

УДК 539.374:620.179.1:519.61:629.7

doi: 10.32620/aktt.2025.4.01

І. І. ДЖАВАДОВА

АТ «АНТОНОВ», Київ, Україна

ВИЗНАЧЕННЯ ДЕФОРМАЦІЙ НА ДОВІЛЬНО ОРІЄНТОВАНИХ ПЛОЩАДКАХ

Під час випробувань зразків та елементів авіаційних конструкцій для експериментальної оцінки локального напружено-деформованого стану (НДС) широко застосовуються методи тензометрії. Вони забезпечують отримання інформації про НДС у конкретних точках, що має вирішальне значення для визначення міцності та надійності конструкцій. У процесі натурної тензометрії часто виникають ситуації, коли потрібно визначити величини та напрямки деформацій на площадках, орієнтованих під довільним кутом. Це особливо важливо при аналізі складних навантажень або коли орієнтація елементів конструкції не збігається з системою координат, у якій проводяться вимірювання. Складнощі також виникають, коли один із елементів тензорозетки виходить з ладу, що унеможливує використання традиційних методик визначення компонентів деформації. У статті запропоновано альтернативний підхід, який базується на використанні трьох максимально згрупованих окремих тензорезисторів, розташованих під довільними кутами один відносно одного або відносно робочих елементів тензорозетки. Детально описано методику визначення компонентів деформації на довільно орієнтованих площадках, зокрема з використанням математичних залежностей, що пов'язують геометрію розташування вимірювальних елементів з величинами деформації. Для оцінки НДС на довільних площадках запропоноване використання як експериментальних методик, так і чисельних, а саме методу скінченних елементів (МСЕ), що дозволяє враховувати складні варіанти деформаційного стану та здійснювати точні розрахунки в умовах реальних експлуатаційних навантажень. Проведений аналіз підтвердив високу точність запропонованої методики та узгодженість аналітичних методів з експериментальними та чисельними результатами. Використання трьох максимально згрупованих окремих тензорезисторів розширює можливості тензометрії, роблячи її ефективною навіть у складних випадках, у яких традиційні підходи виявляються непридатними. Отримані результати можуть бути корисними для подальшого вдосконалення експериментальних методик оцінки НДС та їх застосування в авіаційній галузі.

Ключові слова: тензорезистор; деформації; напружено-деформований стан; користувацька система координат.

Вступ

Експериментальна оцінка напружено-деформованого стану (НДС) елементів авіаційних конструкцій переважно виконується методами тензометрії. Для цього на об'єкті випробувань встановлюють окремі тензорезистори або їхні збірки (тензорозетки), які після підключення до реєструючої апаратури утворюють так звані тензоканали.

Під час випробувань об'єкт навантажується та проводиться реєстрація показників тензоканалів. Оскільки деформації є векторними, а не скалярними величинами, дані тензоканалів відповідають значенням деформацій у конкретних точках конструкції вздовж напрямків, що збігаються з осями вимірювальних решіток тензорезисторів.

Разом з тим визначення деформацій у площинах, повернутих на довільний кут щодо головних осей, які не збігаються з напрямками решіток тензорезисторів, стає значно складнішим.

Аналогічні труднощі виникають при аналізі результатів кінцево-елементного моделювання (КЕМ) елементів конструкцій. Результати обчислень компонентів тензорів напружень T_{σ} і деформацій T_{ϵ} зазвичай представляють відносно головних осей кінцево-елементної моделі, які часто збігаються зі сторонами симетрії деталі, напрямками прикладання зовнішнього навантаження або особливостями розподілу механічних властивостей матеріалів.

Визначення деформацій на довільних площадках та у довільних напрямках у таких випадках стає складним.

Метою роботи є:

1. Оцінка можливості використання формул для розрахунку деформацій на довільно орієнтованих площадках на основі даних окремих тензорезисторів, що входять до складу стандартних або нестандартних тензорозеток.

2. Перетворення результатів, отриманих методом кінцевих елементів (МКЕ) у глобальній системі



Creative Commons Attribution
NonCommercial 4.0 International

координат кінцево-елементної моделі, до локальної системи координат, орієнтованої під довільним кутом відносно глобальної.

3. Порівняння результатів, отриманих аналітичним, експериментальним та розрахунковим методами.

1. Система координат

При аналізі НДС за допомогою методів тензориметрії необхідно враховувати орієнтацію тензорезисторів відносно зразка та напрямку прикладання навантаження. Це потребує використання користувачької системи координат, з метою правильної орієнтрації отриманих даних. Залежно від поставленої задачі можуть використовуватися локальна, повернута або головна с.к.

