

Метод та дослідження точності обчислювання математичної моделі електрогідравлічного ефекту

*Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»*

Математична модель електрогідравлічного ефекту (ЕГЕ) являє собою систему нелінійних нестационарних диференціальних рівнянь в частинних похідних (ДРЧП), яка відображує рух та контактну взаємодію двох середовищ, газоподібного та рідкого, під дією імпульсного теплового збудження. Такі системи ДРЧП загалом не мають аналітичних рішень та вирішуються лише чисельними методами, які за своєю природою є наближеними, тобто дають рішення з якоюсь похибкою. Особливістю руху середовищ в разі ЕГЕ є великі деформації у вигляді течій та вихорів. Ця особливість накладає суттєві обмеження на вибір методу обчислення ДРЧП моделі. Широковідомий метод лагранжевих скінченних елементів, який використовується для рішення контактних задач, у випадку моделювання ЕГЕ призводить до патологічної зміни форми скінченних елементів, а через те – до нестійкості розрахункового процесу та необмеженого зростання похибки. В розрахунковій практиці знайшов поширення варіант методу скінченних елементів, MCE-ALE, який використовує як лагранжеві, так і ейлерові мережі вузлів та спеціальну процедуру адвекції, тобто переносу за рахунок інтерполяції рішення з лагранжевої мережі на Ейлерові, а потім навпаки з ейлерової на іншу нову лагранжеву мережу. Така додаткова процедура інтерполяції, яка під час розрахунку використовується багаторазово, призводить до додаткових (в порівнянні з лагранжевим MCE) похибок. Якщо причини та кінетика, а також методи контролю похибок у випадку лагранжевого MCE достатньо вивчені в літературі, то кінетика розвитку похибок при моделюванні ЕГЕ за методом MCE-ALE практично не вивчена. Стаття присвячена дослідженню розвитку похибок чисельного рішення саме в цьому випадку. Отримано аналітичне рішення задачі в асимптотичному випадку для технологічної системи з жорсткою камерою. Це рішення аналізується в порівнянні з чисельним рішенням за методом MCE-ALE. Зроблені висновки відносно похибок розрахунку тиску як основного фактору механічної дії ЕГЕ на технологічний об'єкт та технологічне оснащення, а також похибок обчислення деформацій газоподібного та рідкого середовищ.

Наукова новизна полягає в розробці методу визначення точності розрахунків параметрів ЕГЕ за методом MCE-ALE. Практична цінність полягає в визначенні точності обчислення параметрів математичної моделі ЕГЕ, що дає змогу обґрунтовувати використання чисельного моделювання в якості методу дослідження технологічних процесів та систем, що використовують ЕГЕ.

Ключові слова: електрогідравлічний ефект, точність математичного моделювання, ALE.

Вступ

Електрогідравлічний ефект (ЕГЕ) – складний електро-термо-механічний процес перетворення електричної енергії в механічні фактори (рух та тиск середовища), який в цілому нагадує повітряну блискавку. Спочатку в рідкому передавальному середовищі утворюється тонкий канал електричного розряду, наповнений плазмою. Потім в каналі тече імпульсний електричний струм, за рахунок омичних втрат струму плазма інтенсивно розігрівається та поширюється, утворюючи паро-газову порожнину (ПГП) та примушуючи рухатись передавальне середовище. Насамкінець передавальне середовище разом з ПГП у формі тиску діє на технологічний об'єкт та пристосування. ЕГЕ є принципом дії своєрідної термодинамічної машини.

ЕГЕ є основою багатьох технологічних процесів: штампування осесиметричних деталей [1] та автомобільних панелей [2] за один імпульс, вільного деформування за декількох імпульсів [3], отримання карбонових нанотрубок [4], подрібнення породи [5], очищення матеріалів від мастил [6], руйнування сечових каменів [7] тощо. Особливість цих процесів полягає у високій швидкості, неоднорідності та інтенсивності зміни полів швидкості та тиску передавального середовища, яке діє на об'єкт, а потому і самого об'єкта. Для ефективного використання, проектування та оптимізації технологічних процесів з використанням ЕГЕ потрібно визначити як закономірності, так і особливості протікання процесів в кожному окремому випадку.

Сучасний підхід дослідження технологічних процесів, пов'язаних з ЕГЕ, – математичне моделювання з використанням комп'ютера. Цей напрямок пов'язаний з побудовою математичної моделі сукупності взаємопов'язаних процесів, що відбуваються в елементах технологічної системи, вибором відповідного методу вирішення системи визначальних математичних співвідношень та організацією і керуванням обчислювального процесу на комп'ютері [1, 3].

