

П. А. МАРЧЕНКО

Національний технічний університет України

“Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”, Київ, Україна

МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ТОПОЛОГІЇ ЕЛЕМЕНТІВ РОЮ ВІДНОСНО ЛІДЕРА ТА АЛГОРИТМ ПОБУДОВИ ПРОСТОРОВОЇ МАТРИЦІ РОЗМІЩЕННЯ БЕЗПІЛОТНИХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ

Використання безпілотних літальних апаратів (БПЛА) у складі роїв безпілотних систем дає змогу підвищити ефективність виконання завдань але їх системи керування потребують постійного розвитку. **Предметом** вивчення в статті є метод визначення топології елементів рою відносно лідера та алгоритм побудови просторової матриці розміщення. **Об'єктом** дослідження є процес керування ройовими системами. **Метою статті** є розроблення математичного методу визначення топології рою відносно лідера та алгоритму побудови просторової матриці розміщення безпілотних літальних апаратів у рою для утримання його елементів відносно лідера на траєкторії основного маршруту. При написанні статті використано **метод** системного аналізу процесів керування безпілотними системами та синтез методів та алгоритмів функціонування таких систем. Під час дослідження було отримано такі **результати**. Розроблено математичний метод визначення топології елементів рою та запропоновано періодичну функцію притягування/відштовхування, що визначає положення веденого БПЛА в рою відносно лідера. Запропоновано послідовність формування рою БПЛА: призначення лідера рою та визначення його місцеположення, визначення координат ведених БПЛА відносно лідера для побудови просторової матриці розміщення елементів у рою, визначення лідером позицій та швидкостей для ведених БПЛА на кожному етапі польоту та отримання результуючої траєкторії маршруту. Розроблено алгоритм побудови просторової матриці розміщення БПЛА у рою та утримання його елементів відносно лідера на траєкторії маршруту, що реалізує запропоновану функцію притягування/відштовхування. Проведено перевірку функціонування алгоритму моделюванням процесу побудови рою БПЛА, що переміщується у просторі за маршрутом для типових геометричних фігур (лінія, квадрат, клин) у програмному середовищі Python. **Висновки:** визначення положення ведених БПЛА в рою відносно лідера математично формалізовано завдяки розробленій періодичній тривимірній функції притягування/відштовхування з урахуванням обертання елементу рою в просторі. Алгоритм побудови просторової матриці, дає змогу розмістити БПЛА відповідно до встановленої геометричної фігури та підтримувати задану швидкість елементів і забезпечувати не перевищення граничної відстані між веденими БПЛА й лідером під час руху.

Ключові слова: рій; безпілотний літальний апарат; лідер; ведений; топологія елементів рою; просторова матриця; алгоритм; функція притягування/відштовхування.

1. Вступ

1.1. Мотивація дослідження

Сьогодні стрімкого розвитку набули безпілотні літальні апарати (БПЛА), об'єднання яких у рої (групи) дає змогу, завдяки зміні функцій та структури, виконувати більш складні завдання та адаптуватися до впливів зовнішнього середовища. Ройові технології з БПЛА здатні підвищити живучість й ефективність застосування безпілотних авіаційних комплексів, зменшити час моніторингу ділянок земної поверхні, забезпечувати спільне використання БПЛА з різним корисним навантаженням [1]. Разом із тим, реалізація дистанційно-керованого або автоматичного режиму

управління БПЛА у складі рою (групи) має забезпечувати виконання завдань у складних та екстремальних умовах [2]. Але під час використання роїв виникають труднощі стосовно уникнення зіткнень між його елементами та (або) оминання перешкод [3], тому алгоритмізація процесів керування ройовими системами потребує постійного розвитку.

1.2. Сучасний стан

Наведений проблематиці присвячено низка наукових публікацій. Так у [4] розглянутий синергетичний підхід до побудови маршруту рою БПЛА, ґрунтується на тому, що відомим є місце розташування всіх елементів у рою. Для обміну



інформацією потрібно постійно підтримувати зв'язок між всіма БПЛА та станцією керування одночасно, що може призвести до затримки в обчисленнях або втрати керування роєм. Наведено приклад реалізації алгоритму керування роєм для двовимірного простору, а сам алгоритм має недостатню швидкодію завдяки збільшеному часу обчислення координат і швидкості елементів рою.

Роторно-маршрутна модель, що ґрунтується на проектуванні та аналізі роїв БПЛА, які адаптуються та самоорганізуються в режимі реального часу запропонована в [5]. У наведеній моделі не вирішено проблемне питання масштабування рою. Водночас, покращений підхід на основі глибокого підкріплювального навчання для планування траєкторій БПЛА в сценаріях із динамічними перешкодами розглянутий у [6], але викладене не вирішує зазначену проблематику для тривимірного простору.

У роботі [7] розроблено достатньо просту модель, що формалізує процес ройової агрегації (об'єднання елементів в одну систему), що ґрунтується на індивідуальній взаємодії елементів рою. Було визначено функцію притягування/відштовхування, що забезпечує утримання елементів у рою та показано, що рій у межах постійних граничних розмірів стає згуртованим за скінченний час незалежно від кількості елементів. Крім того, у статті [8] до розробленої моделі, було введено фактор навколишнього середовища, що дало змогу врахувати зовнішні впливи. Для функції притягування, наведеної у [7], притягування прагне до безкінечності, у разі збільшення відстані між двома елементами рою, водночас відштовхування обмежене, у разі зменшення відстані до нуля.

