

УДК 629.735.33.02.015.4

doi: 10.32620/aktt.2024.4.03

І. І. ДЖАВАДОВА, С. Р. ІГНАТОВИЧ

Національний Авіаційний Університет, Київ, Україна

МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ ІНТЕНСИВНОСТІ НАПРУЖЕНЬ У АВІАЦІЙНИХ КОНСТРУКЦІЯХ

При виконанні розрахунків на живучість та залишкову міцність елементів авіаційних конструкцій виникає необхідність у встановленні функціонального взаємозв'язку між даними про навантаження конструкції, конфігурацією тріщини та одним з параметрів, що характеризує граничний стан матеріалу у вершині тріщини – коефіцієнтом інтенсивності напружень (КІН). У статті представлено огляд та аналіз методів визначення КІН. Описані три основні підходи: аналітичний, чисельний та експериментальний. Проаналізовано доцільність використання кожного з них. Виявлено, що для натурних авіаційних тонкостінних конструкцій із підкріплюючим поздовжньо-поперечним силовим набором змінної жорсткості, на які діє складний характер зовнішніх навантажень та присутні контактні поверхні і контактні напруження між елементами конструкції, визначення КІН значно ускладнюється при застосуванні аналітичних та/або чисельних моделей. Встановлено, що для таких задач найкраще підходять експериментальні методи з використанням методів тензометрії, а саме методу запропонованого J.W. Dally та R.J. Sanford, у англomовній літературі відомий як DST. Описано теоретичні формулювання цього підходу, представлені рекомендації щодо визначення орієнтації тензодатчика, розглянуті існуючі модифікації методу. Показано широкі можливості використання тензометричного методу на різних типах матеріалів (крихких та пластичних), а також для різних конфігурацій зразків. У проведеному огляді виявлено проблеми, які можуть виникнути при застосуванні цього методу. Авторами представлено власне бачення щодо перспектив розвитку експериментального методу для моніторингу стану авіаційної конструкції в реальному часі. Зокрема, запропоновано гібридний підхід, який поєднує тензометричний метод з методом скінченних елементів та методом цифрової кореляції зображень. Описано три можливі шляхи їх застосування в залежності від поставлених задач. Крім того, підкреслено важливість інтеграції цих методів у загальну систему діагностики для забезпечення своєчасного виявлення та аналізу дефектів, що виникають при експлуатації авіаційних конструкцій.

Ключові слова: тріщина; коефіцієнт інтенсивності напружень; тензодатчик; механіка руйнування.

Вступ

Проектування та експлуатація сучасних повітряних суден відбувається відповідно до концепції допустимості пошкодження [1], яка передбачає можливість експлуатації конструкції при наявності втомних і корозійних ушкоджень та деградації матеріалів. Практична реалізація цієї концепції полягає у прогнозуванні росту втомних тріщин, обґрунтуванні граничних станів критичних елементів конструкції та встановленні залишкової міцності [2]. Під час експлуатації повітряних суден на них діє комплекс змінних навантажень, що призводить до накопичення та об'єднання дефектів у матеріалі, а також до розвитку втомних тріщин. Застосування концепції допустимості пошкодження обумовлене економічною ефективністю. Проте, зі зростанням парку літаків із значним нальотом, потрібно розробляти спеціальні підходи для своєчасного відстеження поширення тріщин, оцінки напруженого стан біля їх вершини та запобігання виникненню

критичних ситуацій. Встановлення залишкової міцності та втомної довговічності здійснюється на основі підходів механіки руйнування. Оскільки елементи авіаційних конструкцій зазвичай розраховані для роботи в пружній області, для опису поведінки тріщин можна застосовувати підходи лінійно-пружної механіки руйнування (ЛПМР). Одним із основних параметрів ЛПМР, що характеризує розподіл напружень у вершині тріщини, є коефіцієнт інтенсивності напруження (КІН). Він використовується для опису полів напружень залежно від розміру та форми тріщини, геометрії конструкції та прикладеного навантаження. Для його визначення були розроблені аналітичні, чисельні та експериментальні методи та підходи.

