

УДК 629.7.023:539.421(045)

doi: 10.32620/aktt.2025.4sup2.07

С. Г. ІГНАТОВИЧ¹, І. І. ДЖАВАДОВА²¹ ДНП Державний університет «Київський авіаційний інститут», Київ, Україна² АТ «АНТОНОВ», Київ, Україна

ПРОГНОЗУВАННЯ НАПРАЦЮВАННЯ АВІАЦІЙНИХ ПАНЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ ПРИ ВИПАДКОВІЙ ШВИДКОСТІ ЗРОСТАННЯ ВТОМНИХ ТРІЩИН

При прогнозуванні циклічного напрацювання панельних конструкцій обшивки фюзеляжу літака необхідно враховувати випадковість швидкості зростання втомної тріщини. Для цього пропонується модель, яку побудовано на базі степеневого закону Періса. Аналіз емпіричних даних із літературних джерел показав, що для широкої номенклатури конструкційних алюмінієвих сплавів існує залежність між коефіцієнтами C і m закону Періса, згідно з якою значення $\lg C$ лінійно зменшується зі зростанням m . На основі такої залежності запропоновано модель росту втомних тріщин в алюмінієвих сплавах, у якій, на відміну від рівняння Періса, використовується тільки один коефіцієнт – показник степеня m . Випадкова швидкість росту тріщини визначається випадковою величиною цього коефіцієнта. Проведено моделювання росту тріщини в листових конструкціях обшивки за умови рівномірного розподілу випадкової величини параметра m . При цьому для визначення розмаху діючого напруження використовувалися реальні геометричні параметри фюзеляжу літака. Отримано прогнозні значення напрацювання до граничного стану – значення довжини тріщини, що відповідає в'язкості руйнування. Показано, що в якості прогнозного параметра доцільно використовувати мінімальне за величиною напрацювання серед тих значень, що відповідають випадковим величинам показника m із заданого діапазону моделювання. Для розширення можливостей прогнозування з урахуванням діючого навантаження був проведений числовий експеримент для різних рівнів розмаху напружень, на кожному з яких були визначені мінімальні значення напрацювання до досягнення тріщиною критичної довжини. При цьому напівдовжина початкової тріщини приймалася постійною й дорівнювала 0,003 м. Отримана залежність мінімальних значень залишкової довговічності від розмаху напружень, яка в напівлогарифмічних координатах має лінійну регресію з коефіцієнтом кореляції, що дорівнює одиниці.

Ключові слова: втомна тріщина; коефіцієнти закону Періса; алюмінієві сплави; залишкова довговічність; панельні конструкції.

Вступ

Проектування сучасних повітряних суден передбачає відповідність їх безпечної експлуатації вимогам концепції допустимості пошкоджень (damage tolerance) [1]. Ця концепція є найбільш ефективною для досягнення експлуатаційної безпеки конструкції і базується на своєчасному виявленні та моніторингу пошкоджень. Допустимість пошкоджень складається з трьох окремих принципів, що однаково важливі для досягнення заданого рівня безпеки:

- допустиме пошкодження (allowable damage) – максимальне за розміром пошкодження, включаючи множинні вторинні тріщини, яке може витримати конструкція за нормативних умов безпечного навантаження;
- зростання пошкодження (damage growth) – інтервал напрацювання, що відповідає розвитку пошкодження від розміру, нижче якого існує незначна

ймовірність його виявлення, до допустимого розміру, визначеного вимогами до залишкової міцності;

- виявлення пошкоджень (inspection program) – послідовність перевірок парку літаків з інтервалами та методами контролю, обраними для своєчасного виявлення пошкоджень.

Реалізацію цих принципів у їх взаємозв'язку можна проілюструвати на прикладі втомного пошкодження конструкцій. З застосуванням тої чи іншої моделі втомного руйнування визначається кількість циклів зростання втомної тріщини N_f від порогового розміру її виявлення a_d до допустимої довжини a_f . Інтервали між оглядами ΔN оцінюються на базі допустимого зростання тріщини з врахуванням вибраного коефіцієнта безпеки: $\Delta N \propto N_f / F_s$, де F_s – коефіцієнт безпеки [2].

Таким чином параметр N_f , який можна трактувати як залишкову втомну довговічність, є одним із



Creative Commons Attribution
NonCommercial 4.0 International

визначальних при забезпеченні концепції допустимості пошкоджень.

Найбільш придатною фізичною моделлю, що описує ріст втомних тріщин, є степеневий закон Періса:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m, \quad (1)$$

де a – половина довжини тріщини;

N – кількість циклів навантаження;

ΔK – розмах коефіцієнта інтенсивності напруження (КІН) в циклі;

C і m – коефіцієнти регресії для матеріалу.