У статті [9] удосконалено функцію притягування/відштовхування, запропоновану в [8], яка є більш природньою. Наведена функція зростає під час відштовхування до нескінченності зі зменшенням відстані до нуля між елементами рою, а притягування зменшується до нуля зі збільшенням відстані до нескінченності. Водночас, чисельне моделювання проведене з урахуванням удосконаленої функції притягування/відштовхування підтвердило, що в умовах зростання кількості елементів у рою швидкість зростання зменшуватиметься. Слід зазначити, що у роботах [7–9] розглядалися функції притягування/відштовхування для двовимірного простору.

У статті [10] запропоновано алгоритм побудови безколізійного маршруту для ройових багатоагентних систем, який дає змогу утримувати елементи у просторі на безпечній відстані один від

одного під час руху з перешкодами без врахування просторової фігури рою.

Алгоритм розподілу певної території для покриття декількома БПЛА з урахування перешкод місцевості шляхом розбиття на рівномірні ділянки запропоновано у [11]. Такий підхід є доречним для виконання статичних завдань, наприклад моніторингу, водночас для виконання роєм спільних місій під час руху на траєкторії маршруту потрібно утримувати БПЛА у строю.

Результати аналізу наведених вище публікацій свідчать, що алгоритмізація функціонування рою в реальних (складних) умовах з урахуванням впливу зовнішнього середовища потребує удосконалення, а формалізація процесу визначення топології рою відносно лідера та утримання БПЛА на безпечній відстані з урахуванням просторової матриці розміщення елементів рою завдяки функції притягування/відштовхування у тривимірному просторі є важливим науковим завданням.

1.3. Мета. Завдання та структура

Метою є розроблення математичного методу визначення топології рою відносно лідера та алгоритму побудови просторової матриці розміщення БПЛА у рою для утримання елементів рою відносно лідера на траєкторії основного маршруту.

Завдання:

- а) опис тривимірної функції притягування/відштовхування БПЛА, що математично формалізує метод визначення топології рою відносно лідера та її оберальної складової в точках розміщення елементів рою;
- б) дослідження процесу побудови траєкторії руху групи БПЛА;
- в) розроблення алгоритму побудови просторової матриці розміщення БПЛА у рою, що забезпечує утримання його у строю під час руху;
- г) перевірка функціонування розробленого алгоритму.

Структура роботи: у розділі 2 розглянуто метод визначення топології рою відносно лідера на основі функції притягування/відштовхування та описано етапи формування рою, у розділі 3 розроблено алгоритм побудови просторової матриці розміщення БПЛА у рою та утримання його елементів відносно лідера на траєкторії маршруту, що реалізує запропоновану функцію притягування/відштовхування, розділ 4 містить приклад реалізації алгоритму шляхом моделювання побудови рою БПЛА, що розміщуються у просторі для геометричних фігур, а розділ 5 – висновки та перспективи подальших досліджень.

2. Метод визначення топології рою відносно лідера

$$\nabla F = \left[\frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}, \frac{\partial F}{\partial z} \right], \quad (2)$$

2.1. Функція притягування/відштовхування елементів рою

Для визначення положення (топології) БПЛА у просторі відносно лідера запропоновано тривимірну функцію, що фізично відповідає функції притягування/відштовхування та характеризує переміщення БПЛА на траєкторії основного маршруту для кожного елемента рою:

$$F(x, y, z) = \frac{b}{\cos \cos \left(\frac{2\pi}{a} x \right) + \cos \cos \left(\frac{2\pi}{a} y \right) + \cos \cos \left(\frac{2\pi}{a} z \right)}, \quad (1)$$

де x, y, z – координати положення БПЛА у тривимірному просторі;

b – параметр, що визначає мінімум функції F ;

a – параметр, що визначає відстані між елементами рою.

Функція (1) має періодичний характер, загальний вигляд, якої для однієї координати у випадку $F(x) > 0$ наведено на рис. 1.

Використаємо векторний диференціальний оператор (ротор), що характеризує обертальну складову функції F в точках розміщення елементів рою через похідну першого порядку для координат x, y, z :

де

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{2\pi b \sin \sin(2\pi/ax)}{a(\cos \cos(2\pi/ax) + \cos \cos(2\pi/ay) + \cos \cos(2\pi/az))^2}; \quad (3)$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \frac{2\pi b \sin \sin(2\pi/ay)}{a(\cos \cos(2\pi/ax) + \cos \cos(2\pi/ay) + \cos \cos(2\pi/az))^2} \quad (4)$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} = \frac{2\pi b \sin \sin(2\pi/az)}{a(\cos \cos(2\pi/ax) + \cos \cos(2\pi/ay) + \cos \cos(2\pi/az))^2} \quad (5)$$

За умов $\nabla F \geq 0$ локальними мінімумами періодичної функції F відповідають виразу:

$$F_{\min} = [an_1, an_2, an_3], \quad (6)$$

де a – відстань між елементами рою;

$n_1, n_2, n_3 \in \mathbb{Z}, n_1, n_2, n_3 \in \mathbb{Z}$ – довільні цілі числа.

Будемо вважати, що мінімальні значення функції F відповідають положенню елементів рою у просторі.

Таким чином вираз (1) відповідає функції притягування/відштовхування та математично формалізує метод визначення топології елементів рою відносно лідера.