1.1. Локальна система координат одиначного тензорезистора

Для опису положення одиначного тензорезистора використовується локальна с. к., у якій вісь X збігається з напрямком осі тензорезистора. Ця локальна система координат зазвичай позначається як (X-Y) (рис. 1 а). Хоча тензорезистор не може вимірювати деформацію у поперечному (відносно решітки) напрямку, він забезпечує аналіз деформацій уздовж своєї робочої осі X.

1.2. Локальна система координат тензорозетки

Якщо на об'єкті наклеєна тензорозетка, її орієнтація описується локальною системою координат, у якій один із тензорезисторів обирається базовим. Напрямок його осі збігається з віссю X локальної с. к. (рис. 1 б). Кути встановлення інших тензорезисторів визначаються відносно базового тензорезистора (рис. 2) та обчислюються у напрямку проти годинникової стрілки.

Як альтернативу базовому тензорезистору, локальна с.к. може бути прив'язана до однієї з головних осей конструкції або до осі прикладання навантаження.

1.3. Повернута система координат

Для визначення напружень та деформацій у довільному напрямку, якщо тензорезистор з потрібною орієнтацією відсутній, використовують повернуту с.к.. Локальна система координат (X-Y) повертається на необхідний кут θ , утворюючи нову с.к. (X'-Y') (рис. 1 в). Це дозволяє виконувати обчислення в заданому напрямку навіть за відсутності безпосередніх вимірювань у цьому напрямку.

1.4. Головна система координат

Головна с. к. є окремим випадком повернутої с.к. У цьому разі локальну систему координат повертають на кут θ_p так, щоб осі нової системи (1-2) збігались з напрямками головних напружень σ_1 , σ_2 та деформацій ε_1 , ε_2 (рис. 1 г). Такий перехід дозволяє визначити головні компоненти НДС, що є ключовим для оцінки міцності конструкції.

2. Методи визначення деформацій

2.1. Аналітичне визначення деформацій на довільно орієнтованих площадках

Для визначення деформацій на площадках, орієнтованих під довільним кутом θ відносно локальної с. к., використовуються аналітичні методи перетворення компонентів тензора деформацій.

Основою розрахунків є формули (1) та (2), що враховують компоненти тензора деформацій у вихідній локальній с.к. (X-Y) та кут θ [1].

$$\varepsilon_{x'} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\theta, \quad (1)$$

$$\varepsilon_{y'} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\theta - \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\theta, \quad (2)$$

де ε_x , ε_y — нормальні деформації у вихідній системі координат;

γ_{xy} — дотична деформація у локальній с.к.;

θ — кут між локальною с.к. (X-Y) та повернутою с.к. (X'-Y').

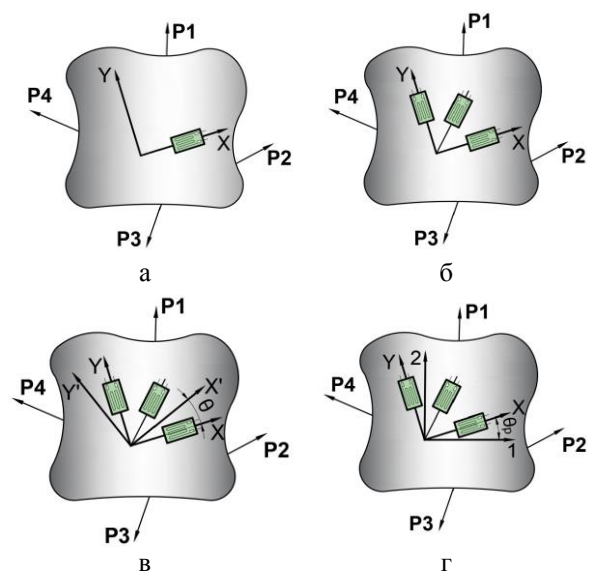


Рис. 1. Система координат
а — одиначного тензорезистора, б — тензорозетки
в — с.к. повернута на кут θ , г — головна с.к.

2.2. Визначення деформацій експериментальним шляхом

Для визначення деформації методом тензометрії використовуються тензорезистори, які підключаються до реєструючої апаратури, утворюючи тензоканали. Для проведення тензовипробувань будуються тензоміст, який може мати 1-н, 2-а або 4-и активні тензорезистори [2]. Якщо міст будується з одним або двома активними тензодатчиками, решта елементів моста є пасивними (компенсаційними). Ці тензорезистори виконують функцію врівноваження моста, забезпечуючи температурну компенсацію. Як правило, вони монтуються на спеціальних компенсаційних пластинах, які не піддаються зовнішньому навантаженню.