Використання аналітичних методів через певні математичні складнощі обмежене простими геометричними конфігураціями, такими як нескінченні або напівнескінченні пластини з центральними або краєвими тріщинами та інші. Однак натурні авіаційні тонкостінні конструкції є складними,

оскільки мають підкріплюючий поздовжньо-поперечний силовий набір змінної жорсткості, контактні поверхні та контактні напруження між елементами конструкції, і зазнають дії складних зовнішніх навантажень. Це обумовлює застосування чисельних методів.

Зі зростанням потужності обчислювальної техніки інженери отримали можливість використовувати різноманітні програмні продукти, які за допомогою чисельних методів дозволяють оцінювати поведінку конструкції в реальних умовах експлуатації. Проте моделювання поточного стану конструкції може бути складним та трудомісним. Такі фактори як корозія сумісно з втомним руйнуванням, невідповідність геометричних розмірів реальної конструкції даним закладеним у конструкторській документації, розбіжність табличних значень модуля пружності з фактичними значеннями на конструкції, наявність залишкових технологічних напружень, не дотримання режимів термообробки, дія змінних температур, вологості, радіації та інші чинники, обмежують можливості використання чисельних методів. У таких випадках більш ефективними стають експериментальні методи, які можна реалізовувати для моніторингу натурної конструкції в режимі реального часу. Вони дають змогу адекватно оцінити поведінку складних конструкцій під дією експлуатаційних навантажень за рахунок прямого визначення КІН у вершині тріщини. Такі методи часто застосовуються для перевірки чисельних результатів розрахунків. Серед експериментальних методів визначення КІН одними з найпростіших та найбільш доступних є методи тензометрії.

Постановка задачі

При оцінці живучості та залишкової міцності елементів конструкцій важливо встановити взаємозв'язок між навантаженнями на конструкцію, параметрами тріщини та КІН, що характеризує граничний стан матеріалу у вершині тріщини. При встановленні граничних станів елементів конструкції використовуються концепції руйнування з урахуванням силових, енергетичних або деформаційних критеріїв. Найбільш поширеними в інженерній практиці є сили, які базуються на КІН. Для його визначення можуть використовуватися аналітичні, чисельні або експериментальні методи.

Метою роботи є проведення огляду та аналіз існуючих методів визначення КІН, їх особливостей, переваг та недоліків, а головне – можливості успішного застосування на реальних авіаційних конструкціях для своєчасного виявлення та аналізу дефектів, що виникають при експлуатації авіаційних конструкцій.

Методи визначення КІН в зразках і конструкціях

1.1. Аналітичні методи

Для вирішення задач теорії пружності тіл з тріщинами існують різноманітні аналітичні методи, серед яких можна виокремити: метод комплексних потенціалів, метод Колосова-Мусхелішвілі, метод граничних колокацій, метод конформних відображень, метод інтегральних перетворень, метод сингулярних інтегральних перетворень з використанням функцій Гріна, метод Вінера-Хопфа, метод об'ємних масових сил або метод вагових функцій, альтернативний метод (алгоритм Шварца), метод асимптотичної апроксимації [3].

Для типових геометричних конфігурацій концентраторів значення коефіцієнтів розраховані за допомогою аналітичних методів та представлені у серії довідників, наприклад, [4, 5].

Розв'язки, представлені у довідниках, як правило, мають фундаментальний характер і можуть бути застосовані до більш складних випадків за допомогою принципу суперпозиції [6]. На сьогоднішній день, аналітичні розв'язки в основному використовуються для верифікації чисельних та експериментальних методик.

1.2. Чисельні методи

Найбільш відомими чисельними методами є метод скінченних елементів (finite element method - FEM), метод граничних елементів та безсітковий метод [7]. Системи автоматизованого інженерного аналізу за допомогою цих розрахункових методів дозволяють якісно моделювати різноманітні фізичні процеси. Однак, відповідно до процедури V&V (Verification and validation), необхідно підтверджувати узгодженість та збіжність результатів моделювання з експериментальними даними [8]. Це значно ускладнює їх використання.