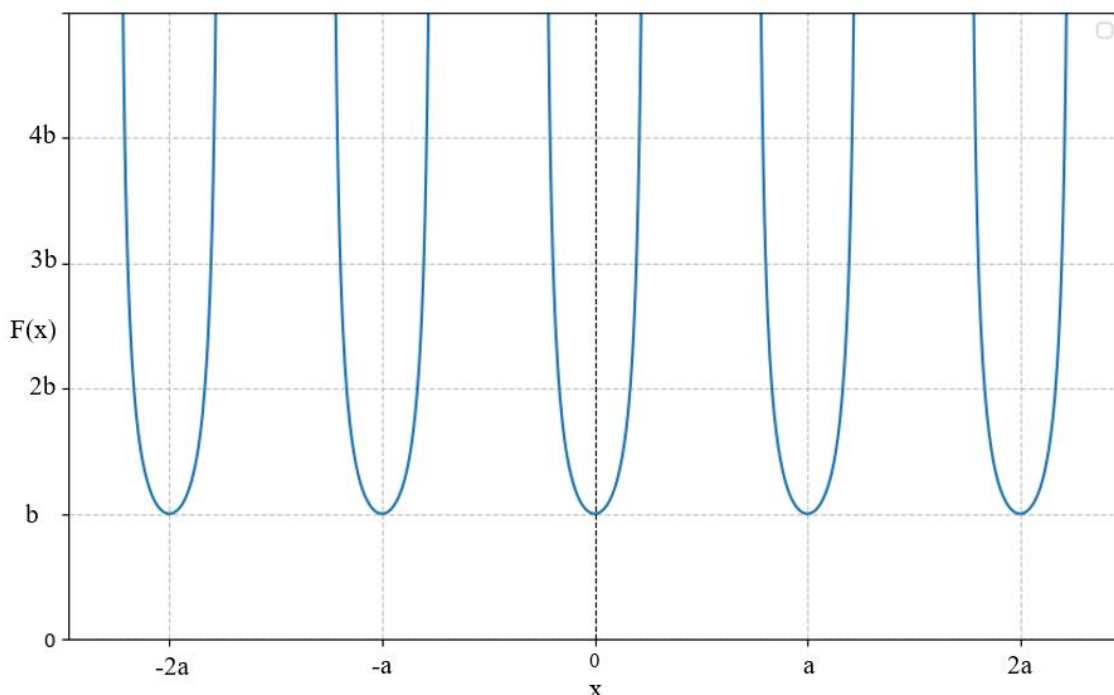


Рис. 1. Загальний вигляд функції $F(x)$, що характеризує переміщення БПЛА

2.2. Етапи формування рою

Для визначення обмежувальної функції L , що характеризує розміщення елементів рою, використаємо точки локальних мінімумів тривимірної функції F для позиціонування БПЛА у просторі для таких геометричних фігур:

лінія

$$L_{\text{л}} = [0, an_2, 0], n_2 \in \mathbb{Z} \quad L_{\text{л}} = [0, an_2, 0], n_2 \in \mathbb{Z}; \quad (7)$$

клин

$$L_{\text{кл}} = [an_1, a|n_2|, 0], n_1 \in (-\infty, 0], n_2 \in \mathbb{Z} \quad L_{\text{кл}} = [an_1, a|n_2|, 0], n_1 \in (-\infty, 0], n_2 \in \mathbb{Z}; \quad (8)$$

Квадрат

$$L_{\text{кв}} = \left| x - \frac{a}{2} \right| + \left| y - \frac{a}{2} \right| + \left| \left| x - \frac{a}{2} \right| - \left| y - \frac{a}{2} \right| \right| = a$$

$$L_{\text{кв}} = |x - a/2| + |y - a/2| + ||x - a/2| - |y - a/2||. \quad (9)$$

На рис. 2 наведено точки можливого розташування БПЛА у рою, що визначаються за результатами розв'язання рівнянь (3) – (5), (7) – (9) та відповідають взаємному положенню елементів рою відносно лідера.

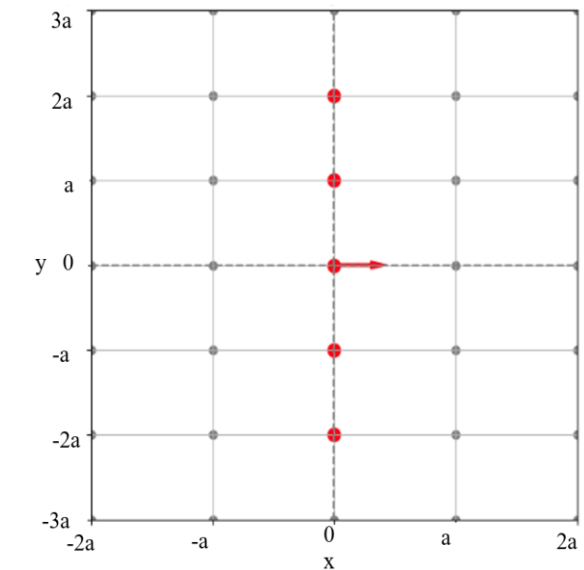
Отже, процес формування рою складається з таких основних етапів:

- призначення лідера рою, присвоєння йому індексу $i = 0$ та визначення місцеположення лідера;
- розв'язання рівнянь для функцій F та L , що визначають положення (топологію) веденого БПЛА відносно лідера для побудови просторової матриці розміщення елементів у рою;
- присвоєння індексів $i \in [1, N-1]$ веденим БПЛА, що формуються в рій відносно лідера, де N – кількість елементів рою з урахуванням лідера.