2.3. Визначення деформацій для одного тензорезистора

При використанні тензостанції НВМ РМХ деформація одного активного тензорезистора розраховується за формулою [3]:

$$\varepsilon_i = \frac{4 \cdot d}{K \cdot A} \cdot 10^{-3}, \quad (3)$$

де ε_i – деформація окремого i -го тензорезистора, (мм/мм);

d – величина вихідного сигналу тензопідсилювача, В.

K – коефіцієнт тензочутливості (масштабний коефіцієнт) тензорезистора. У загальному випадку характеризує чутливість тензорезистора до деформацій і визначається як відношення зміни опору тензорезистора під дією деформації до величини відносної деформації. Є індивідуальною характеристикою окремого тензорезистора, але визначається за допомогою спеціальної технології для всієї партії тензорезисторів. Для фольгових тензорезисторів $K \approx 2$;

A – калібрування кожного окремого тензопідсилювача, В. Для тензостанції НВМ РМХ ця величина дорівнює $A = 10 \cdot B$.

2.4. Визначення деформації для тензорозетки

У загальному випадку деформований стан тіла у точці у локальній с.к. (X-Y) описується трьома компонентами:

- деформація в напрямку осі X: ε_x ;
- деформація в напрямку осі Y: ε_y ;
- зсувна деформація: γ_{xy} .

При цьому деформація на довільно орієнтованій площадці може бути отримана в результаті алгебраїчної суми цих компонентів [4]:

$$\varepsilon_{\theta_i} = \varepsilon_x \cos^2 \theta_i + \varepsilon_y \sin^2 \theta_i + \gamma_{xy} \sin \theta_i \cos \theta_i, \quad (4)$$

де θ_i – кут встановлення i -го тензорезистора.

Для визначення компонент $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ використовуючи формулу (4) необхідно обчислити деформації трьох тензорезисторів $\varepsilon_{(\theta_1)}, \varepsilon_{(\theta_2)}, \varepsilon_{(\theta_3)}$ встановлених на об'єкті випробувань під кутами $\theta_1, \theta_2, \theta_3$, див. рис. 2.

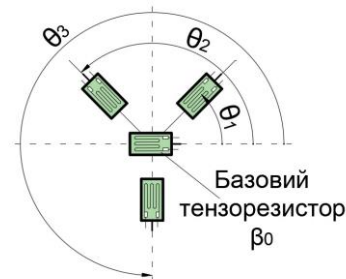


Рис. 2. Схема взаємного розташування тензорезисторів для визначення компонент деформації

Тензорозетки зазвичай складаються з чотирьох тензорезисторів, один з яких використовується як резервний. Четвертий тензорезистор забезпечує резервування, на випадок виходу з ладу одного з каналів, що значно підвищує надійність вимірювань [5].

Знаючи кути встановлення тензорезисторів $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ і виміряні ними деформації $\varepsilon_{(\theta_1)}, \varepsilon_{(\theta_2)}, \varepsilon_{(\theta_3)}$, компоненти деформаційного стану $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ можуть бути визначені шляхом розв'язання системи рівнянь:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{(\theta_1)} &= \varepsilon_x \cos^2 \theta_1 + \varepsilon_y \sin^2 \theta_1 + \gamma_{xy} \sin \theta_1 \cos \theta_1, \\ \varepsilon_{(\theta_2)} &= \varepsilon_x \cos^2 \theta_2 + \varepsilon_y \sin^2 \theta_2 + \gamma_{xy} \sin \theta_1 \cos \theta_2, \\ \varepsilon_{(\theta_3)} &= \varepsilon_x \cos^2 \theta_3 + \varepsilon_y \sin^2 \theta_3 + \gamma_{xy} \sin \theta_1 \cos \theta_3, \end{aligned} \quad (5)$$

2.5. Розрахунок деформації для повернутої тензорозетки

Для визначення деформацій на довільно повернутих площадках у с.к. (X'-Y') використовують компоненти деформації $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$, знайдені у локальній с.к. (X-Y). Розрахунок здійснюється за формулою (4), враховуючи необхідний кут повороту θ :

$$\varepsilon_{(y')} = \varepsilon_x \cos^2 \theta + \varepsilon_y \sin^2 \theta + \gamma_{xy} \sin \theta \cos \theta \quad (6)$$

Оскільки кут між $\varepsilon_{(x')}$ та $\varepsilon_{(y')}$ дорівнює 90° , то для знаходження $\varepsilon_{(x')}$ у рівняння (6) замість θ

необхідно підставити $\theta \pm 90^\circ$.