Напрацювання конструкції при зростанні тріщини в діапазоні напівдовжин від початкової a_d до критичної a_f отримаємо з рівняння (1):

$$N_f = \frac{1}{C} \int_{a_d}^{a_f} \frac{da}{(\Delta K)^m}, \quad (2)$$

Швидкість росту втомних тріщин залежить від властивостей матеріалу, конфігурації конструкції, навколишнього середовища, довжини первинних та вторинних тріщин, а також від експлуатаційних навантажень. Тому прогнозування часу розповсюдження втомної тріщини N_f повинно передбачати випадкову природу її зростання.

Згідно з моделлю (1) випадкова швидкість росту тріщини при детермінованому ΔK буде визначатися випадковими величинами коефіцієнтів C і m . У деяких моделях приймається, що випадковою величиною є коефіцієнт C , а показник степеня m – детермінована величина [3,4]. В інших, навпаки, задається або моделюється розподіл коефіцієнта m при постійному значенні C [5, 6]. При чисельному моделюванні, як правило, враховується випадковість обох цих коефіцієнтів [7, 8]. Треба відзначити, що для різних за класом матеріалів експериментально підтверджено існування кореляційної залежності між коефіцієнтами m і C [9]. Це положення дає змогу використовувати при моделюванні росту втомних тріщин з випадковою швидкістю один параметр рівняння (1) (C або m) замість двох [10].

Метою роботи є побудова моделі росту втомних тріщин із випадковою швидкістю з врахуванням залежності між коефіцієнтами m і C закону Періса для алюмінієвих сплавів і на її базі отримання прогнозного розподілу залишкової довговічності N_f авіаційних листових конструкцій при різних значеннях діючого напруження.

1. Модель росту втомних тріщин із випадковою швидкістю

Вважається, що константи закону Періса m і C залежать від умов випробувань (асиметрії циклу навантаження, геометрії та розмірів зразків і т.п.), але не є константами матеріалу [11]. В багатьох експериментальних дослідженнях різних за класом матеріалів (сталі, кольорові сплави і навіть бетон [9]) підтверджується кореляція між цими параметрами.

Для металевих матеріалів величина $\lg C$ лінійно зменшується зі збільшенням значень m . Виходячи з цього, можна записати

$$C = \frac{V_F}{\Delta K_F^m}, \quad (3)$$

де V_F , ΔK_F – постійні величини, причому V_F має розмірність швидкості росту тріщини, а ΔK_F – КІН.

Зі співвідношення (3) випливає відома експериментальна залежність:

$$\lg C = \lg V_F - m \lg \Delta K_F, \quad (4)$$

Тоді запис закону Періса (1) з урахуванням (3) буде мати вигляд

$$\frac{da}{dN} = V_F \left(\frac{\Delta K}{\Delta K_F} \right)^m. \quad (5)$$

При $\Delta K = \Delta K_F$ із (5) маємо $da/dN = V_F$. Тобто, якщо для набору діаграм втомного руйнування, які описуються законом Періса, виконується залежність (4), то ці діаграми повинні мати спільну точку перетину з координатами $(\lg \Delta K_F; \lg V_F)$. Назвемо цю точку «фокусом» діаграм втомного руйнування, координати якої визначаються залежністю (4).

Для моделювання росту втомних тріщин в авіаційних панельних конструкціях при випадкових значеннях m розглянемо існуючі експериментальні дані щодо параметрів ΔK_F і V_F моделі (5), що були отримані при випробуваннях різних типів конструкційних алюмінієвих сплавів.

В роботі [12] проаналізовані результати експериментальних досліджень з втомного руйнування різних типів алюмінієвих сплавів, які опубліковані в літературних джерелах (табл. 1). Ці експериментальні дані можна розділити на лабораторні та міжлабораторні. Лабораторні експериментальні дослідження проводилися однією групою дослідників на одному

Таблиця 1

Значення коефіцієнтів у залежностях (4) і (5) для різних типів алюмінієвих сплавів [12]

Матеріал	$\lg V_F$	$\lg \Delta K_F$	V_F , м/цикл	ΔK_F , МПа·м ^{1/2}	Діапазон значень m	R^2	Літерату- рне джерело	Примітка
Д16АТ	-6,75	1,0955	$1,78 \cdot 10^{-7}$	12,46	1,5...6,1	0,977	[10]	лабораторні
2024-Т3	-6,66	1,04	$2,19 \cdot 10^{-7}$	10,96	2,3...3,2	0,9981	[13]	лабораторні
2024-Т3	-6,63	1,14	$2,34 \cdot 10^{-7}$	13,8	1,9...6	0,9168	[14]	міжлаборато- рні
7075-Т6	-5,8	1,28	$1,59 \cdot 10^{-6}$	19,05	1,6...5,9	0,9241	[14]	міжлаборато- рні
2xxx ^(□) 6xxx 7xxx	-6,96	0,989	$1,1 \cdot 10^{-7}$	9,75	1,8...4,2	0,9246	[15]	лабораторні

(□) 2024-Т3, 2024-Т351, 2024-Т81, 2024-Т851, 2524-Т3, 6013-Т4, 6013-Т6, 6061-Т6, 7075-Т651 і 7475-Т761 (позначення Т3, Т351 і Т4 – природне старіння, позначення Т6, Т651, Т761, Т81 і Т851 – штучне старіння). Матеріал сплавів 2xxx і 7xxx – із плакуванням, сплавів 6xxx – без плакування.