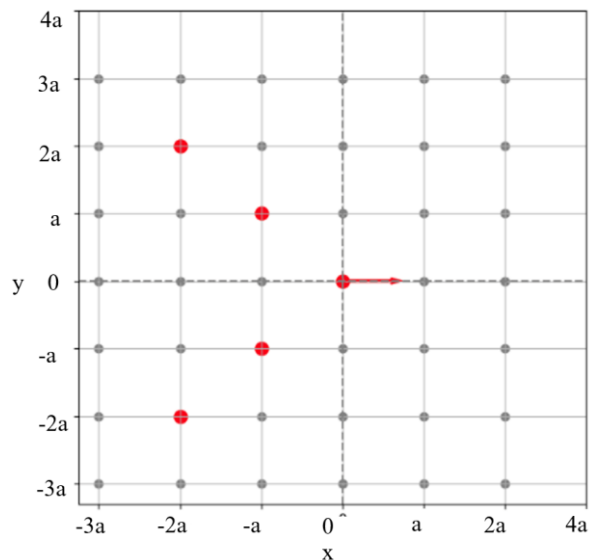
Нумерація позицій БПЛА для подальшого позиціонування залежить від типу просторової матриці та визначається множиною чисел $n_1, n_2, n_3 \in \mathbb{Z}$.

3. Алгоритм побудови просторової матриці розміщення БПЛА у рою

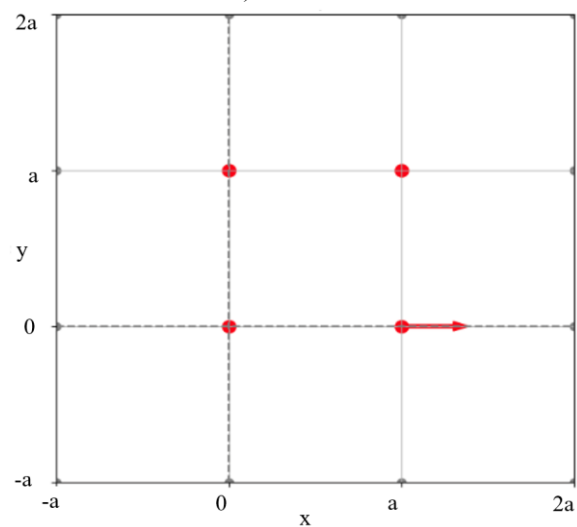
Визначивши функцію формування рою та його топологію, опишемо процес побудови траєкторії руху групи БПЛА та розробимо алгоритм який дасть змогу побудувати просторову матрицю розміщення БПЛА у рою для утримання його у строю під час руху запланованим маршрутом. Ввідними даними слід вважати максимальну швидкість лідера та рою в цілому $\vec{V}_{\text{мах}}$ та маршрут руху лідера, що визначається сукупністю точок траєкторії на площині:



а) – лінія



б) – клин



в) – квадрат

Рис. 2. Типові просторові матриці розміщення елементів рою у двовимірному просторі.

$$P_0 = \{P_{0,0}, P_{0,1}, \dots, P_{0,j}, \dots, P_{0,M-1}\}P_0 = \{P_{0,0}, P_{0,1}, P_{0,j}, P_{0,M-1}\} \quad (10)$$

де $P_{0,0}$ – початкова точка маршруту, до якої прив'язано положення лідера рою, що позначається нульовим індексом;

$P_{0,j}$ – положення інших точок траєкторії руху лідера;

$j \in [1, M-1]$ – номер етапу, що відповідає точці траєкторії руху рою;

M – загальна кількість точок траєкторії.

Для кожного відрізка траєкторії руху між положеннями БПЛА у просторі $P_{0,j-1}$ та $P_{0,j}$ зміна положення (ротація) всього рою характеризується вектором напрямку руху лідера $\vec{P}_{rotj}$ (рис. 3).

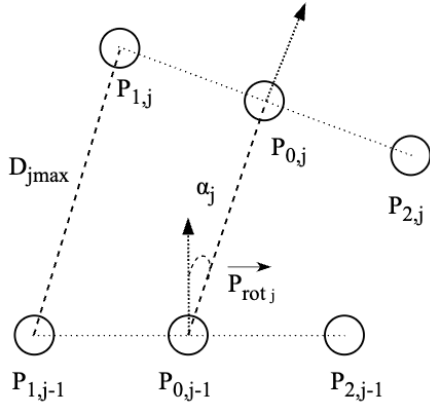


Рис. 3. Процес переміщення рою у двовимірному просторі на етапі j.

Оскільки обертання фігури у тривимірному просторі на етапі j можна визначити кутами Ейлера (α – прецесії, β – нутації, γ – власного обертання), що математично описують поворот однієї системи координат відносно іншої у тривимірному просторі за виразами [12]:

$$\alpha_j = \arccos((-Z_{2j})/(1-Z_{3j}^2)); \quad (11)$$

$$\beta_j = \arccos(Z_{3j}); \quad (12)$$

$$\gamma_j = \arccos(Y_{3j}/\sqrt{(1-Z_{3j}^2)}), \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \text{де } z_{2j} &= \cos \cos(\alpha_j)(\beta_j) \quad z_{2j} = \cos \cos(\alpha_j)(\beta_j); \\ z_{3j} &= \cos(\beta_j)z_{3j} = \cos(\beta_j); \\ Y_{3j} &= \cos \cos(\beta_j) \cos \cos(\gamma_j). \end{aligned}$$

Тому обертання рою відносно точки розміщення лідера на маршруті доцільно описати вектором напрямку його руху $\vec{P}_{rotj}$, і як наслідок матриця обертання визначається добутком трьох

елементарних матриць довкола осей x, y, z на етапі траєкторії маршруту j [12]:

$$\begin{aligned} |R_j| &= |R_z(\alpha_j)| \times |R_z(\beta_j)| \times |R_z(\gamma_j)| = \\ &= \begin{vmatrix} \cos(\alpha_j) & -\sin(\alpha_j) & 0 \\ \sin(\alpha_j) & \cos(\alpha_j) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \times \\ &\times \begin{vmatrix} \cos(\beta_j) & 0 & \sin(\beta_j) \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \times \\ &\times \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\gamma_j) & -\sin(\gamma_j) \\ 0 & \sin(\gamma_j) & \cos(\gamma_j) \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (14)$$