Для визначення зсувної деформації $\gamma_{X'Y'}$ у повернутій с.к. використовується наступне рівняння:

$$\gamma_{(X'Y')} = \varepsilon_{(x' \max)} - \varepsilon_{(x' \min)}$$

2.6. Визначення деформації у головній системі координат

Головна с.к. (1-2) є особливим випадком повернутої с.к., у якій осі збігаються з головними площинами. Кут повороту θ_p , який відповідає повороту головних площин головної с. к. (1-2) відносно локальної (X-Y) обчислюється за формулою [6]:

$$\operatorname{tg} 2\theta_p = \frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y}, \quad (7)$$

Знаючи кут θ_p , можна визначити головні деформації:

$$\varepsilon_{(2)} = \varepsilon_x \cos^2 \theta_p + \varepsilon_y \sin^2 \theta_p + \gamma_{xy} \sin \theta_p \cos \theta_p, \quad (8)$$

Заміна кута θ_p на $\theta_p \pm 90^\circ$ у рівнянні (8) дозволяє знайти значення ε_1 .

3. Постановка задачі

Об'єктом досліджень є гладка пластина розміром $600 \times 200 \times 1,5$ мм, виготовлена з алюмінієвого сплаву 1163 АТВ. Пластина піддіється навантаженню, що призводить до виникнення напруження 98 МПа.

Розглядається розрахунок деформацій на площадці, орієнтованій під кутом 45° . Таке значення кута вибрано цілеспрямовано, оскільки для таких площадок компоненти деформацій вздовж осі X' та Y' рівні.

На практиці подібна задача може виникати, зокрема, під час експериментального визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень за допомогою методів тензометрії [7].

3.1. Аналітичний розрахунок деформацій на площадках, орієнтованих під кутом

Для визначення деформацій на площадці, орієнтованій під кутом 45° , спочатку визначаються компоненти деформації у локальній с.к. (X-Y), а потім у с.к. (X'-Y'), повернутій на заданий кут.

Оскільки розтяг пластини відбувається вздовж осі Y, нормальне напруження $\sigma_y = 98$ МПа. Зв'язок між напруженнями та деформаціями у довільній

точці тіла визначається узагальненим законом Гука.

Для проведення розрахунку використані базові характеристики сплаву [8], наведені у таблиці 1.

Компоненти деформації на площадках орієнтованих під кутом 45° визначаються за формулою (1) та (2) і наведені у таблиці 2.

Таблиця 1

Властивості матеріалу: лист 1163АТВ

Модуль Юнга (E)	72000	МПа
Коефіцієнт Пуассона (ν)	0,33	-

Як правило, величину деформації виражають у мікродеформаціях (мільйонних частках), тому результати домножені на 10^{-6} .

$$1\mu\epsilon = 10^{-6}$$

Таблиця 2

Аналітичний розрахунок деформацій на площадках орієнтованих під кутом 45°

$\varepsilon_y, \mu\epsilon$	469
$\varepsilon_x, \mu\epsilon$	469

3.2. Експериментальне визначення деформацій на площадках, орієнтованих під кутом

Для проведення випробування в центральній частині пластини було встановлено дві чотириелементні тензорозетки, розташовані опозитно одна до одної (рис. 3). Орієнтація тензорезисторів розеток та нумерація тензоканалів для лицьової сторони зразка наведено на рис. 3 б, для зворотньої сторони - рис. 3 в. Тензорозетки закріплено так, щоб осі тензорезисторів 4 і 5 збігалися з віссю X, а осі тензорезисторів 2 і 7 — з віссю Y. Для вимірювань використовувалися тензорозетки типу КФ 5Р6-3-100 із базою 3 мм.

Зразок фіксується у випробувальній машині УИМ-25 та піддається розтягуванню з кроком навантаження 9.8 МПа у діапазоні від 19.6 до 98 МПа. Під час навантаження проводиться реєстрація показників тензоканалів.

Так як процедура наклеювання тензорезисторів є дуже складною та вимагає високої точності, для визначення деформацій на площадці, орієнтованій під кутом 45° , спочатку визначаються компоненти деформації у головній с.к. (1-2), а потім у повернутій (X'-Y') на заданий кут. Тобто спершу необхідно переконатися, що напрям осі базового тензорезистора збігається із однією із осей головної с. к., а вже після цього здійснюють обчислення для повернутої системи.