чи різних матеріалах, але за спільною методикою (однакові зразки, умови навантаження, способи визначення КІН), міжлабораторні – різними дослідниками на однакових матеріалах, але за різними методиками випробувань. Наприклад, в роботі [14] зібрані та представлені значення коефіцієнтів m і C для сплавів 2024-Т3 і 7075-Т6, які були опубліковані різними авторами.

Для усіх даних характерним є наявність доволі високої кореляції між $\lg C$ і m у залежності (4) (значення коефіцієнту кореляції R^2 наведені у табл. 1). Цілковито очікувано те, що кореляція лабораторних даних вища ніж для результатів міжлабораторних досліджень. Крім цього відзначимо, що результати міжлабораторних випробувань алюмінієвих сплавів, незважаючи на природну варіацію методик випробувань і методів визначення КІН, не суперечать результатам лабораторних випробувань.

Узагальнена залежність між коефіцієнтами закону Переса для алюмінієвих сплавів, що наведені у табл. 1, показана на рис. 1. Ця залежність описується регресійним рівнянням [12] ($R^2 = 0,924$)

$$\lg C = -6,446 - 1,1554m. \quad (6)$$

З урахуванням значень коефіцієнтів регресії у рівнянні (6) модель (5) для росту втомних тріщин в алюмінієвих сплавах буде мати вигляд

$$\frac{da}{dN} = 3,58 \cdot 10^{-7} \left(\frac{\Delta K}{14,3} \right)^m, \quad (7)$$

де швидкість росту тріщини вимірюється в м/цикл, КІН – в МПа·м^{1/2}.

Таким чином, при заданому ΔK ріст втомної тріщини буде визначатися значенням випадкової величини тільки показника степеня m .

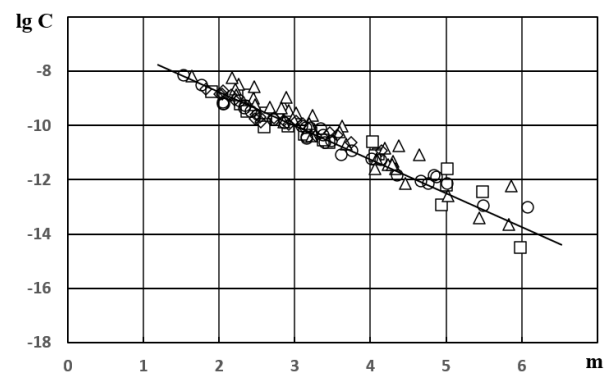


Рис. 1. Узагальнена залежність між коефіцієнтами закону Переса для різних алюмінієвих сплавів: о – Д16АТ [10]; Δ – 7075-Т6 [14]; □ – 2024-Т3 [14]; ◇ – модифікаціям сплавів 2xxx, 6xxx і 7xxx [15]; лінія – регресійна залежність (6)

2. Прогнозування залишкової довговічності авіаційних листових конструкцій

2.1. Вихідні передумови

Прогнозування залишкової довговічності N_f авіаційних листових конструкцій вирішується шляхом моделювання зростання втомної тріщини з випадковою швидкістю від початкової напівдовжини a_d до її критичного значення a_f . Мета числового експерименту полягає в отриманні можливих значень N_f та їх розподілу для реальних параметрів навантаження панельних конструкцій літаків.

У відповідності до рівняння (7) випадкова швидкість росту тріщини визначається випадковою величиною показника степеня m . Приймається, що параметр m має рівномірний розподіл в інтервалі значень $m \in [2; 4]$.

Початкова напівдовжина a_d визначається із умов надійного виявлення тріщини методами неруйнівного контролю або візуальним оглядом. Для зростаючої тріщини необхідно виконання умови $\Delta K_d = \Delta \sigma \sqrt{\pi a_d} > \Delta K_{th}$, де ΔK_{th} – розмах порогового КІН. Задаємо: $a_d = 0,003$ м.

Приймаємо, що розмах КІН в моделі (7) для панелі обшивки фюзеляжу з центральною тріщиною напівдовжини a визначається формулою

$$\Delta K = Y \Delta \sigma \sqrt{\pi a}, \quad (8)$$

де Y – поправочний коефіцієнт, який залежить від геометричних параметрів тріщини і пластини та умов навантаження (зазвичай $Y = 1 \dots 1,5$) [16]. Надалі приймаємо $Y = 1$;

$\Delta \sigma$ – розмах окружного напруження від перепаду тиску Δp в герметичній кабіні,

$$\Delta \sigma = \frac{\Delta p \cdot r}{t}; \quad (9)$$

де r – радіус фюзеляжу;

t – товщина панелі.