1.3. Експериментальні методи

До експериментальних методів належать: фотопружності [9, 10], метод каустики [11, 12], інтерферометрії [13], кореляції цифрових зображень (digital image correlation – DIC) [14, 15], метод пружної піддатливості (compliance measurement) [16], методи з використанням волоконно-оптичних датчиків, методи з використанням флексоелектричних градієнтних датчиків деформації [17], когерентного градієнтного зондування. Однак більшість із них мають певні обмеження у застосуванні. Наприклад, метод фотопружності застосовується до моделей,

виготовлених з фотопружних матеріалів, метод каустики ефективний на прозорих або напівпрозорих матеріалах, а методи інтерферометрії вимагають специфічних умов при проведенні випробувань.

J.W. Dally та R.J. Sanford запропонували оригінальний підхід до визначення розподілу напружень біля вершини тріщини в конструкціях складної форми на основі використання тензодатчиків [18]. Такий підхід набув поширення у англомовній технічній літературі як DST метод. Треба зазначити, що серед усіх відомих тензометричних методів, метод DST є найпоширенішим способом експериментального аналізу напружень завдяки відносно низькій вартості та простоті використання.

2.1. Метод DST

Першими тензометричний метод визначення КІН, який був застосований на практиці, запропонували J. W. Dally та R. J. Sanford у 1987 [19]. У ньому використано рішення R. J. Sanford [20], що є модифікацією рішення Н.М. Westergaard для поля напружень та деформацій навколо тріщини. Через неможливість застосування на практиці рішення у вигляді нескінченного ряду, вчені розглянули трипараметричне рішення з використанням одного тензодатчика та чотирипараметричне рішення з двома тензодатчиками. Отримані результати показали, що для точного визначення КІН достатньо одного тензорезистора, чотирипараметричний розв'язок слід застосовувати для тіл у яких вершина тріщини знаходиться близько до зони прикладання навантажень та потребує четвертого члена у ряді для більш точного представлення поля.

При застосуванні тензометричної техніки на практиці, зокрема для правильного розташування тензодатчика, важливо розуміти природу області навколо тріщини. Зону, прилеглу до вістря тріщини, умовно можна поділити на три частини (рис.1).

Область I розташована поблизу вершини тріщини. Через нелінійність, що викликана пластичним деформуванням, ця область не підходить для вимірювання деформацій. Область II вважається областю ближнього поля. У цій області поле деформацій може бути представлене достатньо точно за допомогою невеликої кількості членів ряду, тому це оптимальне місце розташування тензодатчика. Область III – це область дальнього поля. Через надмірну віддаленість усічений ряд, що описує поле деформацій, містить значну кількість членів ряду, що робить вимірювання деформацій не доцільним.

Після визначення місця наклепки тензодатчика необхідно правильно його зорієнтувати (рис. 1). Початок координатної системи X-Y співпадає з вершиною тріщини, а початок системи координат x-y

співпадає з геометричним центром датчика. Кут θ – це кут між напрямком росту тріщини та положенням тензодатчика, а α – це кут орієнтації датчика. Вибір кутів залежить від коефіцієнта Пуассона матеріалу [19].

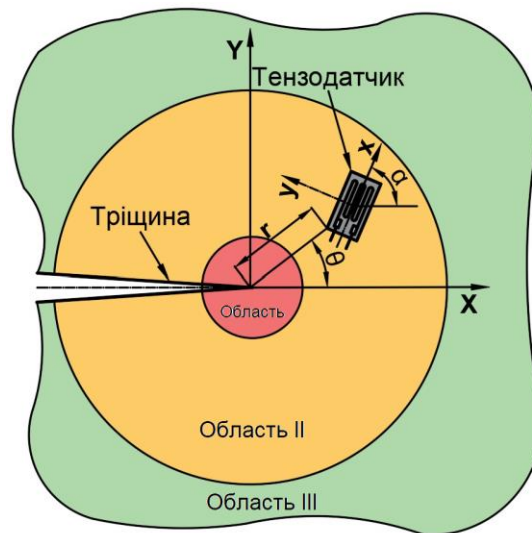


Рис. 1. Зони навколо тріщини та місце розташування тензодатчика

Вимірювана деформація пов'язана з КІН за наступним рівнянням:

$$2\mu\epsilon_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left[k \cos \frac{\theta}{2} - \frac{1}{2} \sin \theta \sin \frac{3\theta}{2} \cos 2\alpha + \frac{1}{2} \sin \theta \cos \frac{3\theta}{2} \sin 2\alpha \right], \quad (1)$$

де μ – модуль зсуву;

ϵ_{xx} – вимірювана деформація вздовж тензодатчика;

K_I – КІН для зміщення берегів тріщини по типу нормальний відрив (мода I);

k – коефіцієнт, який визначається за формулою:

$$k = \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)}, \quad (2)$$

де ν – коефіцієнт Пуассона.