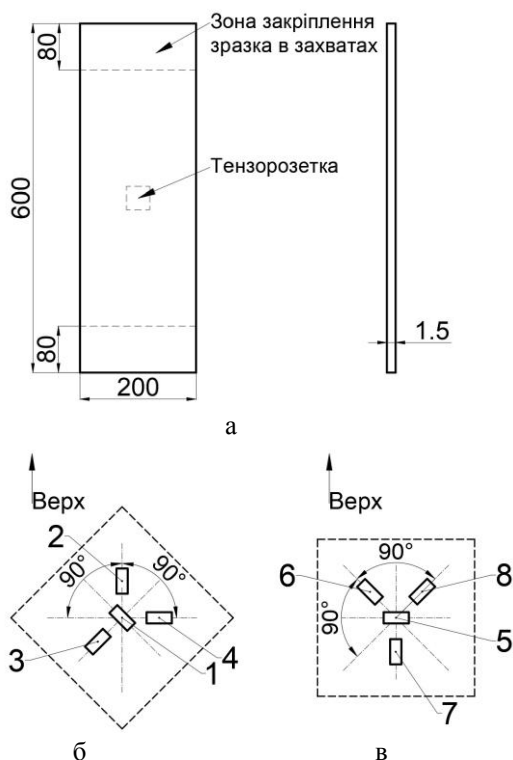


Рис. 3 Зразок з встановленими тензорозетками
а – загальний вигляд зразка
б - лицьова сторона зразка (тензоканали 1-4)
в - зворотна сторона зразка (тензоканали 6-8)

3.2.1. Опрацювання вхідних даних тензоканалів

Для отриманих даних деформації проводиться перевірка лінійності показників тензодатчиків рис. 4.

Вона дозволяє оцінити відповідність вихідного сигналу датчика лінійній залежності між деформацією та навантаженням. Процедура є важливою для виявлення дефектів датчика та відсіювання некоректних даних.

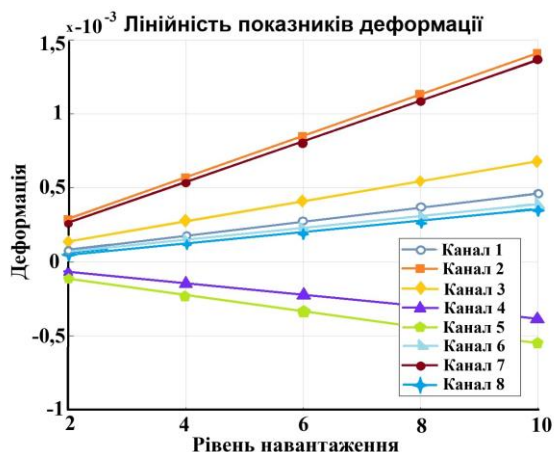


Рис. 4 Лінійність показників деформацій

Результати перевірки показують, що всі тензодатчики працюють коректно.

3.2.2. Визначення кута повороту головної с.к. (1-2) відносно локальної (X-Y)

Для визначення кута повороту θ_p спочатку необхідно розрахувати компоненти деформації: ϵ_x , ϵ_y та γ_{xy} .

Для знаходження деформацій тензорозетки у локальній с.к. (X-Y) підставляємо кути орієнтації тензорезисторів та результуючі деформації тензорезисторів 1, 2, 4 та 5, 6, 8 у систему рівнянь (5). Розраховані значення компонентів деформації наведені в таблиці 3.

Кут повороту θ_p головних площин с. к. (1-2) відносно осей локальної с. к. (X-Y) визначається за формулою (7). Результати наведені в таблиці 4.

Таблиця 3

Деформації тензорозетки у локальній с.к. (X-Y)

Сторона зразка	ϵ_x , $\mu\epsilon$	ϵ_y , $\mu\epsilon$	γ_{xy} , $\mu\epsilon$
Лицьова сторона	-390	1380	270
Зворотна сторона	-520	1430	90

Таблиця 4

Кут θ_p між с.к. (1-2) та с.к. (X-Y) для лицьової та зворотньої сторони зразка

Сторона зразка	θ_p , градусів
Лицьова сторона	-4
Зворотна сторона	-1

3.2.3 Визначення компонент деформацій на повернутій площадці (X'-Y')

Після визначення кута повороту головної с.к. обчислюються компоненти деформації для повернутої на 45° с.к. (X'-Y').