Математична модель ЕГЕ, розглянута нижче, у вигляді системи диференціальних рівнянь в частинних похідних (ДРЧП) механіки суцільних середовищ є суттєво нелінійною, що пов'язано з великими деформаціями рідкого передавального середовища та ПГП, які мають характер течій та вихорів в замкненому об'ємі, а також контактними умовами, які мають вигляд нерівностей. Такі нелінійні системи ДРЧП загалом не мають рішень у вигляді обчислюваних функцій, тому вони вирішуються за допомогою чисельних методів, які є за походженням наближеними, тобто з похибками. Звичайний поширений лагранжевий метод скінченних елементів (МСЕ) є дуже обмеженим в зв'язку з відзначеними великими деформаціями, тому використовується варіант МСЕ-ALE (Arbitrary Lagrangian–Eulerian [8]), який використовує одночасно лагранжеву та ейлерову мережі вузлів та додаткову процедуру адвекції. Спочатку виконується декілька циклів рішення на лагранжевій мережі, внаслідок чого скінченні елементи набувають загрозливої з точки зору стійкості та точності обчислювального процесу деформації. Потім обчислювальний процес зупиняється та виконується переніс рішення з рухомої лагранжевої мережі на незмінну ейлерову мережу у вигляді інтерполяції. Наступний крок – побудова нової лагранжевої мережі скінченних елементів, яка вільна від недоліків попередньої мережі. Надалі відбувається переніс рішення з ейлерової мережі вузлів на нову лагранжеву мережу і відновлюється процес рішення на новій лагранжевій мережі і так далі. Такий подвійний повторюваний переніс рішення має назву адвекції, він призводить до додаткових (в порівнянні з традиційним лагранжевим МСЕ) похибок, які майже не піддаються теоретичному аналізу, тому їх потрібно визначити та вивчати безпосередньо.

В зв'язку з наближеним характером рішення моделі ПГП за методом МСЕ-ALE виникає задача визначення та дослідження похибок метода обчислення кінетики ЕГЕ на комп'ютері для обґрунтування використання отриманих результатів для дослідження закономірностей та особливостей механічних процесів, проектування та оптимізації технологічних процесів та технологічних систем, що використовують ЕГЕ. Загалом до похибок обчислення саме ЕГЕ додаються похибки, пов'язані з обчисленням напружено-деформованого стану (НДС) технологічного об'єкта та пристосування, але

причини та величини цих похибок достатньо досліджений в літературі.

Стаття призначена для визначення та аналізу похибок саме обчислення ЕГЕ. В даній роботі використовується модель технологічної системи з твердими технологічним об'єктом, що не деформується, та елементами пристосування, які утворюють камеру з жорсткими стінками. Такий вибір дозволяє виключити похибки, пов'язані з обчисленням НДС технологічного об'єкта, що деформується, та пристосування. Загальні похибки, таким чином, дорівнюють саме похибкам розрахунку кінетики ЕГЕ за методом MCE-ALE.

Наукова новизна полягає в розробці методу визначення точності розрахунків параметрів ЕГЕ за методом MCE-ALE. Практична цінність полягає в визначенні точності обчислення параметрів математичної моделі ЕГЕ, що дає змогу обґрунтовувати використання чисельного моделювання в якості методу дослідження технологічних процесів та систем, які використовують ЕГЕ.

1. Опис моделі ЕГЕ в жорсткій камері

Технологічна система з жорсткими стінками, показана на рис. 1. Вона включає дві частини – електрофізичну та механічну. Перша частина системи забезпечує електричний розряд у рідині та керує ним. Друга частина організує механічний рух і включає чотири елементи, кожен з яких відіграє певну роль, – ПГП, рідина, технологічний об'єкт та оснащення.