Для кожного елемента рою (веденого БПЛА) $i \in [1, N-1]$ потрібно визначити позицію $P_{i,j}$ на етапі $j \in [1, M-1]$ за таким виразом:

$$\begin{aligned} P_{i,j} &= P_{i,j-1} R_j (P_{0,j} - P_{0,j-1}) P_{i,j} = \\ &= P_{i,j-1} \cdot R_j + (P_{0,j} - P_{0,j-1}). \end{aligned} \quad (15)$$

Швидкість переміщення i-го БПЛА на етапі j визначається за виразом:

$$\vec{V}_{i,j} = \frac{\vec{V}_{\max} \|P_{i,j} - P_{i,j-1}\|}{D_{i,\lim}}, \quad (16)$$

де $D_{j,\lim} D_{i,\lim}$ – гранична відстань між веденим БПЛА та лідером на відрізку траєкторії руху $[j-1, j]$.

У випадку відхилення елемента рою від визначеної траєкторії руху швидкість польоту БПЛА може бути скорегована за виразом:

$$\vec{V}_{i,j,\text{cor}} = \begin{cases} \vec{V}_{i,j} + K \nabla F(P_{i,j}) \vec{V}_{\max}, & F(P_{i,j}) > 0 \\ \vec{V}_{i,j} + K \nabla F(L(i) + P_{0,j}) \vec{V}_{\max}, & F(P_{i,j}) \leq 0 \end{cases} \quad (17)$$

де $K \in (0, 1)$ – заданий коефіцієнт корекції швидкості, пропорційний до максимальної швидкості, що встановлюється дослідним шляхом.

Початкові значення позицій i-го елемента за $j = 0$ визначаються за виразом:

$$\begin{aligned} P_{i,0} &= P_{0,0} + L(i) P_{i,j} = \\ &= P_{i,j-1} \cdot R_j + (P_{0,j} - P_{0,j-1}). \end{aligned} \quad (18)$$

де $L(i)$ – значення обмежувальної функції L для i-го елемента рою (веденого БПЛА, $i \geq 0$).

За результатами визначення на лідері позицій та

швидкостей для кожного елемента рою $i \in [1, N-1]$ на етапі $j \in [1, M-1]$ буде отримано результуючу траєкторію для відповідних ведених БПЛА.

На рис. 4 наведена блок-схема алгоритму побудови просторової матриці розміщення БПЛА у рою та утримання його елементів відносно лідера на траєкторії маршруту, що реалізує розглянутий вище

математичний апарат.

Вихідними даними є траєкторія руху $P_{i,j}$ та задана швидкість руху $\vec{V}_{i,j}$, кожного БПЛА у рою.

Загальна складність алгоритму для N – кількості елементів у групі та M – кількості етапів траєкторії оцінюється в $(N \times M)$, що прораховується наперед.