В окремому випадку для кутів $\theta = 60^\circ$ та $\alpha = 60^\circ$, що відповідає алюмінію, рівняння (1) можна виразити у наступному вигляді:

$$K_I = E \sqrt{\frac{8}{3}} \pi r \epsilon_{xx}, \quad (3)$$

де E – модуль Юнга.

Результати отримані за допомогою запропонованої техніки, демонструють прийнятну відповідність з аналітичними та розрахунковими значеннями отриманими за допомогою скінченно елементного аналізу (finite element analysis – FEA), завдяки її простоті та ефективності DST здобула широке використання та в подальшому була вдосконалена іншими науковцями.

2.2. Особливості застосування методу DST

Тензометричний метод визначення КІН, а саме DST вперше була застосована на алюмінієвих зразках. При його відпрацюванні стало очевидним, що формування пластичної зони значно впливає на значення деформацій, що вимірюються. Пізніше для корекції отриманих результатів була запропонована методика [21], однак основним обмеженням стало те, що для обчислення розміру пластичної зони потрібне значення КІН. L. Parnas і G. Bilir застосували DST для зразків зі сталі та алюмінію різної товщини від 0,5 до 20,8 мм [22]. В їхній роботі було показано, що точність вимірювання КІН залежить від товщини зразка, що пояснюється утворенням пластичних зон. Такі ж висновки зробили інші науковці у своїх дослідженнях [23].

Однією з основних проблем для металевих зразків є визначення правильної довжини тріщини, оскільки це впливає на розташування тензодатчика. Основні труднощі пов'язані з врахуванням або не врахуванням пластичної зони, тобто знаходження ефективної або видимої довжини тріщини. Це призвело до розповсюдження DST на ізотропні матеріали, найбільш популярним вибором став поліметилакрилат (PMMA). Це класичний модельний матеріал, перевагою якого є легкість роботи при створенні тріщин. А. Shukla та інші [24] першими застосували DST на склоепоксидному композиті. Крім того автори дослідили вплив розміру тензодатчика на середню похибку вимірювань.

Загалом DST застосовувалась на різних видах матеріалів, таких як алюміній, сталь, композит, PMMA та біметали.

У випадку алюмінію, застосовувались такі сплави як 2024-T851 [17], 5052 [25], 6061-T6 [19], 6082-T6 [26], 7075-T6 [23, 27], та інші [28, 29].

Також дослідження проводились на сталевих зразках [27, 30].

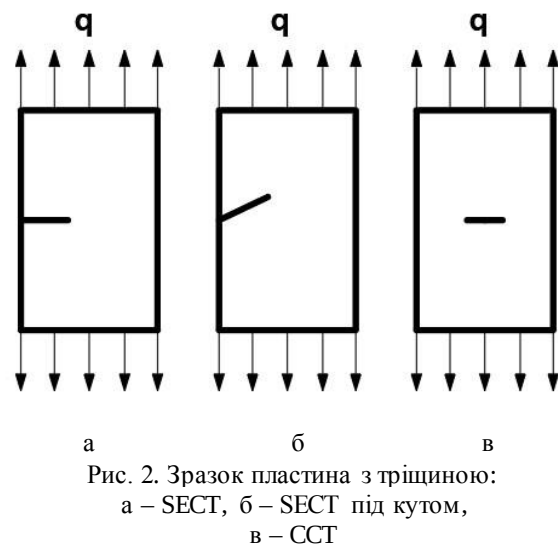
Велика кількість досліджень проводилась на PMMA [31, 32, 33].

Серед композитів тензометричний метод застосовувався на скловолокні [24, 34, 35], вуглепластику [20], та інших матеріалах [36].

Також були спроби застосування DST на біметалах, оскільки ці матеріали характеризуються ви-

сокою розбіжністю властивостей. Розглядалась комбінація полікарбонату склеєного з алюмінієм та композиту з алюмінієвими армувальними частинками.