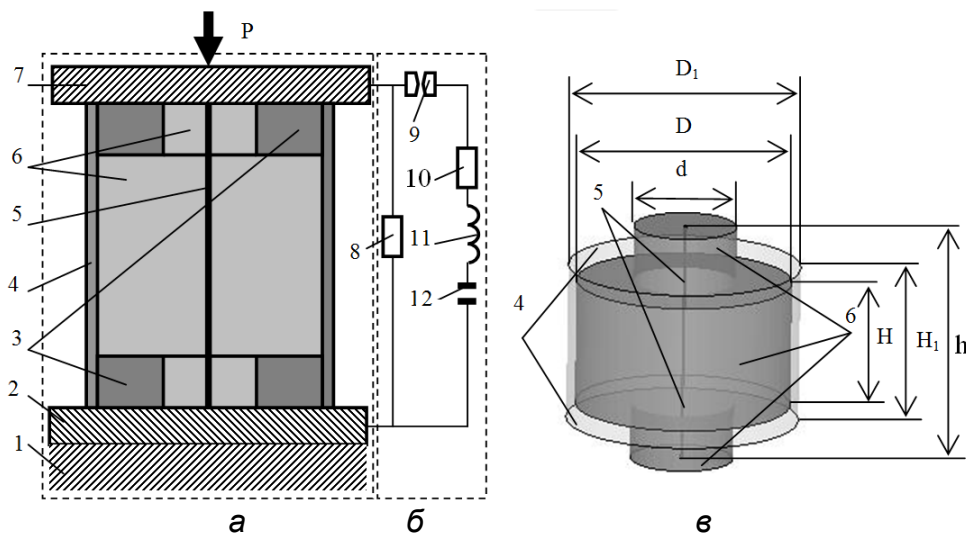


Рис. 1 – Схема системи (а – механічна частина: 1 – основа, 2, 7 – верхня та нижня плити, 3 – центруючі поліетиленові кільця, 4 – заготовка, 5 – ініціююча дротинка, 6 – технологічна рідина, 8 – електричний опір ланцюга, 9 – повітряний розрядник, 10 – внутрішній електричний опір, 11 – електрична індуктивність ланцюга, 12 – ємність батареї конденсаторів; б – електрична частина) та схема заготовки з позначенням розмірів (в)

Геометричні параметри системи, показаної на рис. 1, в, наступні: малий діаметр камери $d=32$ мм, внутрішній діаметр оболонки, $D=67$ мм, середній діаметр оболонки $D_1=70$ мм, висота камери $h=75$ мм, розмір $H=40$ мм, висота оболонки $H_1=50$ мм, товщина оболонки $\delta=5$ мм. Поперечні початкові розміри каналу розряду $0,5 \times 0,5$ мм, довжина каналу розряду 75 мм, об'єм $1,875 \times 10^{-8}$ м³.

Речовина каналу розряду (у подальшому – ПГП) має властивості

ідеального газу з сталою адіабати $\gamma=1,26$ та густиною за нормальних умов $1,25 \text{ кг/м}^3$. Технологічна рідина має густину $\rho=1000 \text{ кг/м}^3$ з об'ємним модулем пружності $K=2,25 \times 10^9 \text{ Па}$. Заготівка, що не деформується.

Математична модель електрогідрравлічного ефекту, що обчислюється за методом MCE-ALE, включає наступні рівняння механіки суцільних середовищ, що мають однаковий вигляд для речовини ПГП та рідини та розрізняються значеннями механічних параметрів.

Рівняння руху (рівняння збереження імпульсу) мають наступний вигляд

$$\rho \frac{dv}{dt} = \nabla \cdot \sigma + \rho b, \quad (1)$$

де ρ – густина; \mathbf{v} – вектор швидкості матеріальної частинки;

\mathbf{b} – масова густина зовнішніх сил; σ – тензор напруг;

∇ – диференціальний оператор Гамільтона.

Рівняння збереження маси

$$\frac{d\rho}{dt} = \rho \nabla \cdot \mathbf{v}. \quad (2)$$

Рівняння балансу енергії

$$\rho \frac{dU}{dt} = \sigma : \mathbf{D} + \nabla \cdot \mathbf{q} + r, \quad (3)$$

де U – масова густина внутрішньої енергії;

$\mathbf{D} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{v} + \nabla^T \mathbf{v})$ – симетричний тензор швидкостей деформації,

$(\sigma : \mathbf{D})$ – питома потужність внутрішніх сил як подвійна згортка тензорів;

\mathbf{q} – потік тепла; \mathbf{r} – питома потужність джерел тепла (в ПГП).

Передбачається відсутність теплообміну між ПГП, рідиною та стінками камери, тобто процес руху адіабатичний.

У разі контактної взаємодії поверхня контакту визначається як безліч усіх граничних точок одного тіла, для кожної з яких існує гранична точка іншого тіла з тим самим значенням актуального лагранжевого радіусвектора $\mathbf{x}^+ = \mathbf{x}^-$. Контактні умови виражають безперервність нормальної складової швидкості

$$(\mathbf{v}^+ - \mathbf{v}^-) \cdot \mathbf{n}^+ = 0, \quad (4)$$

де \mathbf{n}^+ – вектор нормалі до поверхні тіла та протилежність тензорів контактної напруги (третій закон Ньютона), тобто тертя відсутнє

$$\sigma^+ = -\sigma^-. \quad (5)$$

Початкові умови

$$u(0)=0, v(0)=0, \sigma(0)=0, \quad (6)$$

де \mathbf{u} – переміщення,

$$U(0)=U_0, \quad (7)$$

де U_0 – початкова густина внутрішньої енергії.

Крайові умови

$$u_\Gamma = 0, \quad (8)$$

де u_Γ – переміщення зовнішніх границь жорсткого оснащення.

Умови збурення руху

$$r = f(t), \quad (9)$$

де $f(t)$ – потік тепла в ПГП, який відображує омічні втрати електричного струму в плазмі;

$$f_0 = 6.3 \times 10^{12} \text{ Вт/м}^3;$$

$$\tau_1 = 2.51 \times 10^{-4} \text{ с}, \tau_2 = 3.51 \times 10^{-4} \text{ с}, \tau_3 = 4.51 \times 10^{-4} \text{ с}.$$

Вигляд функції потоку тепла в ПГП показаний на рис. 2.