Кут повороту площини визначається за формулою

$$\theta = \theta_p + 45^\circ.$$

Розраховані компоненти деформації для повернутої с.к. (X'-Y') представлені у таблиці 5.

Таблиця 5

Деформації тензорозетки у с.к. (X'-Y') на площадці повернутій на кут 45°

Сторона зразка	ϵ_y , $\mu\epsilon$	ϵ_x , $\mu\epsilon$	γ_{xy} , $\mu\epsilon$
Лицьова сторона	495	495	0
Зворотна сторона	455	455	0

3.3. Чисельне визначення деформацій на довільно орієнтованих площадках при аналізі результатів моделювання елементів конструкції

У сучасній інженерній практиці чисельні методи розрахунку, зокрема метод скінчених елементів (МСЕ), широко застосовуються поряд з експериментальними методами для оцінки НДС. Цей підхід дозволяє отримувати більш точні результати та порівнювати їх з експериментальними даними, забезпечуючи оцінку їхньої узгодженості.

Для аналізу НДС у зонах наклеювання тензорозеток із використанням пакету Abaqus пропонуються два підходи:

1. *Моделювання тензорозетки.* У цьому підході положення осей тензорезисторів задається безпосередньо на пластині в модулі Part за допомогою інструменту Partition. Для цього створюються додаткові геометричні грані, які відповідають осям тензорезисторів. Деформації визначаються у модулі Visualization, у якому значення виводяться для заданих граней – осей тензорезисторів.

2. *Визначення деформацій уздовж осей тензорезисторів за допомогою інструменту Path.* Цей підхід не вимагає зміни геометрії моделі. Необхідні дані отримують шляхом побудови «Шляху» (Path) прямої, заданої двома точками. Значення деформацій зчитуються вздовж цієї прямої у потрібних напрямках.

Перший підхід є доцільним для складних конструкцій, де визначення координат для «шляху» може бути проблематичним. Однак для роботи з моделлю пластини зручніше використовувати другий підхід, який є простішим і швидшим у реалізації.

У цій роботі розглядається модель пластини, що відповідає розмірам експериментального зразка. Характеристики матеріалу, які використовуються при розрахунку, наведені у таблиці 1. До нижньої грані прикладено граничні умови у вигляді жорсткого закріплення по переміщенню вздовж осі Y та обертання навколо осі Z. У верхній частині зразка виділена зона під захвати, яка обмежується по переміщенню по осі X та обертання навколо осі Z. На верхню грань зразка прикладено рівномірне розподілене навантаження, яке еквівалентне напруженню 98 МПа.

Для визначення компонент деформації у с.к., повернутій під кутом 45° відносно осі X, було створено локальна система координат (X'Y'). Далі побудовано шлях вздовж осі X', вздовж якої отримано значення деформацій у заданих напрямках. Розрахункові результати для повернутої с. к. наведені у таблиці 6.

Таблиця 6

Деформації у повернутій с.к. (X'Y')

ε_y , $\mu\varepsilon$	469
ε_x , $\mu\varepsilon$	469

4. Результати і обговорення

У статті представлено аналіз компонент деформацій для пластини з використанням трьох підходів:

- аналітичного;
- експериментального;
- чисельного (метод скінчених елементів).

Результати порівняння наведені у таблиці 7. Відхилення обчислено відносно аналітичного методу як базового.

Таблиця 7

Результати розрахунку деформацій на площадках орієнтованих під кутом 45°

Метод оцінювання	ε_x , $\mu\varepsilon$	ε_y , $\mu\varepsilon$	Відхилення, %
Аналітичний	469	469	-
Експериментальний	475	475	1,3
Чисельний	469	469	0

Отримані результати показують високу узгодженість між аналітичними та чисельними значеннями.

Проте для експериментальних даних спостерігається різниця між лицьовою та зворотньою сторонами зразка див. таблицю 5, де деформація на зворотній стороні виявилась на 8% меншою. У таблиці 7 для зручності наведено середнє значення компонент деформації для лицьової та зворотньої сторін зразка.

Зважаючи на розбіжність між експериментальними даними для різних сторін зразка, було проведено детальний аналіз для виявлення можливих причин відхилень. Однією з основних причин є розподіл головних напружень уздовж осі X. На лицьовій стороні матеріал перебуває у стані розтягу, а на зворотній - у стані стиску. Такий розподіл напружень може бути зумовлений кількома факторами, зокрема:

1. Початкова кривизна пластини, що впливає на розподіл напружень під час навантаження.