У якості базового рівня навантаження, будемо використовувати наступні значення [6]: $r = 3,25$ м; $t = 0,00248$ м; $\Delta p = 0,06$ МПа. Тоді, згідно з (9), маємо $\Delta \sigma = 78,63$ МПа.

Для врахування інших можливих умов навантаження, пов'язаних зі зміною значення Δp або з корекцією величини ΔK , розрахунки здійснювалися для різних рівнів $\Delta \sigma$ відносно базового значення $\Delta \sigma = 78,63$ МПа.

Рівняння (8) і (9) не включають геометричний поправочний коефіцієнт для скінченного розміру панелі, в них не враховується двовісний напружений стан, а також змінна жорсткість конструкції через наявність підсилюючих елементів [17]. Тому ці вирази є приблизними. Однак їхнє використання для визначення залишкової довговічності панельних конструкцій фюзеляжу літака у першому наближенні є прийнятним [6].

Залишкова довговічність конструкції визначається граничним станом – критичною довжиною втомної тріщини a_f . Можна прийняти, що критичний стан пластини зі зростаючою втомною тріщиною

буде відповідати її швидкості при переході ділянки II діаграми втомного руйнування (ділянка Періса) до ділянки III прискореного руйнування за умови $da/dN \rightarrow \infty$ при $K_{max} \rightarrow K_{IC}$, де K_{IC} – в'язкість руйнування при плоскій деформації [11]. Тоді критичний розмір тріщини буде визначатися критичним значенням КІН, що дорівнює в'язкості руйнування, і, не враховуючи скінченності розмірів панелі, при асиметрії циклу $R = 0$ можна записати [6]

$$a_f = \left(\frac{K_{IC}}{\Delta \sigma \sqrt{\pi}} \right)^2. \quad (10)$$

Згідно з довідниками середнє значення K_{IC} для алюмінієвих сплавів дорівнює $35 \text{ МПа м}^{1/2}$ з мінімальним та максимальним значеннями 15 і $49 \text{ МПа м}^{1/2}$ відповідно [11]. Приймаємо $K_{IC} = 30 \text{ МПа м}^{1/2}$ [6]. Таким чином, для $\Delta \sigma = 78,63$ МПа відповідно до (10), отримаємо $a_f = 0,0463$ м.

2.2. Результати числового експерименту та їх обговорення

Залишкову довговічність пошкодженої листової панелі обшивки фюзеляжу визначимо із рівняння (7) із врахуванням співвідношення (8) (при $m \neq 2$):

$$N_f = \frac{5,6 \cdot 10^6}{2 - m} \left(\frac{14,3}{\Delta \sigma \sqrt{\pi}} \right)^m \left(a_f^{1 - \frac{m}{2}} - a_d^{1 - \frac{m}{2}} \right). \quad (11)$$

В роботі [12] показано, що при логарифмічно нормальному розподілі m розподіл N_f відповідає степеневому типу і близький до закону Парето. Подібна властивість розподілу залишкової довговічності має місце також і при рівномірному розподілі m (рис. 2).

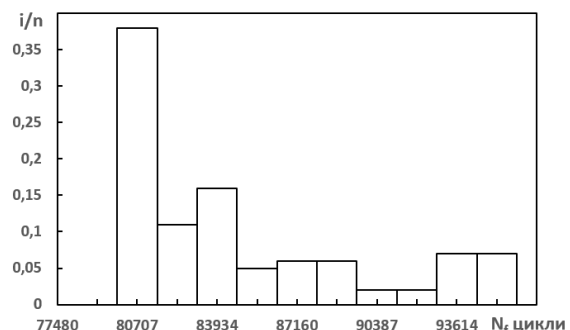


Рис. 2. Гістограма розподілу залишкової довговічності панельної конструкції фюзеляжу літака з втомною тріщиною (i/n – частота потраплянь подій в інтервал значень гістограми; n – загальна кількість значень)

Гістограма на рис. 2 отримана розрахунком N_f за формулою (11) із використанням вище обумовлених значень параметрів і при генеруванні показника за рівномірним розподілом в інтервалі від 2 до 4. Отримано, що значна частина значень N_f (38% від усіх) припадає на початок процесу руйнування – в інтервал від $N_{f \min} = 79900$ до 81513 циклів.

Такий характер розподілу N_f обумовлений особливостями зростання тріщин. Згідно з моделлю (7) при $\Delta K < 14,3 \text{ МПа м}^{1/2}$ швидкість росту тріщини зі зростанням m зменшується, а при $\Delta K > 14,3 \text{ МПа м}^{1/2}$ – збільшується. Розглянемо, як це впливає на реалізацію граничного стану.