Для перевірки методу DST випробування проводили на стандартних конфігураціях зразків, для яких існують аналітичні розв'язки. Однією з найпоширеніших конфігурацій є пластина з крайовою або центральною тріщиною, яка піддається розтягу (рис. 2). У англійській літературі зразок з крайовою тріщиною відомий як single edge-cracked tension (SECT) його використання для обчислення КІН методом DST представлено у роботі [31]. Однією з його модифікацій є зразок «лопаточка» з крайовою тріщиною [28]. Багато досліджень проводилось на зразках з боковим надрізом, розміщеним під кутом [34, 35] та на зразках з центральною тріщиною (center-cracked tension (CCT)) [30].



Також широко використовуються зразки з боковим надрізом (single edge notch tension specimen (SENT)) представлені на рис. 3. Випробування на зразках з крайовим надрізом проводилось у роботі [31], з V-подібним надрізом [24, 33] та надрізом під кутом [25].

Типовим зразком для металів є прямокутний зразок з боковою тріщиною, також відомий як компактний, який використовується для випробувань позакцентровим розтягом [21, 23]. У англійській літературі він відомий як compact tension specimen (C(T)).

Також метод DST застосовували на зразках з крайовою тріщиною або надрізом для досліджень триточковим згином [19, 36] та на зразках з боковим надрізом для проведення випробувань на поперечний згин.

Метод DST може використовуватися для визначення КІН для різних режимів навантаження.

Спершу вона була застосована для режиму навантаження нормальний відрив (мода I), більшість робіт була проведена для цього виду навантаження [17, 19, 21, 23, 24, 26, 29 – 33, 36, 37].

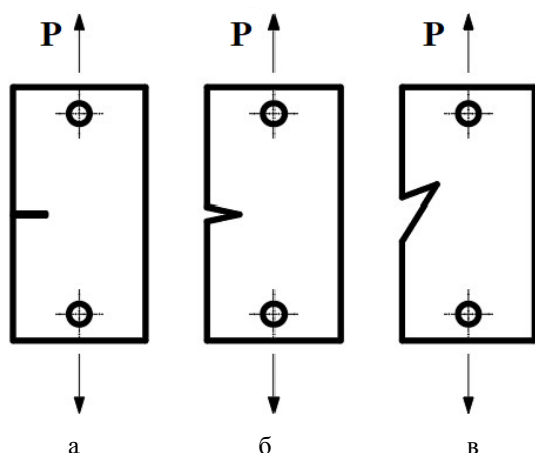


Рис. 3 SENT зразки:

а – з крайовим надрізом, б – з V-подібним надрізом, в – з надрізом під кутом

Згодом DST стали апробувати і для інших режимів. Її застосовували для вимірювання динамічного КІН [28]. Для змішаного режиму КІН DST використовували у роботах [25, 34, 35]. А Bürgel та інші першими запропонували використання для режиму поперечного зсуву (мода II) [37], в подальшому в цьому напрямі було здійснено ще одну роботу [27].

Однією з основних переваг DST є можливість отримання потрібних результатів тільки з використання одного тензодатчика [17, 19, 23, 24, 27 – 31, 33 – 37]. Однак, оскільки головною умовою отримання точних результатів є вимірювання деформації саме у області II, багато дослідників наклеювали тензодатчика в ряд, намагаючись експериментально визначити межі зони. Н. Sarangi та інші першими дали рекомендації щодо визначення верхньої межі області 2 [31, 39]. Для цього вони запропонували використовувати FEA, і дійшли висновку, що протяжність трипараметричної зони 2 зменшується зі збільшенням довжини тріщини.

На додаток до DST, в літературі були запропоновані інші тензометричні методики. J.R. Berger та J.W. Dally запропонували метод, який використовує три десяти-елементні полоси з тензодатчиками [40]. Метод базується на визначенні КІН шляхом розв'язання великої кількості надмірно детермінованих рівнянь. J. Wei та J. Zhao [41] розробили метод, що вимагає використання двох тензорезисторів. Т. Kondo та інші [25] використовували десять тензорезисторів для визначення змішаного режиму КІН. М. J. Maleski [36] запропонував новий тензометричний метод з використовуючи розетку з двох датчиків

розміщених під кутом 90° . F. Mejni та інші [29] на основі DST запропонували два тензометричних методи: перший з використанням двох тензодатчиків, другий – модифікований метод з двома тензодатчиками. Результати розрахунків показали, що таким чином можна отримати більш точне значення КІН.