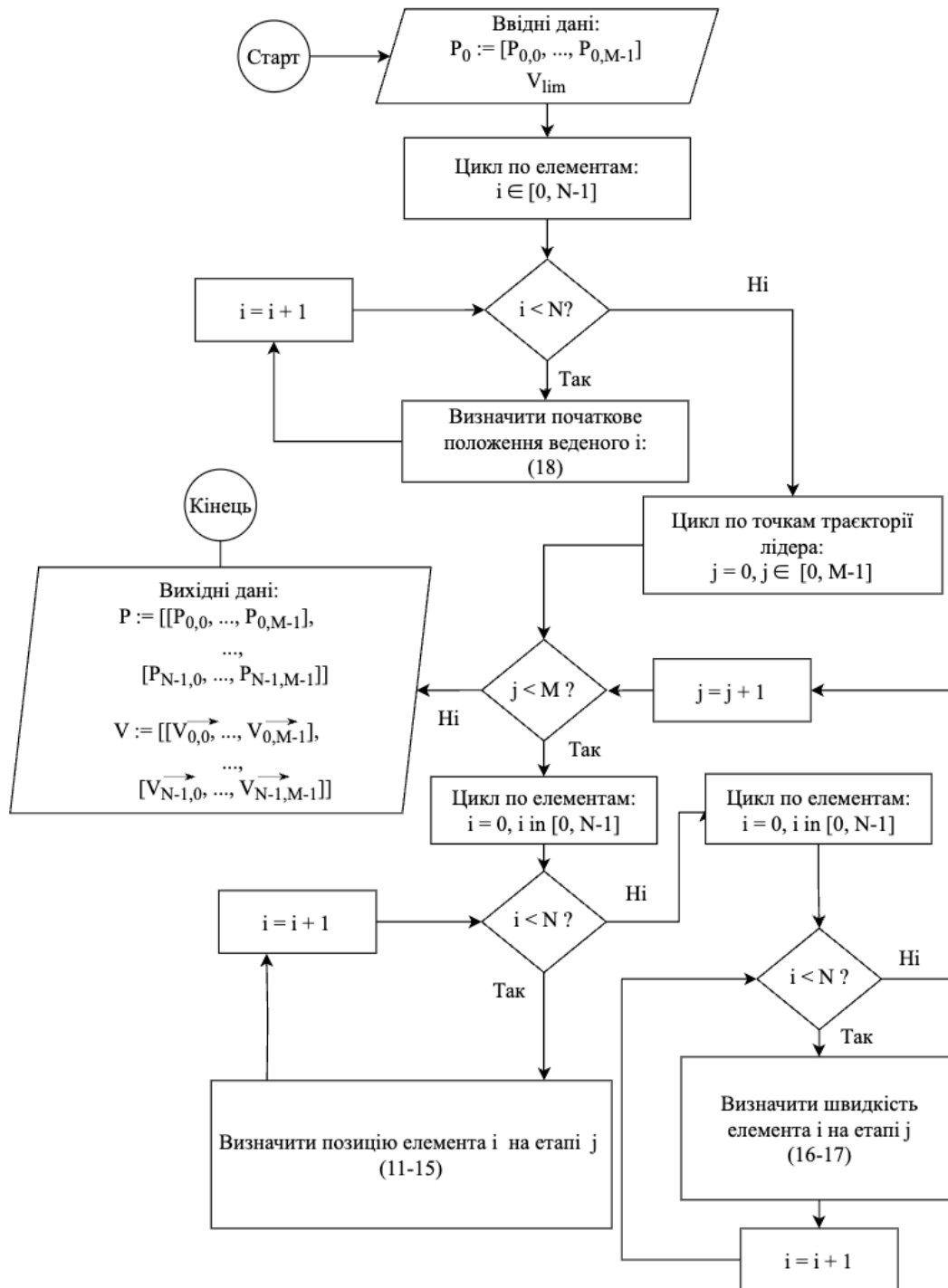


Рис. 4. Блок-схема алгоритму побудови просторової матриці розміщення БПЛА у рою

4. Приклад реалізації

У програмному середовищі Python, для перевірки можливості реалізації алгоритму та його працездатність, проведено моделювання побудови та руху рою БПЛА, що розміщуються у просторі для геометричних фігур з такими параметрами:

лінія : $N = 5$, $M = 8$, $a = 5$;

квадрат: $N = 4$, $M = 8$, $a = 5$;

клин: $N = 5$, $M = 8$, $a = 5$.

Результати моделювання за розробленим алгоритмом наведені на рис 5–7.

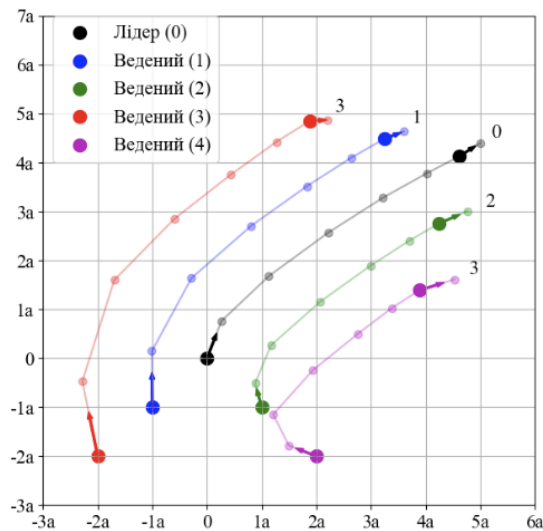


Рис. 5. Траєкторія руху рою клином з 5 елементів

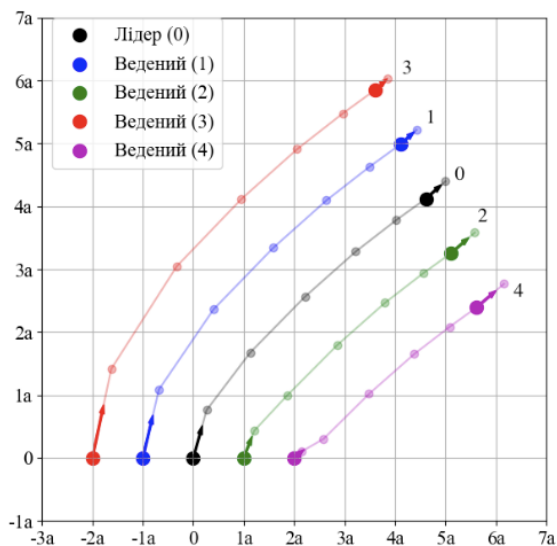


Рис. 6. Траєкторія руху рою лінією з 5 елементів

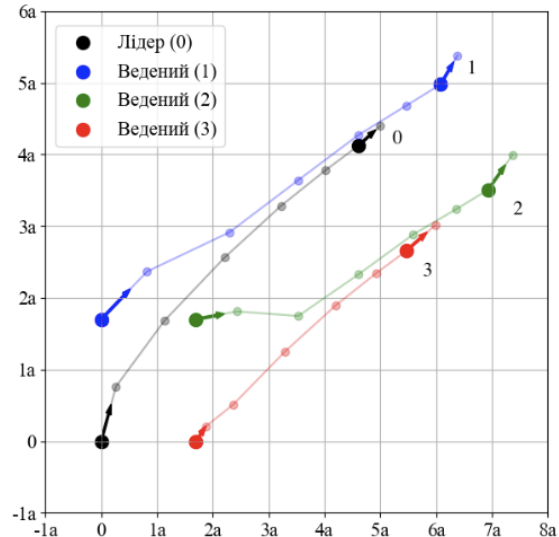


Рис. 7. Траєкторія руху рою квадратом з 4 елементів

Наведені на рис. 5–7 сукупності траєкторій руху елементів рою підтверджують утримання БПЛА на маршруті відповідно до встановлених геометричних фігур.

5. Висновки

1. Розроблена періодична тривимірна функція притягування/відштовхування (1) математично формалізує процес визначення положення ведених БПЛА в рою відносно лідера, а використання векторного диференціального оператора (ротора) для отримання першої похідної зазначеної функції дає змогу врахувати обертання кожного елемента рою в просторі.