З врахуванням співвідношення (8) із моделі (7) отримаємо залежності напівдовжини тріщини від кількості циклів навантаження:

$$a = \left[a_d^{\frac{1-m}{2}} + \frac{2-m}{5,6 \cdot 10^6} \left(\frac{\Delta \sigma \sqrt{\pi}}{14,3} \right)^m N \right]^{\frac{2}{2-m}}, \text{ при } m \neq 2; \quad (12)$$

$$a = a_d \exp(5,5 \cdot 10^{-9} \Delta \sigma^2 N), \text{ при } m = 2. \quad (13)$$

Залежності (12) і (13) для різних значень показника m зображені на рис. 3.

Із отриманих результатів випливає, що найменше напруження до досягнення тріщиною будь якої напівдовжини $a < a_f$ відповідає найменшим за величиною значенням показника m . Але для граничного стану ($a = a_f$) найменше напруження визначається як тріщинами з малими значеннями m , так і частиною тріщин, які прискорюють свій ріст при більших значеннях показника m (рис. 3).

За рахунок цього у гістограмах розподілу залишкової довговічності значна частка випадків руйнування зміщена в зону найменших значень N_f (рис. 2). Тому, при прогнозуванні граничного стану, доцільно використовувати певне порогове значення довговічності N_{f0} , менше за якого руйнування не відбувається.

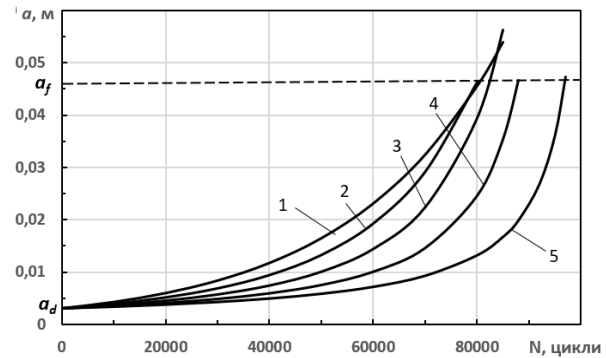


Рис. 3. Залежності напівдовжини тріщини від кількості циклів навантаження при різних значеннях m : 1 – $m=2$; 2 – $m=2,5$; 3 – $m=3$; 4 – $m=3,5$; 5 – $m=4$

При прогнозуванні залишкової довговічності авіаційних панельних конструкцій може бути корисною інформація щодо залежності граничного напруження N_{f0} від діючого напруження. Це дає можливість прогнозувати граничний стан при різних значеннях параметрів, що входять до рівняння (9), а також враховувати геометричні особливості системи панель-тріщина через поправочний коефіцієнт Y в рівнянні (8).

На кожному з вибраних рівнів розмаху напруження $\Delta \sigma$ генерувалося 100 випадкових значень показника m у відповідності до його рівномірного розподілу в інтервалі значень $m \in [2; 4]$. Розрахунок N_f для кожного значення m проводився за формулою (11) при $a_d = 0,003 \text{ м}$. При цьому, для кожного $\Delta \sigma$ за формулою (10) визначалася критична величина напівдовжини тріщини a_f . Із масиву значень N_f на кожному рівні $\Delta \sigma$ вибиралося найменше N_{f0} . Результати чисельного експерименту зведені в табл. 2 і відображені на рис. 4.

Точки на рис. 4 апроксимуються лінійною функцією

$$\Delta \sigma = 380 - 61,43 \cdot \lg N_{f0} \quad (14)$$

з коефіцієнтом кореляції $R^2 = 1$.

Таблиця 2

Результати чисельного експерименту щодо визначення граничних значень залишкової довговічності панельних конструкцій з алюмінієвих сплавів

Параметр	Значення параметрів					
$\Delta \sigma$, МПа	90	85	80	78,63	75	70
a_f , м	0,035	0,04	0,045	0,0463	0,051	0,0585
N_{f0} , цикли	52128	63174	76053	79900	91545	110542

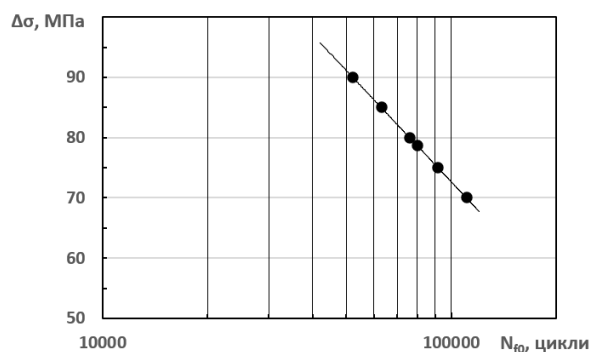


Рис. 4. Залежність мінімальних значень залишкової довговічності N_{f0} від розмаху напруження в циклі $\Delta\sigma$. Точки – результати числового експерименту (див. табл. 2)

Рівняння (14) дає можливість робити прогнозні оцінки напрацювання авіаційних панельних конструкцій з втомними тріщинами до початку критичного руйнування за умови, що швидкість тріщини може приймати випадкові значення, а напівдовжина початкової тріщини $a_d = 0,003$ м. Аналогічний підхід може бути застосований для прогнозування залишкової довговічності конструкцій з алюмінієвих сплавів при інших значеннях розміру початкової тріщини a_d .