Рівняння математичної моделі вирішуються чисельно за допомогою пакету LS-DYNA [3].

2. Аналітичне рішення в асимптотичному випадку

Визначимо аналітично параметри системи в асимптотичному стані. Розглянемо рівняння стану ідеального газу у вигляді [8]

$$P = (\gamma - 1) \frac{\rho}{\rho_0} U = (\gamma - 1) \frac{V_0}{V} U, \quad (10)$$

де P – тиск газу в деформованому стані,

γ – постійна адіабати,

ρ, V – густина та об'єм порції речовини ПГП в деформованому стані,

ρ_0, V_0 – густина та об'єм порції газу в нормальних умовах,

U – внутрішня енергія на одиницю об'єму.

Вважаємо, що в асимптотичному рівноважному стані тиск P_∞ однаковий в ПГП та рідини. Тоді обсяг рідини дорівнює

$$V_{L\infty} = V_{L0} \left(1 - \frac{P_\infty}{K} \right), \quad (11)$$

де V_{L0} – початковий об'єм рідини,

K – модуль об'ємного стиснення рідини.

Об'єм ПГП в асимптотичному стані V_∞ отримаємо з (10)

$$V_\infty = \frac{(\gamma - 1) V_0 U_\infty}{P_\infty}, \quad (12)$$

де U_∞ – асимптотичне значення внутрішньої енергії ПГП.

Сумарний об'єм рідини та ПГП у камері з жорсткими стінками – величина незмінна, тому

$$V_\Sigma = V_{L0} + V_0 = V_{L\infty} + V_\infty = V_{L0} \left(1 - \frac{P_\infty}{K} \right) + \frac{(\gamma - 1) V_0 U_\infty}{P_\infty} \quad (13)$$

або

$$P_\infty^2 V_{L0} + K(V_\Sigma - V_{L0}) P_\infty - (\gamma - 1) V_0 K U_\infty = 0. \quad (14)$$

Розглядаючи (10) як рівняння щодо P_∞ , визначимо його корені

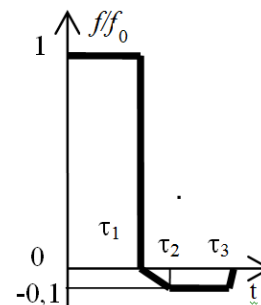


Рис. 2. Залежність потоку тепла за часом

$$P_{\infty} = \frac{-K(V_{\Sigma} - V_{L0}) + \sqrt{K^2(V_{\Sigma} - V_{L0})^2 + 4V_{L0}(\gamma - 1)V_0KU_{\infty}}}{2V_{L0}}. \quad (15)$$

Другий корінь негативний, отже, шуканий асимптотичний тиск у системі дорівнює

$$P_{\infty} = \frac{-K(V_{\Sigma} - V_{L0}) + \sqrt{K^2(V_{\Sigma} - V_{L0})^2 + 4V_{L0}(\gamma - 1)V_0KU_{\infty}}}{2V_{L0}}. \quad (16)$$

Інтегрування потоку тепла (рис. 2) дає величину остаточної внутрішньої енергії $U_{\infty} = 2,834 \cdot 10^4$ Дж. Остаточний тиск за формулою (16) дає значення $P_{\infty} = 3,111 \cdot 10^8$ Па, остаточний об'єм рідини за формулою (11) дає значення $V_{L\infty} = 1,459 \cdot 10^{-4}$ м³, а остаточний об'єм ПГП за формулою (12) дає значення $V_{\infty} = 2,343 \cdot 10^{-5}$ м³. В наступному розділі отримані значення будуть порівнюватись з величинами, отриманими за допомогою чисельного рішення.

3. Чисельне рішення та порівняльний аналіз

Чисельне рішення системи рівнянь моделі ПГП (1) – (9) за методом MCE-ALE на протязі 3,2 мс призводить до стану, який не змінює надалі своїх параметрів, тобто до асимптотичного стану механічної системи. На рисунках нижче (рис. 3, а-е) показано обмежений діапазон часу, коли параметри більш-менш суттєво змінюють свої величини, а асимптотичні значення наведені в тексті.

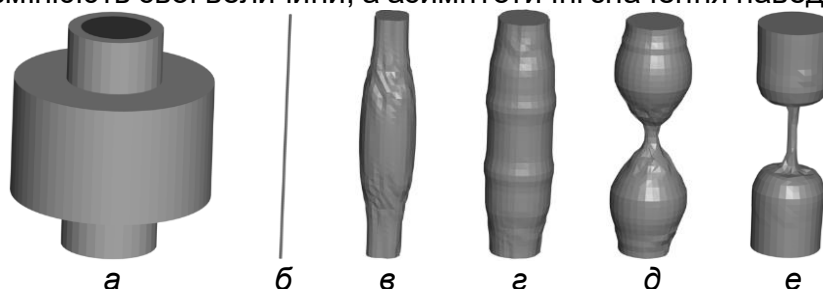


Рис. 3. Вигляд рідини (а) та ПГП (б)–(е) в різні моменти часу

На рис. 3, а показано вигляд рідини, її зовнішня поверхня не змінюється, бо вона є контактною поверхнею з жорсткою камерою. Внутрішня поверхня рідини є одночасно контактною поверхнею з ПГП, яка характеризується нижче.