2. Розроблений алгоритм побудови просторової матриці, реалізує запропонований математичний апарат, наведений у вигляді блок-схеми, та дає змогу розмістити БПЛА відповідно до встановленої геометричної фігури, а також підтримувати задану швидкість елементів рою і забезпечувати не перевищення граничної відстані між веденими БПЛА й лідером під час руху на маршруті. Перевірка реалізації алгоритму проведена шляхом моделювання побудови рою БПЛА, що переміщується у просторі за маршрутом для типових геометричних фігур (лінія, квадрат, клин).

3. Напрямом подальших досліджень слід вважати розроблення комплексної методики, що дає змогу операторам виконувати низку завдань стосовно побудови просторової матриці топології БПЛА, планування маршруту рою в цілому та утримувати його елементи на безпечній відстані між собою та відносно зовнішніх перешкод.

Конфлікт інтересів

Автор заявляє, що у нього немає конфлікту інтересів щодо цього дослідження, фінансового, особистого, авторського чи іншого, який міг би вплинути на дослідження та його результати, представлені в цій статті.

Фінансування

Дослідження проводилося без фінансової підтримки.

Доступність даних

Рукопис не має пов'язаних даних.

Використання засобів штучного інтелекту

Автор підтверджує, що не використовував технології штучного інтелекту при створенні представленої роботи.

Автор прочитав та погодився з опублікованою версією рукопису.

Література

1. Голембо, В. А. Організація роботи групи безпілотних літальних апаратів [Текст] / В. А. Голембо, & Р. Г. Мельніков // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Серія: Комп'ютерні системи та мережі. – Львів : Видавництво Національного університету "Львівська політехніка". – 2018. – № 905. – С. 56–63. – Режим доступу: <https://ena.lpnu.ua/handle/ntb/47212> (дата звернення 07.03.2025).

2. Chandran, I. Multi-UAV Networks for Disaster Monitoring: Challenges and Opportunities from a Network Perspective [Text] / I. Chandran, & K. Vipin // Drone Systems and Applications. – 2024. – Vol. 12. – P. 1–28. DOI: 12.10.1139/dsa-2023-0079.

3. Ground Control System for UAS Safe Landing Area Determination (SLAD) in Urban Air Mobility Operations [Text] / G. Ariante, S. Ponte, U. Papa, A. Greco, G. Del Core // Sensors. – 2022. – Vol. 22. Iss. 9:3226. DOI: 10.3390/s22093226.

4. Навигация и управление сложными динамическими системами [Текст] / В. Чепиженко, С. Павлова, А. Писарчук, Ф. Захарин, & С. Пономаренко // LAP LAMBERT Academic Publishing. – 2018. – 176 с.

5. Cloud-based mathematical models for self-organizing swarms of UAVs: design and analysis [Text] / S. Poghosyan, V. Poghosyan, S. Abrahamyan, A. Lazyan, H. Astsatryan, Y. Alaverdyan, & K. Eguiazarian // Drone Systems and Applications. – 2024. – Vol. 12. – P. 1-12. DOI: 10.1139/dsa-2023-0039.

6. Tang, J. Dynamic Scene Path Planning of UAVs Based on Deep Reinforcement Learning [Text] / J. Tang, Y. Liang, & K. Li // Drones. – 2024. – Vol. 8. Iss. 2. –

Article 60. – P. 1–21. DOI:10.3390/drones8020060.

7. Gazi, V. Passino Stability analysis of swarms [Text] / V. Gazi, & K. M. Passino // IEEE Transactions on Automatic Control. – 2003. – Vol. 48. Iss. 4. – P. 692–697.

8. Gazi, V. Stability analysis of social foraging swarms [Text] / V. Gazi, K. M. Passino // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics. – 2004. – Vol. 34. Iss. 1. – P. 539-557.

9. Shi, H. Collective Dynamics of Swarms with a New Attraction/Repulsion Function [Text] / H. Shi, G. Xie // Mathematical Problems in Engineering. – 2011. – Vol. 2011. – Article ID 735248. – 13 p. DOI: 10.1155/2011/735248.

10. Ann, S. Area Allocation Algorithm for Multiple UAVs Area Coverage Based on Clustering and Graph Method [Text] / S. Ann, Y. Kim, & J. Ahn // IFAC-PapersOnLine. – 2015. – Vol. 48. Iss. 9. – P. 204–209. DOI: 10.1016/j.ifacol.2015.08.084.

11. Марченко, П. А. Удосконалений алгоритм побудови безколізійного маршруту для багатоагентних ройових роботизованих систем [Текст] / П. А. Марченко, & С. О. Пономаренко // Вісник НТУУ "КПІ". Серія Радіотехніка, Радіоапаратобудування. – 2024. – № 98. – С. 5–15. DOI: 10.20535/RADAP.2024.98.5-12.

12. Єжов, С. М. Класична механіка [Текст] / С. М. Єжов, М. В. Макарець, & О. В. Романенко // Київ : ВПЦ "Київський університет", 2008. – 480 с.

References

1. Golembo, V. A., & Melnikov, R. G. Orhanizatsiya roboty hrupy bezpilotnykh lital'nykh aparativ [Organization of work of a group of unmanned aerial vehicles]. Visnyk Natsional'noho universytetu "L'viv's'ka politekhnika". Seriya: Komp'yuterni systemy ta merezhi. L'viv, NU "L'viv's'ka politekhnika", 2018, no. 905, pp. 56-63. Available at: <https://ena.lpnu.ua/handle/ntb/47212>. (accessed 7.3.2025). (In Ukrainian).