Висновки

1. Аналіз даних, які опубліковано в літературних джерелах показав, що для широкої номенклатури алюмінієвих сплавів має місце узагальнена залежність між коефіцієнтами m і $\lg C$ закону Періса. З урахуванням цієї залежності запропоновано модель росту втомних тріщин в алюмінієвих сплавах, згідно з якою швидкість тріщини визначається лише одним змінним параметром – показником степеня m . Ця модель може використовуватися для визначення росту втомних тріщин з урахуванням випадкових значень параметра m .

2. Із використанням запропонованої моделі проведені розрахунки залишкової довговічності панельної конструкції фюзеляжу літака з урахуванням випадкової швидкості втомної тріщини для параметра m , який має рівномірний розподіл в діапазоні від 2 до 4. Показано, що прогнозним показником залишкового ресурсу панельних конструкцій може бути найменше значення напрацювання до початку руйнування.

3. Визначена залежність залишкової довговічності від розмаху діючих напружень. Ця залежність може використовуватися для прогнозних оцінок ресурсу панельних конструкцій з пошкодженнями при врахуванні випадкової швидкості зростання втомної тріщини.

Внесок авторів: формулювання проблеми, постановка задачі, оцінка результатів – **Сергій Ігнатович**; числовий експеримент, формулювання висновків – **Ірина Джавадова**; написання статті – **Сергій Ігнатович, Ірина Джавадова**.

Конфлікт інтересів

Автори заявляють, що немає конфлікту інтересів щодо цього дослідження, фінансового, особистого, авторського чи іншого, який міг би вплинути на дослідження та його результати, представлені в цій статті.

Фінансування

Дослідження проводилося без фінансової підтримки.

Доступність даних

Рукопис не має пов'язаних даних.

Використання засобів штучного інтелекту

Автори підтверджують, що не використовували технології штучного інтелекту при створенні представленої роботи.

Усі автори прочитали та погодилися з опублікованою версією рукопису.

Література

1. Goranson, U. G. *Damage Tolerance Facts and Fiction. International Conference on Damage Tolerance of Aircraft Structures [Text]* / U. G. Goranson // *International Conference on Damage Tolerance of Aircraft Structures*. – 2007. – Vol. 11. – 11 p.
2. *Damage tolerance of aircraft panels [Text]* / P. M. S. T. De Castro, J. M. Ferreira, F. Antunes, & J. D. Costa // *Mecanica Experimental*. – 2010. – Vol. 18. – P. 35–46.
3. Proppe, C. *Probabilistic analysis of multi-site damage in aircraft fuselages [Text]* / C. Propper // *Computational Mechanics*. – 2003. – Vol. 30, № 4. – P. 323–329. doi: <https://doi.org/10.1007/s00466-002-0408-x>.
4. Cavallini, G. *A probabilistic Approach to Fatigue Design of Aerospace Components by Using the Risk Assessment Evaluation [Text]* / G. Cavallini, & R. Lazzeri // *Recent Advances in Aircraft Technology / ред. R. K. Agarwal. Хорватія : InTech*, 2012. – P. 558. doi: 10.5772/2406.
5. Pattabhiraman, S. *Effects of Uncertainty Reduction Measures by Structural Health Monitoring on Safety and Lifecycle Costs of Aircrafts [Text]* / S. Pattabhiraman, N. H. Kim, & R. Haftka // *Collection of Technical Papers - AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*. – 2010. – Vol. 2677. doi: 10.2514/6.2010-2677.

6. Uncertainty Reduction of Damage Growth Properties Using Structural Health Monitoring [Text] / A. Coppe, R. Haftka, N. H. Kim [et al.] // *Journal of Aircraft*. – 2010. – Vol. 47, № 3. – P. 2030–2038. doi: 10.2514/1.C000279.

7. Predictive airframe maintenance strategies using model-based prognostics [Text] / Y. Wang, J. Luo, M. Daigle, & S. Sankararaman // *Journal of Risk and Reliability*. – 2018. – Vol. 232, № 6. – P. 690–709. doi: 10.1177/1748006X18757084.

8. Giannella, V. On the statistical nature of fatigue crack-growth through Monte Carlo simulations and experimental data [Text] / V. Giannella // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. – 2022. – Vol. 1214, № 1. doi: 10.1088/1757-899X/1214/1/012020.

9. Ciavarella, M. One, no one, and one hundred thousand crack propagation laws: a generalized Barenblatt and Botvina dimensional analysis approach to fatigue crack growth [Text] / M. Ciavarella, M. Paggi, A. Carpinteri // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. – 2008. – Vol. 56, № 12. – P. 3416–3432. doi: 10.1016/j.jmps.2008.09.002.