На рис. 3, б показано канал розряду у вигляді паралелограму довжиною $h=75$ мм, поперечним перерізом $0,5 \times 0,5$ мм та об'ємом $1,875 \cdot 10^{-8}$ м³. На рис. 3, в показана ПГП в момент часу 0,05 мс, яка вже отримала веретеноподібну осесиметричну форму, що пояснюється взаємодією хвиль тиску з стінками жорсткої камери. На рис. 3, г в момент часу 0,25 мс ПГП поширюється, але в центральній частині з'являється звуження, яке пояснюється дією відбитою хвилі тиску від поверхні камери. На рис. 3, д в момент часу 0,85 мс ця тенденція подовжується, утворюється дуже перетяжка в центральній частині ПГП. Зверху та симетрично знизу речовина ПГП витискає рідину з циліндричних «кишеньок» камери. На рис. 3, е показано остаточно асимптотичну форму ПГП, яка не змінюється наприкінці розрахункового процесу, коли зупиняється рух та тиск

отримує постійне значення. Відповідний об'єм має величину $2,067 \times 10^{-5} \text{ м}^3$.

Підкреслимо осьову симетрію поверхонь та симетрію відносно площини, що перпендикулярна осі системи та перетинає її в середині, а також асимптотичну стійкість форми, яка не порушується збуреннями, в якості яких в розрахунку виступають чисельні похибки. Така ж симетрія спостерігається для чисельних значень розрахованих параметрів (швидкостей, переміщень, тиску).

На рис. 4, а показана залежність об'єму ПГП від часу. Та ж залежність, але в іншому масштабі, показана на рис. 4, б (1). Об'єм змінюється від початкового значення $1,875 \times 10^{-8} \text{ м}^3$ до кінцевого асимптотичного значення $2,067 \times 10^{-5} \text{ м}^3$, тобто в 1120 раз, це є величина об'ємної деформації ПГП. Можливість розрахунків з таким ступенем об'ємної деформації забезпечена використанням метода MCE-ALE. Об'єм ПГП коливається з періодом $6 \cdot 10^{-5} \text{ с}$, амплітуда коливань з часом вщухає до нуля, тобто коливання асимптотично згасають. На рис. 4, б показано залежності об'ємів ПГП (1), рідини (2) та їхньої суми (3) або об'єму камери. Об'єм рідини змінюється від початкового значення $1,693 \times 10^{-4} \text{ м}^3$ до кінцевого асимптотичного значення $1,487 \times 10^{-4} \text{ м}^3$, тобто об'ємна деформація сягає величини 0,12. Об'єм рідини, як і об'єм ПГП, відзначається осциляцією з тим же періодом та амплітудою, але в протифазі, завдяки чому їх сума (рис. 4, б (3)) має постійне значення, що відповідає об'єму жорсткої камери $1,693 \times 10^{-4} \text{ м}^3$.

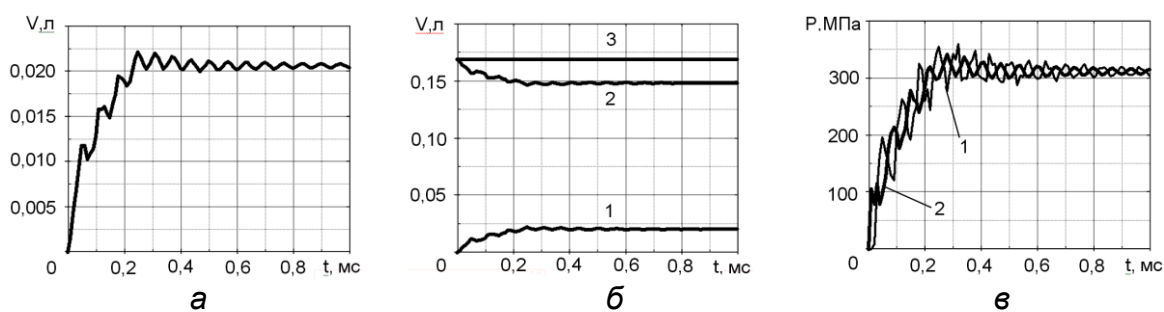


Рис. 4 Залежності об'ємів ПГП, рідини та тиску від часу

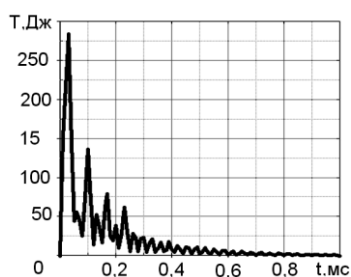
На рис. 4, в показано характерні залежності зміну тиску на поверхні рідини поблизу площини симетрії (тонка лінія 1) та ПГП на осі симетрії (товста лінія 2) за часом. Характер зміни тиску та точність його визначення важливі тому, що саме тиск є основним фактором, що деформує або руйнує технологічний об'єкт.