2.3. Перспективи розвитку DST

Робота над цією статтею була проведена з метою визначення КІН для складних натурних авіаційних конструкцій, оскільки саме цей параметр є показником критичності тріщини та використовується у розрахунках на залишкову довговічність. Після огляду наявних методів визначення КІН, автори виявили деякі проблеми, пов'язані з відсутністю рекомендацій щодо визначення протяжності зони 2 (рис. 1) та складнощами точного наклеювання датчика під певним кутом. Тому було запропоновано три можливі шляхи вдосконалення експериментального підходу DST.

Перший шлях передбачає перед проведенням випробувань застосування FEA для визначення меж зони 2 з метою точнішого розташування тензодатчика та подальшого використання DST на конструкції.

Другий шлях базується на визначенні полів деформації за допомогою FEA та обчислення КІН за допомогою DST. Цей підхід може бути корисним для попередньої оцінки критичного стану елементу. З використанням методів моделювання тріщини відтворюється конструкція, обчислюється поле деформації та обчислюється КІН по знайденому на моделі деформаціям, відповідно до формули (3). Спеціалізоване програмне забезпечення для FEA часто має вбудовані рішення для обчислення КІН, найбільш поширеним з яких є метод J – інтеграла. Однак цей метод має певні недоліки, тому порівняння результатів з експериментальними даними, а саме з DST буде корисним для підвищення точності.

Третій шлях полягає у визначенні поля деформацій за допомогою безконтактного оптичного методу DIC. Він базується на порівнянні фотографій поверхні з тріщиною перед навантаженням та після нього для визначення полів переміщень і деформацій. Для підвищення точності карт переміщень на поверхню з тріщиною попередньо наноситься спеціальні рисунки. Отримавши деформації, можна обчислити КІН за допомогою формули DST. Останнім часом DIC стає все більш популярним в експериментальній механіці завдяки можливості безконтактного вимірювання полів деформацій натурної конструкції. Застосування цього методу на панелі крила комерційного літака описано у статті [15].

Висновки

Проведений огляд методів визначення КІН для авіаційних конструкцій показує важливість використання експериментальних підходів для виконання точних розрахунків на втомну довговічність та залишкову міцність. При аналізі літературних джерел продемонстровано, що використання DST може забезпечити найбільш коректні результати в цьому контексті. Важливо зауважити, що метод DST може успішно застосовуватися на різних конфігураціях зразків, виготовлених з різних авіаційних матеріалів, та при різноманітних видів навантаження. Це дозволяє інженерам отримати надійні дані про КІН, які є ключовими для ефективного проектування та забезпечення безпеки авіаційних конструкцій.

Внесок авторів: формулювання проблеми – **Сергій Ігнатович, Ірина Джавадова**; огляд та аналіз інформаційних джерел – **Ірина Джавадова**; постановка задачі – **Ірина Джавадова, Сергій Ігнатович**; оцінка результатів – **Ірина Джавадова**; формулювання висновків – **Ірина Джавадова**.

Конфлікт інтересів

Автори заявляють, що немає конфлікту інтересів щодо цього дослідження, фінансового, особистого, авторського чи іншого, який міг би вплинути на дослідження та його результати, представлені в цій статті.

Фінансування

Дослідження проводилося без фінансової підтримки.

Доступність даних

Рукопис не має пов'язаних даних.

Використання засобів штучного інтелекту

Автори підтверджують, що не використовували технології штучного інтелекту при створенні представленої роботи.

Подяка

Автори висловлюють подяку к.т.н. Ігорю Ліманському, співробітнику акціонерного товариства «АНТОНОВ», за консультативну допомогу.

Усі автори прочитали та погодилися з опублікованою версією рукопису.

Література

1. § 25.571 *Damage-tolerance and fatigue evaluation of structure* [Електронний ресурс]. – Ре-

жим доступу: <https://www.ecfr.gov/current/title-14/chapter-I/subchapter-C/part-25/subpart-C/subject-group-ECFR7f2a560a8b50a3f/section-25.571>. – 28.05.2024.