2. Некоректне закріплення зразка у випробувальній машині, яке може спричинити перекося та додаткові вигини матеріалу.

3. Технологічні залишкові напруження, що виникають під час виготовлення зразка і впливають на його поведінку під навантаженням.

Крім того, відхилення експериментальних даних від аналітичних та чисельних можуть бути зумовлені варіацією характеристик матеріалу, які використовуються для розрахунку. Наприклад, для алюмінієвого сплаву модуль Юнга може змінюватися від 68000 до 72000 МПа, а коефіцієнта Пуасона - від 0,28 до 0,35. Така варіативність здатна суттєво вплинути на результати. У роботі [9] розроблено підхід до оптимізації вимірювальних засобів НДС за допомогою тензодатчиків з урахуванням похибок, спричинених зовнішніми факторами. Окрему увагу слід приділити технології наклеювання тензорезисторів. Достовірність вимірювання деформацій залежать від того, наскільки правильно передається деформація від об'єкта до тензорезистора. Якість клеєвого з'єднання визначає надійність і стабільність результатів. Тому при проведенні тензометричних вимірювань необхідно дотримуватися технології наклеювання тензорезисторів.

Отже, розбіжність між розрахунковими та експериментальними даними можна пояснити сукупністю вищезазначених факторів.

Висновки

Отримані результати підтверджують ефективність аналітичного, експериментального та чисельного підходів для розрахунку поведінки матеріалу на довільно орієнтованих площадках під час навантаження.

Спостереження значних розбіжностей між експериментальними даними для лицьової та зворотньої сторони зразка вказує на необхідність врахування впливу технологічних факторів, таких як залишкові напруження, викривлення пластини та інші.

Використання експериментально отриманих характеристик матеріалу, а не даних з довідників, є критичним фактором для досягнення більш точних результатів та коректного моделювання об'єкта досліджень.

Подальші дослідження повинні включати уточнення властивостей матеріалу та оцінку впливу варіацій механічних властивостей на компоненти НДС.

Фінансування

Дослідження проводилося без фінансової підтримки.

Доступність даних

Рукопис не має пов'язаних даних.

Використання засобів штучного інтелекту

Авторка підтверджує, що не використовувала технології штучного інтелекту при створенні пред-

ставленої роботи.

Подяка

Авторка висловлює подяку канд. техн. наук Ігорю Ліманському, співробітнику акціонерного товариства «АНТОНОВ», за консультативну допомогу.

Авторка прочитала та погодилась з опублікованою версією рукопису.

Література

1. Hibbeler, R. C. *Mechanics of Materials* [Text] / R. C. Hibbeler. – 11-те вид. – Гобокен : Pearson, 2022. – 886 p.
2. Hoffmann, K. *An Introduction to Stress Analysis and Transducer Design using Strain Gauges* [Text] / K. Hoffmann. – Дармштадт : Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, 2001. – 257 p.
3. Hoffmann K. *Strain Gauges Absolute precision from HBM* [Text] / K. Hoffmann. – Дармштадт : Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH. – 88 p.
4. Ugural, A. C. *Advanced Mechanics of Materials and Applied Elasticity* [Text] / A. C. Ugural, S. K. Fenster. – 5-те вид. – Бостон : Pearson Education, 2011. – 640 p.
5. Freddi, A. *Experimental Stress Analysis for Materials and Structures: Stress Analysis Models for Developing Design Methodologies* [Text] / A. Freddi, G. Olmi, & L. Cristofolini. – Нью Йорк : Springer, – 2015. – Vol. 4. – 498 p. DOI: 10.1007/978-3-319-06086-6.
6. *Fatigue Testing and Analysis: Theory and Practice* [Text] / Y. Lee, J. Pan, R. B. Hathaway, & M. E. Barkey. – Amsterdam: Elsevier, 2004. – 416 p. DOI: 10.1016/B978-0-7506-7719-6.X5000-3.
7. Dally, J. *Strain-gage methods for measuring the opening-mode stress-intensity factor, K I* [Text] / J. Dally, & R. Sanford // *Experimental Mechanics*. – 1987. – Vol. 27, iss. 4. – P. 381–388. DOI: 10.1007/bf02330311.
8. *Расчетные характеристики металлических конструкционных материалов: справочник : в 4 т. Т.2: Al-сплавы* [Текст]. – Москва : Триада, 2007. – 270 с.
9. Кузьмич, Л. В. *Оптимізація вимірювальних засобів напружено-деформованого стану за допомогою тензодатчиків* [Текст] / Л. В. Кузьмич, Д. П. Орнатський, & В. П. Квасніков // *Авіаційно-космічна техніка і технологія*. — 2019. — № 3 (155). — С. 50–56. DOI: 10.32620/akt.2019.3.06.