Залежності мають характер асимптотично згасаючих коливань з різними амплітудами та фазами, але з однаковим періодом, що дорівнює періоду коливань об'єму рідини та ПГП. Тиск змінюється від нуля на початку до асимптотичного значення 312,4 МПа. На кривій тиску рідини тиск починає зростати з невеликою затримкою, що пояснюється хвильовим характером та скінченною швидкістю розповсюдження хвиль тиску в рідині, породженого імпульсним поширенням ПГП, на початку моделювання.

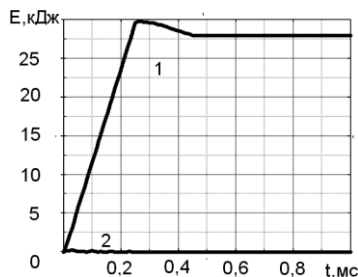
На рис. 5, а показано залежність кінетичної енергії системи за часом. На початку кінетична енергія зростає до максимуму в 280 Дж, що пояснюється імпульсним збудженням. Потім енергія зменшується до нуля, здійснюючи згасаючі коливання з періодом $3 \cdot 10^{-5} \text{ с}$, тобто в два рази меншим, ніж період коливань об'єму та тиску.

На рис. 5, б в одному масштабі показано залежності внутрішньої (1) та кінетичної енергії (2) системи. Оскільки кінетична енергія майже на два порядки

менша від внутрішньої, загальна механічна енергія дорівнює внутрішній енергії, форма якої визначається як інтеграл за часом від потоку тепла в ПГП з максимальним значенням 29,80 кДж та остаточною асимптотичним значенням 28,03 кДж. Залежність внутрішньої енергії відзначається гладким характером. Саме внутрішня енергія, а не кінетична енергія, є джерелом усіх перетворень технологічного об'єкту.



а



б

Рис. 5. Залежність кінетичної (а) та внутрішньої (б) енергії системи за часом

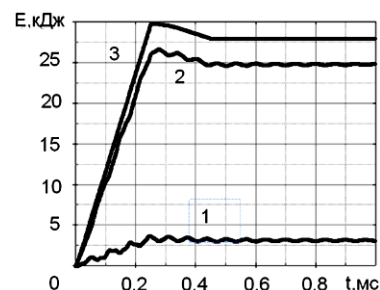


Рис. 6. Залежності внутрішньої енергії ПГП, рідини та системи за часом

На рис. 6 показано залежність внутрішньої енергії ПГП (1) та рідини (2). На відміну від загальної енергії системи (рис. 6, б) значення складових мають характер асимптотично згасаючих коливань.

Особливість сумісних коливань енергії ПГП та рідини в тому, що періоди та амплітуді коливань однакові та співпадають з періодом коливань тиску та об'єму, а фази коливань відрізняються на π .

Ще одна особливість розподілу внутрішньої енергії в тому, що внутрішня енергія рідини майже на порядок вища за енергію ПГП.

Порівняння величин, отриманих аналітично в розділі 2 та чисельно в розділі 3 дає змогу отримати відносні похибки, які мають значення:

$\delta E = 0,011$ – похибка чисельного розрахунку остаточної (асимптотичної) загальної механічної енергії системи;

$\delta V = 0,019$ – похибка чисельного розрахунку остаточної об'ємної рідини;

$\delta P = 0,0043$ – похибка остаточної значення тиску.

Висновки

1. Механічний стан системи ЕГЕ природно послідовно змінює характер руху. Спочатку рух має хвильовий характер, потім – коливальний та наприкінці стаціонарний характер. Це підтверджує адекватність математичної моделі ЕГЕ.

2. Розрахунковий процес рішення рівнянь моделі ЕГЕ за методом MCE-ALE є асимптотично стійким. В процесі рішення досягнутий асимптотичний стан та отримані асимптотичні значення механічних параметрів системи, які в подальшому не змінюють свої значення.

3. Об'єм ПГП змінюється в 1120 раз, це є величина об'ємної деформації ПГП. Можливість розрахунків з таким ступенем об'ємної деформації забезпечена використанням метода MCE-ALE.

4. Отримані аналітичні значення параметрів асимптотичного механічного стану системи ЕГЕ.