2. Chandran, I., & Vipin, K. Multi-UAV Networks for Disaster Monitoring: Challenges and Opportunities from a Network Perspective. Drone Systems and Applications, 2024, vol. 12, pp. 1-28. DOI: 12.10.1139/dsa-2023-0079.

3. Ariante, G., Ponte, S., Papa, U., Greco, A., & Del Core, G. Ground Control System for UAS Safe Landing Area Determination (SLAD) in Urban Air Mobility Operations. Sensors, 2022, vol. 22, no. 9:3226. DOI: 10.3390/s22093226.

4. Chepizhenko, V., Pavlova, S., Pisarchuk, A., Zakharin, F., & Ponomarenko S. Navigatsiya i upravleniye slozhnymi dinamicheskimi sistemami [Navigation and control of complex dynamic systems]. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2018. 176 p. (In Russian).

5. Poghosyan, S., Poghosyan, V., Abrahamyan, S., Lazyan, A., Astsatryan, H., Alaverdyan, Y., & Eguiazarian, K. Cloud-based mathematical models for

self-organizing swarms of UAVs: design and analysis. *Drone Systems and Applications*, 2024. vol. 12, pp. 1-12. DOI: 10.1139/dsa-2023-0039.

6. Tang, J., Liang, Y., & Li, K. Dynamic Scene Path Planning of UAVs Based on Deep Reinforcement Learning. *Drones*, 2024, vol. 8 Iss.2, 60. pp. 1-21. DOI:10.3390/drones8020060.

7. Gazi, V., Passino, K. M. Stability analysis of swarms. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, vol. 48, no 4, pp. 692-697.

8. Gazi, V., Passino K. M. Stability analysis of social foraging swarms. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2004, vol. 34, no 1, pp. 539-557.

9. Shi, H., Xie, G. Collective Dynamics of Swarms with a New Attraction/Repulsion Function.

Mathematical Problems in Engineering, 2011, vol. 2011, Article no. 735248. 13 p. DOI: 10.1155/2011/735248.

10. Ann, S., Kim, Y., & Ahn, J. Area Allocation Algorithm for Multiple UAVs Area Coverage Based on Clustering and Graph Method. *IFAC-PapersOnLine*, 2015, vol. 48, no. 9, pp. 204-209. DOI: 10.1016/j.ifacol.2015.08.084.

11. Marchenko, P. A., & Ponomarenko, S. O. Improved algorithm for constructing a collision-free route for multi-agent swarm robotic systems. *Visnyk NTUU "KPI". Seriya Radiotekhnika, Radioapararobuduvannya*, 2024, no. 98, pp. 5-15. DOI: 10.20535/RADAP.2024.98.5-12.

12. Ezhov, S. M., Makarets, M. V., & Romanenko, O. V. *Classichna mekhanika* [Classical mechanics]. Kyiv, VPTS "Kyivskyy universytet". 2008. 480 p.

Надійшла до редакції 18.02.2025, розглянута на редколегії 20.05.2025

A METHOD FOR DETERMINING THE TOPOLOGY OF SWARM ELEMENTS RELATIVE TO THE LEADER AND AN ALGORITHM FOR CONSTRUCTING A SPATIAL MATRIX OF UNMANNED AERIAL VEHICLES PLACEMENT

Pavlo Marchenko

The use of unmanned aerial vehicles (UAVs) as part of swarms of unmanned systems enables the enhancement of task performance efficiency, but their control systems require ongoing development. The subject of study in this article is a method for determining the topology of swarm elements relative to the leader and an algorithm for constructing a spatial placement matrix. The object of study is the process of controlling swarm systems. The purpose of the article is to develop a mathematical method for determining the topology of a swarm relative to the leader and an algorithm for constructing a space matrix for the placement of unmanned aerial vehicles in a swarm to keep its elements relative to the leader on the main route. In writing the article, a systematic analysis of the processes controlling unmanned systems and the synthesis of methods and algorithms for their functioning were employed. The following results were obtained in the course of the study. A mathematical method for determining the topology of swarm elements has been developed, and a periodic attraction/repulsion function has been proposed that determines the position of the driven UAV in the swarm relative to the leader. The sequence of UAV swarm formation is proposed: assigning a swarm leader and determining its location, determining the coordinates of the driven UAVs relative to the leader to build a spatial matrix of the location of elements in the swarm, determining the positions and speeds of the driven UAVs at each stage of the flight and obtaining the resulting route trajectory. An algorithm for constructing a spatial matrix for placing UAVs in a swarm and keeping its elements relative to the leader on the route trajectory, which implements the proposed attraction/repulsion function, has been developed. The functioning of the algorithm was tested by modeling the process of building a UAV swarm moving in space along a route for typical geometric shapes (line, square, wedge) in the Python software environment. Conclusions: the determination of the position of the driven UAVs in the swarm relative to the leader is mathematically formalized by the developed periodic three-dimensional attraction/repulsion function, considering the rotation of the swarm element in space. The algorithm for constructing a spatial matrix allows UAVs to be placed in accordance with the established geometric shape and to maintain the specified speed of the elements and ensure that the maximum distance between the UAVs and the leader is not exceeded during movement.

Keywords: swarm; unmanned aerial vehicle; leader; slave; topology of swarm elements; spatial matrix; algorithm; attraction/repulsion function.

Марченко Павло Андрійович – аспірант навчально-наукового інституту аерокосмічних технологій, Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”, Київ, Україна.

Pavlo Marchenko – PhD Student at the Education and Research Institute of Aerospace Technologies, National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”, Kyiv, Ukraine, e-mail: p.marchenko@kpi.ua, ORCID: 0009-0006-7261-6316.