10. Ignatovich, S. Fatigue crack growth kinetics in D16AT aluminum alloy specimens with multiple stress concentrators [Text] / S. Ignatovich, & Y. Karan // *Strength of Materials*. – 2015. – Vol. 47, № 4. – P. 586–594. doi: 10.1007/s11223-015-9694-3.

11. Carpinteri, A. Are the Paris' law parameters dependent on each other? [Text] / A. Carpinteri, & M. Paggi // *Frattura ed Integrità Strutturale*. – 2007. – Vol. 2, № 2. – P. 10–16.

12. Прогнозування залишкової довговічності конструкцій з алюмінієвих сплавів при випадковій швидкості зростання втомих тріщин [Текст] / С. Р. Ігнатович, М. В. Карускевич, С. С. Юркевич [та ін.] // *Проблеми міцності*. – 2025. – Т. 1. – С. 52–64.

13. Baker, M. Assessing and modelling the uncertainty in fatigue crack growth in structural steels [Text] / M. Baker, & I. Stanley. – Norwich : HSE Research Report RR643, 2008. – 99 c.

14. Sinclair, G. On obtaining fatigue crack growth parameters from the literature [Text] / G. Sinclair, & R. Pieri // *International Journal of Fatigue*. – 1990. – Vol. 12, № 1. – P. 57–62. doi: 10.1016/0142-1123(90)90343-D.

15. Bergner, F. A new approach to the correlation between the coefficient and the exponent in the power law equation of fatigue crack growth [Text] / F. Bergner, & G. Zouhar // *International Journal of Fatigue*. – 2000. – Vol. 22, № 1. – P. 229–239. doi: 10.1016/S0142-1123(99)00123-1.

16. Using a simple crack growth model in predicting remaining useful life [Text] / A. Coppe, N. H. Kim, R. Haftka [et al.] // *Journal of Aircraft*. – 2012. – Vol. 49, № 6. – P. 1956–1973. doi: 10.2514/1.C031808.

17. Джавадова, І. Методи визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень у авіаційних конструкціях [Текст] / І. Джавадова, & С. Ігнатович

// *Авіаційно-космічна техніка і технологія*. – 2024. – № 4 (196). – С. 24–33. doi: 10.32620/akt.2024.4.03.

References

1. Goranson, U. G. Damage Tolerance Facts and Fiction. International Conference on Damage Tolerance of Aircraft Structures. *International Conference on Damage Tolerance of Aircraft Structures*, 2007, no. 11. 11 p.

2. Castro, P. M. S. T., Tavares, S. M. O., Richter-Trummer, V., & Costa, J. D. Damage tolerance of aircraft panels. *Mecânica Experimental*, 2010, vol. 18, pp. 35–46.

3. Proppe, C. Probabilistic analysis of multi-site damage in aircraft fuselages. *Computational Mechanics*, 2003, vol. 30, pp. 323–329. doi: 10.1007/s00466-002-0408-x.

4. Cavallini, G., & Lazzeri, R. A probabilistic approach to fatigue design of aerospace components by using the risk assessment evaluation. In book: *Recent advances in aircraft technology*, 2012, pp. 29–48. doi: 10.5772/37784.

5. Pattabhiraman, S., Kim, N. H., & Haftka, R. T. Effects of uncertainty reduction measures by structural health monitoring on safety and lifecycle cost of airplanes. In: *Procedia of 51st Conf. «AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials»*, 2010, AIAA-2010-2677. doi: 10.2514/6.2010-2677.

6. Coppe, A., Haftka, R. T., Kim, N. H., & Yuan, F.-G. Uncertainty reduction of damage growth properties using structural health monitoring, *Journal of Aircraft*, 2010, vol. 47, no. 6, pp. 2030–2038. doi: 10.2514/1.C000279.

7. Wang, Y., Luo, J., & Daigle, M., Sankararaman, S. Predictive air frame maintenance strategies using model-based prognostics, *Journal of Risk and Reliability*, 2018, vol. 232, no. 6, pp. 690–709. doi: 10.1177/1748006X18757084.

8. Giannella, V. On the statistical nature of fatigue crack-growth through Monte Carlo simulations and experimental data, *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2022, vol. 1214. 8 p. doi: 10.1088/1757-899X/1214/1/012020.

9. Ciavarella, M., Paggi, M., & Carpinteri, A. One, no one, and one hundred thousand crack propagation laws: A generalized Barenblatt and Botvina dimensional analysis approach to fatigue crack growth, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2008, vol. 56, no. 12, pp. 3416–3432. doi: 10.1016/j.jmps.2008.09.002.