5. Отримані відносні похибки параметрів асимптотичного механічного стану системи ЕГЕ, визначених чисельним методом. Похибки обчислення основних механічних параметрів не перевищують 2 %. Найвищу точність отримано для тиску (0,43 %), який є основним фактором дії ЕГЕ на технологічний об'єкт та технологічне обладнання.

6. Після досягнення асимптотичного стану похибки не змінюються, бо обчислювані параметри не змінюють свої значення.

7. Отримані величини похибок мають накопичений характер, тому в проміжні моменти між початком розрахунків та досягненням асимптотичного стану похибки не повинні перевищувати отримані значення. Ці похибки можна вважати загальними похибками розрахунків математичної моделі ЕГЕ, вони відображують вплив різних типових факторів, в тому числі – не лінійності ДРЧП.

8. При моделюванні технологічних систем, які використовують ЕГЕ та деформуємі елементи, наприклад заготовку та оснащення, до визначених похибок обчислення параметрів ЕГЕ будуть додані інші похибки, пов'язані з обчисленням параметрів напружено-деформованого стану тих елементів, які в статті не розглядаються.

Список літератури

1. Woo M., Lee K., Song W., Kang B., Kim J. Numerical Estimation of Material Properties in the Electrohydraulic Forming Process Based on a Kriging Surrogate Model. *Mathematical Problems in Engineering*, 2020, 12 p. DOI: doi.org/10.1155/2020/3219829

2. Golovashchenko S. F. Electrohydraulic forming of near-net shape automotive panels. Project period: September 2008 through September 2013. Ford motor company. – 224 p.

3. Тараненко М. Є., Наріжний О. Г. Розвиток та особливості використання електрогідравлічного ефекту для штампування високоточних великогабаритних листових деталей.- *Обробка матеріалів тиском, Збірник наукових праць*. №1 (52), Краматорськ, 2023. – с. 107-117. DOI: 10.37142/2076-2151/2023-1(52)107

4. Manevych V., Jartovskiy O., Axelevitch A., Lapsker I., Golan G., Makrinich G., Gorenstein B., Verdean A. Microscopy study of carbon nanotubes produced by electrical discharge in liquid. *Microscopy and Microanalysis*, 12 (Supp 2), 2006. pp.666-682. doi: 10.1017/S1431927606062519

5. Huang W., Chen Y. The application of high voltage pulses in the mineral processing industry - A review. *Powder Technology*, Volume 393, 2021, pp. 116-130. doi.org/10.1016/j.powtec.2021.07.003

6. Старков М. В., Стрелковська Л. І. Спосіб електрогідроімпульсного очищення металевої стружки від мастила. Патент на винахід UA 108690 C2, Державна служба інтелектуальної власності України, бюл. №10, 25.05.2015.–2 с.

7. Wiel, van der S. E., Stassen P. M. C., Poley J.-W., De Jong D. M., de Jonge P. J. F., Bruno M. J. Pancreatotomy-guided electrohydraulic lithotripsy for the treatment of obstructive pancreatic duct stones: a prospective consecutive case series *GASTROINTESTINAL ENDOSCOPY* V. 95, No. 5, 2022. – pp. 905–914.

8. LS-DYNA Keyword user's manual. Livermore : LST an ANSYS comp. 2021. – 3826 P.

References

1. Woo M., Lee K., Song W., Kang B., Kim J. Numerical Estimation of Material

Properties in the Electrohydraulic Forming Process Based on a Kriging Surrogate Model. *Mathematical Problems in Engineering*, 2020, 12 p. DOI: doi.org/10.1155/2020/3219829

2. Golovashchenko S.F. Electrohydraulic forming of near-net shape automotive panels. Project period: September 2008 through September 2013. Ford motor company.– 224 p.

3. Taranenko M. Ye., Naryzhnyi O. H. Rozvytok ta osoblyvosti vykorystannia elektrohivavlichnoho efektu dlia shtampuvannia vysokotochnykh velykohabarytnykh lystovykh detalei.- *Obrobka materialiv tyskom*, Zbirnyk naukovykh prats. №1 (52), Kramatorsk, 2023.- s. 107-117. DOI: 10.37142/2076-2151/2023-1(52)107

4. Manevych V., Jartovskiy O., Axelevitch A., Lapsker I., Golan G., Makrinich G., Gorenstein B., Verdean A. Microscopy study of carbon nanotubes produced by electrical discharge in liquid. *Microscopy and Microanalysis*, 12 (Supp 2), 2006. pp.666-682. doi: 10.1017/S1431927606062519

5. Huang W., Chen Y. The application of high voltage pulses in the mineral processing industry - A review. *Powder Technology*, Volume 393, 2021, pp. 116-130. doi.org/10.1016/j.powtec.2021.07.003

6. Starkov M. V., Strelkovska L.I. Sposib elektrohivavlichnoho ochyshchennia metalevoi struzhky vid mastyla. Patent na vynakhid UA 108690 C2, Derzhavna sluzhba intelektualnoi vlasnosti Ukrainy, biul. №10, 25.05.2015.– 2 s.