References

1. Hibbeler, R. C. *Mechanics of Materials*. Hoboken, Pearson Publ., 2022. 886 p.
2. Hoffmann, K. *An Introduction to Stress Analysis and Transducer Design using Strain Gauges*.

Darmshtad, Hottinger Baldwin Mess-technik GmbH Publ., 2001. 257 p.

3. Hoffmann, K. *Strain Gauges Absolute precision from HBM*. Darmshtad, Hottinger Baldwin Mess-technik GmbH Publ. 88 p.

4. Ugural, A. C., & Fenster, S. K. *Advanced Mechanics of Materials and Applied Elasticity*. Boston, Pearson Education Publ., 2011. 640 p.

5. Freddi, A., Olmi, G., Cristofolini, L. *Experimental Stress Analysis for Materials and Structures: Stress Analysis Models for Developing Design Methodologies*. N'yu York, Springer Publ., 2015, 498 p. DOI: 10.1007/978-3-319-06086-6.

6. Lee, Y.-L., Pan, J., Hathaway, R., Barkey, M. *Fatigue Testing and Analysis: Theory and Practice*. Amsterdam, Elsevier Publ., 2004. 416 p. DOI: 10.1016/B978-0-7506-7719-6.X5000-3.

7. Dally, J. W., & Sanford, R. J. Strain-gage methods for measuring the opening-mode stress-intensity factor, K I. *Experimental Mechanics*, 1987, no. 27, iss. 4, pp. 381–388. DOI: 10.1007/bf02330311.

8. *Raschetnye harakteristiki metallicheskih konstrukcionnyh materialov* [Design Properties of Metallic Structural Materials]. Moskva, Tryada Publ. 270 p. (in Russian).

9. Kuzmich, L., Ornatskyi, D., Kvasnikov, V. Optymizatsiia vymiriuvalnykh zasobiv napruzhenodeformovanoho stanu za dopomohoiu tenzodatchyviv [Optimization of the instruments of the measurement of a stressed-deformed state by tensors], *Aviatsiino-kosmichna tekhnika i tekhnolohiia - Aerospace technic and technology*, 2019, no. 3 (155), pp. 50–56. DOI: 10.32620/akt.2019.3.06. (in Ukrainian).

Надійшла до редакції 25.06.2025, розглянута на редколегії 18.08.2025

STRAIN DETERMINATION ON ARBITRARILY ORIENTED PLANES

Iryna Dzhavadova

Strain gauge methods are widely used in the testing of specimens and elements of aircraft structures to assess the local stress-strain state (SSS) experimentally. These methods provide critical information about the SSS at specific points, which is essential for determining the structure's strength and reliability. During full-scale strain measurements, the magnitudes and directions of strains on planes oriented at arbitrary angles must be determined. This is especially important when analyzing complex loading conditions or when the orientation of structural elements does not coincide with the coordinate system in which measurements are performed. Additional difficulties occur when an element of a strain gauge rosette fails, making it impossible to apply traditional methods for determining strain components. This paper proposes an alternative approach based on the use of three individually placed but maximally grouped strain gauges arranged at arbitrary angles relative to each other or relative to the strain rosette's working elements. The methodology for determining strain components on arbitrarily oriented planes is described in detail, including mathematical relationships that connect the geometric arrangement of measuring elements with the resulting strain values. Experimental and numerical techniques are proposed to evaluate the SSS on arbitrary planes, particularly the finite element method (FEM), which allows for the modeling of complex deformation states and accurate calculations under real operational loads. The analysis confirmed the high accuracy of the proposed approach and demonstrated consistency between analytical solutions, experimental data, and numerical results. The use of three maximally grouped separate strain gauges significantly expands the capabilities of strain gauge measurements, making them effective even in complex cases where traditional techniques are no longer applicable. The obtained results may be useful for further development of experimental methods for evaluating the SSS and their application in the aerospace industry.

Keywords: strain gauge; strain; stress-strain state; user-defined coordinate system.

Джавадова Ірина Іксамівна – інженер- конструктор, АТ «АНТОНОВ», Київ, Україна.

Iryna Dzhavadova – Design Engineer, «ANTONOV» JSC, Kyiv, Ukraine,
e-mail: 296961@stud.kai.edu.ua, ORCID: 0009-0007-1525-5769.