manufacture of the unit.

In general, the proposed technique makes it possible to understand the principles of additional stresses occurrence, to estimate their absolute values, and to increase the accuracy of estimating the stress-strain state of beam elements.

Key words: composite beam, thermal stress, edge effects, Poisson's stress, stress state.

Відомості про авторів:

Тараненко Ігор Михайлович – кандидат технічних наук, доцент, професор каф. 403 “Композитних конструкцій та авіаційного матеріалознавства” Національного аерокосмічного університету ім. М. Є. Жуковського “Харківський авіаційний інститут”, Україна, e-mail: igor.taranenko@khai.edu

About the Authors

Taranenko Igor – Ph.D., Ass. Prof., Professor of Department of Composite Structures and Aviation Materials, National Aerospace University “KhAI”, Ukraine, e-mail: igor.taranenko@khai.edu.