2. *Ресурс та довговічність авіаційної техніки* [Текст] / С. Р. Ігнатович, М. В. Карускевич, Т. П. Маслак, С. С. Юцкевич. – Київ : Видавництво НАУ, 2015. – 164 с.

3. *Саврук, М. П. Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами* [Текст]: Справочное пособие / М. П. Саврук ; ред. В. В. Панасюк. – Киев : Наукова думка, 1988. – Т. 2 : Механика разрушения и прочность материалов. – 618 с.

4. Sih, G. C. *Handbook of stress-intensity factors: stress-intensity factor solutions and formulas for reference* [Text] / G. C. Sih. – Bethlehem, PA : Lehigh University, Institute of Fracture and Solid Mechanics, 1973. – Vol. 1. – 420 p.

5. *Stress intensity factors handbook* [Text] / ed. by Y. Murakami. – Pergamon, 1987. – Vol. 1. – 1464 p.

6. *Handbook for Damage Tolerant Design* [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.afgrow.net/applications/DTDDHandbook/pdf.s.aspx>. – 28.05.2024

7. Maitii, S. K. *Fracture mechanics: fundamentals and applications* [Text] / S. K. Maitii. – India : University of Cambridge ESOL Examinations, 2015. – 295 p.

8. Oberkampf, W. L. *Verification, validation, and predictive capability in computational engineering and physics* [Text] / W. L. Oberkampf, T. G. Trucano, C. Hirsch // *Applied Mechanics Reviews*. – 2004. – Vol. 57, iss. 5. – P. 345–384. DOI: 10.1115/1.1767847.

9. *Photoelastic determination of stress-intensity factors* [Text] / R. Marloff, M. Leven, T. Ringler R. Johnson // *Experimental Mechanics*. – 1971. – Vol. 11, iss. 12. – P. 529–539. DOI: 10.1007/bf02329095.

10. *Experimental techniques in fracture mechanics* [Text] / ed. by A. S. Kobayashi, J. S. Epstein. – Ames : Iowa State University Press, 1973. – 150 p.

11. Theocaris P. *Local yielding around a crack tip in plexiglas* [Text] / P. Theocaris // *Journal of Applied Mechanics*. – 1970. – Vol. 37, iss. 2. – P. 409–415. DOI: 10.1115/1.3408521.

12. *Determination of stress-intensity factors by the method of caustics in anisotropic materials* [Text] / M. Baik, S. Choi, J. Hawong, J. Kwon // *Experimental Mechanics*. – 1995. – Vol. 35. – P. 137–143.

13. Kirugulige, M. *Mixed-Mode dynamic crack growth in a functionally graded particulate composite: experimental measurements and finite element simulations* [Text] / M. Kirugulige, H. Tippur // *Journal of Applied Mechanics*. – 2008. – Vol. 75, iss. 5. – P. 1–14. DOI: 10.1115/1.2932095.