10. Ignatovich, S. R., & Karan E. V. Fatigue crack growth kinetics in D16AT aluminum alloy specimens with multiple stress concentrators. *Strength of Materials*, 2015, vol. 47, no. 4, pp. 586–594. doi: 10.1007/s11223-015-9694-3.

11. Carpinteri, A., & Paggi, M. Are the Paris' law parameters dependent on each other? *Frattura ed Integrità Strutturale*, 2007, vol. 2, no. 2, pp. 10–16. doi: 10.3221/IGF-ESIS.02.02.

12. Ihnatovych, S. R., Karuskevych, M. V., Yutskevych, S. S., Karan, Ye. V., & Dzhavadova, I. I. Prohnozuvannya zalyshkovoyi dovhovichnosti konstruktiv z alyuminiyevykh splaviv pry vypadkoviy shvydkosti zrostannya vtomnykh trishchyn [Prediction of residual fatigue life of aluminum alloy structures under random fatigue crack growth rate]. *Problemy mitsnosti - Strength of Materials*, 2025, vol. 1, pp. 52–64. (in Ukrainian).

13. Baker, M., & Stanley, I. Assessing and modeling the uncertainty in fatigue crack growth in structural steels, *HSE Research Report RR643*, 2008. 99 p.

14. Sinclair, G. B., & Pierie, R. V. On obtaining fatigue crack growth parameters from the literature, *International Journal of Fatigue*, 1990, vol. 12, no. 1, pp. 57–62. doi: 10.1016/0142-1123(90)90343-D.

15. Bergner, F., & Zouhar, G. A new approach to the correlation between the coefficient and the exponent in the power law equation of fatigue crack growth, *International Journal of Fatigue*, 2000, vol. 22, no. 3, pp. 229–239. doi: 10.1016/S0142-1123(99)00123-1.

16. Coppe, A., Pais, M. J., Haftka, R. T., & Kim, N. H. Using a simple crack growth model in predicting remaining useful life, *Journal of Aircraft*, 2012, vol. 49, no. 6, pp. 1965–1973. doi: 10.2514/1.C031808.

17. Dzhavadova, I. Metody vyznachennya koefitsiyentiv intensyvnosti napruzhen' u aviatsiynykh konstruktsiyakh [Stress intensity factor determination methods for aircraft structures]. *Aviatsiyno-kosmichna tekhnika i tekhnolohiya - Aerospace technic and technology*, 2024, vol. 4 (196), pp. 24–33. doi: 10.32620/aktt.2024.4.03. (in Ukrainian).

Надійшла до редакції 25.06.2025, розглянута на редколегії 18.08.2025

ESTIMATION OF THE SERVICE LIFE OF AIRCRAFT PANEL STRUCTURES UNDER RANDOM CRACK GROWTH RATES

Sergey Ignatovich, Iryna Dzhavadova

The stochastic nature of fatigue crack growth rates must be considered when predicting the cyclic service life of aircraft fuselage skin structures. This study proposes a modelling approach based on the Paris power-law relationship. Analysis of empirical data from various literature sources demonstrates that a linear inverse correlation exists between the Paris law coefficients C and m for a wide range of structural aluminium alloys, wherein $\log C$ decreases as m increases. Based on this dependence, we propose a modified fatigue crack growth model that uses only one governing parameter: the exponent m . This contrasts with the conventional Paris equation, which uses two governing parameters. The crack propagation behavior is represented as random by treating m as a random variable. Numerical simulations were performed for crack growth in sheet structures under the assumption of a uniformly distributed random exponent m , and the operating stress range was calculated using actual fuselage geometry. The resulting predictions define the structural life until the critical crack length is reached, corresponding to the material's fracture toughness. The minimum service life across all random realizations of m within the specified range provides a conservative and practical prediction metric. A parametric numerical study was carried out for multiple stress ranges to account for variable loading conditions. The shortest predicted life to critical crack growth was determined for each case, assuming a constant initial half-crack length of 0.003 m. The relationship between the minimum residual life and applied stress range exhibits a linear trend in semi-logarithmic coordinates, with a correlation coefficient equal to one.

Keywords: fatigue crack; Paris law coefficients; aluminum alloys; residual life; structural panels.

Ігнатович Сергій Ромуальдович – д-р техн. наук, проф. каф. конструкції літальних апаратів, ДНП Державний університет «Київський авіаційний інститут», Київ, Україна.

Джавадова Ірина Ікрамівна – інженер- конструктор, АТ «АНТОНОВ», Київ, Україна.

Sergey Ignatovich – Doctor of Science, Professor at the Design Department of State University “Kyiv Aviation Institute”, Kyiv, Ukraine,

e-mail: ignatovich@nau.edu.ua, ORCID: 0000-0001-9322-2195, Scopus Author ID: 6603696962.

Iryna Dzhavadova – Design Engineer, «ANTONOV» JSC, Kyiv, Ukraine,

e-mail: 296961@stud.kai.edu.ua, ORCID: 0009-0007-1525-5769.