7. Wiel, van der S. E., Stassen P. M. C., Poley J.-W., De Jong D. M., de Jonge P. J. F., Bruno M. J. Pancreatotomy-guided electrohydraulic lithotripsy for the treatment of obstructive pancreatic duct stones: a prospective consecutive case series *GASTROINTESTINAL ENDOSCOPY* V. 95, No. 5, 2022. – pp. 905–914.

8. LS-DYNA Keyword user's manual. Livermore : LST an ANSYS comp. 2021. – 3826 P.

Надійшла до редакції 23.08.2024, розглянута на редколегії 23.08.2024

Method and study of the accuracy of calculating the mathematical model of the electrohydraulic effect

The mathematical model of the electrohydraulic effect (EHE) is a nonlinear non-stationary system of partial differential equations (PDE), which reflects the motion and contact interaction of two media, gaseous and liquid, under the action of pulsed thermal excitation. Such PDE systems generally do not have analytical solutions and are solved only by numerical methods, which are approximate in nature, i.e. they provide a solution with some error. The peculiarity of the motion of media in the case of EHE is large deformations in the form of flows and vortices. This feature imposes significant restrictions on the choice of the method for solving the PDE model. The widely known Lagrangian finite element method used to solve contact problems, in the case of EHE modeling leads to a pathological change in the shape of the finite elements, and therefore to instability of the calculation process and an unlimited increase in error. In calculation practice, a variant of the finite element method, FEM-ALE, has become widespread. It uses both Lagrangian and Eulerian grids of nodes and a special advection procedure, i.e., transfer by interpolation of the solution from the Lagrangian grid to the Eulerian one, and then vice versa from the Eulerian one to another new Lagrangian grid. Such an additional interpolation procedure, which is used repeatedly in the calculation, leads to additional (in comparison with the Lagrangian FEM) errors.

If the causes and kinetics, as well as the methods of error control in the case of the Lagrangian FEM, have been sufficiently studied in the literature, then the kinetics of error development in the simulation of the EGE using the FEM-ALE method has been practically not studied. The article is devoted to the study of the development of errors in the numerical solution in this particular case. An analytical solution of the problem in the asymptotic case for a technological system with a rigid chamber is obtained. This solution is analyzed in comparison with the numerical solution using the FEM-ALE method. Conclusions are made regarding the errors in calculating pressure as the main factor of mechanical impact of EGE on the technological object and technological equipment, as well as errors in calculating deformations of gaseous and liquid media.

The scientific novelty consists in the development of a method for determining the accuracy of EHE parameter calculations using the MSE-ALE method. The practical value lies in determining the accuracy of calculating the parameters of the EHE mathematical model, which makes it possible to justify the use of numerical modeling as a method of researching technological processes and systems using EHE.

Keywords: accuracy of mathematical modeling, electrohydraulic effect, ALE.

Відомості про авторів:

Нарижний Олександр Георгійович – доцент, канд. техн. наук, доцент кафедри теоретичної механіки, машинознавства та роботомеханічних систем Національного аерокосмічного університету ім. М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут», м. Харків, Україна, ел. пошта: o.naryzhniy@khai.edu, ORCID 0000-0002-5379-1964.

Тараненко Михайло Євгенович – доктор технічних наук, професор, професор кафедри автомобілів та транспортної інфраструктури Національного аерокосмічного університету ім. М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут», м. Харків, Україна, ел. пошта: m.taranenko@khai.edu ORCID 0000-0002-3819-6948.

Богачьова Тетяна Борисівна – інженер 1 категорії кафедри автомобілів та транспортної інфраструктури Національного аерокосмічного ім. М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут», м. Харків, Україна, ел. пошта: t.bohacheva@khai.edu, ORCID 0009-0003-1557-3901 .

About the Authors:

Naryzhniy Oleksandr – assistant professor, Candidate of Technical Sciences, assistant professor of theoretical mechanics, machinery design and robotics systems department, National Aerospace University named after N. E. Zhukovsky “Kharkov Aviation Institute”, Kharkov, Ukraine, e-mail: o.naryzhniy@khai.edu, Phone 0504029750, ORCID 0000-0002-5379-1964.

Taranenko Mykhaylo – Doctor of Technical Sciences, full professor, department of automobiles and transport infrastructure, National Aerospace University named after N. E. Zhukovsky “Kharkov Aviation Institute”, Kharkov, Ukraine, e-mail: m.taranenko@khai.edu, ORCID 0000-0002-3819-6948

Bohachova Tetyana – engineer of the 1st category, department of automobiles and transport infrastructure, National Aerospace University named after N. E. Zhukovsky, “Kharkov Aviation Institute”, Kharkov, Ukraine, e-mail: t.bohacheva@khai.edu, ORCID 0009-0003-1557-3901