14. Mogadpalli, G. Determination of stress intensity factor for cracks in orthotropic composite materials using digital image correlation [Text] / G. Mogadpalli, V. Parameswaran // *Strain*. – 2008. – Vol. 44, iss. 6. – P. 446–452. DOI: 10.1111/j.1475-1305.2007.00391.x.
15. Evaluation using digital image correlation of stress intensity factors in an aerospace panel [Text] / Y. Du, F. Díaz, R. Burguete, E. Patterson // *Experimental Mechanics*. – 2010. – Vol. 51, iss. 1. – P. 45–57. DOI: 10.1007/s11340-010-9335-5.
16. Bonesteel, R. Compliance and KI calibration of double cantilever beam (DCB) specimens [Text] / R. Bonesteel, D. Piper, A. Davinroy // *Engineering Fracture Mechanics*. – 1978. – Vol. 10, iss. 2. – P. 425–428. DOI: 10.1016/0013-7944(78)90022-x.
17. Direct Measurement of Opening Mode Stress Intensity Factors Using Flexoelectric Strain Gradient Sensors [Text] / W. Huang, S. Yang, N. Zhang [et al.]. // *Experimental Mechanics*. – 2014. – Vol. 55, iss. 2. – P. 313–320. DOI: 10.1007/s11340-014-9914-y.
18. Shukla, A. Practical fracture mechanics in design [Text] / A. Shukla. – New York: CRC Press. – 2004. – 525 p.
19. Dally, J. Strain-gage methods for measuring the opening-mode stress-intensity factor, K_I [Text] / J. Dally, R. Sanford // *Experimental Mechanics*. – 1987. – Vol. 27, iss. 4. – P. 381–388. DOI: 10.1007/bf02330311.
20. Sanford, R. J. A critical re-examination of the Westergaard method for solving opening-mode crack problems [Text] / R. J. Sanford // *Mechanics Research Communications*. – 1979. – Vol. 6, iss. 5. – P. 289–294. DOI: 10.1016/0093-6413(79)90033-8.
21. Sanford, R. Principles of Fracture Mechanics [Text] / R. Sanford. – Pearson, 2003. – 416 p.
22. Parnas, L. Strain gage methods for measurement of opening mode stress intensity factor [Text] / L. Parnas, O. Bilir // *Engineering Fracture Mechanics*. – 1996. – Vol. 55, iss. 3. – P. 485–492.
23. Kuang J. A single strain gage method for KI measurement [Text] / J. Kuang, L. Chen // *Engineering Fracture Mechanics*. – 1995. – Vol. 51, iss. 5. – P. 871–878. DOI: 10.1016/0013-7944(94)00298-v.
24. Shukla, A. Determination of stress intensity factor in orthotropic composite materials using strain gages [Text] / A. Shukla, B. Agarwal, B. Bhushan // *Engineering Fracture Mechanics*. – 1989. – Vol. 32, iss. 3. – P. 469–477. DOI: 10.1016/0013-7944(89)90318-4.
25. Kondo, T. Strain gage method for determining stress intensities of sharp-notched strips [Text] / T. Kondo, M. Kobayashi, H. Sekine // *Experimental Mechanics*. – 2001. – Vol. 41, iss. 1. – P. 1–7. DOI: 10.1007/bf02323098.
26. Hamdi, A. Rectangular strain-rosette method for measuring the mode I stress-intensity factor KI and t -stress [Text] / A. Hamdi, N. Benseddig, F. Mejni // *Engineering, Technology & Applied Science Research*. – 2017. – Vol. 7, iss. 5. – P. 1922–1929. DOI: 10.48084/etasr.1396.
27. Kalthoff, J. Influence of loading rate on shear fracture toughness for failure mode transition [Text] / J. Kalthoff, A. Bürgel // *International Journal of Impact Engineering*. – 2004. – Vol. 30, iss. 8-9. – P. 957–971. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2004.05.004.
28. Dally, J. Dynamic measurements of initiation toughness at high loading rates [Text] / J. Dally, D. Barker // *Experimental Mechanics*. – 1988. – Vol. 28, iss. 3. – P. 298–303. DOI: 10.1007/bf02329026.
29. An examination of techniques based on two strain gages for the determination of stress intensity factor KI [Text] / F. Mejni, T. Kanit, J. Nianga, A. Imad // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2020. – Vol. 236. – P. 1–24. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2020.107191.
30. Kalman filter-based multitype measurement data fusion for stress intensity factor evaluation in marine structures [Text] / T. Dai, Z. Jia, L. Ren, X. Fu // *Structural Control and Health Monitoring*. – 2023. – Vol. 2023. – P. 1–16. DOI: 10.1155/2023/2743309.
31. Sarangi, H. Experimental verification of optimal strain gage locations for the accurate determination of mode I stress intensity factors [Text] / H. Sarangi, K. Murthy, D. Chakraborty // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2013. – Vol. 110. – P. 189–200. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2013.07.014.
32. Khelil, F. A new FEM approach for the determination of fracture parameters in polymethyl-metacrylate PMMA [Text] / F. Khelil, M. Belhouari, B. Aour // *Manufacturing Science and Technology*. – 2015. – Vol. 3, iss. 5. – P. 294–299. DOI: 10.13189/mst.2015.030516.
33. Paul, P. A strain gage technique for mode I notch stress intensity factor of sharp V-notched configurations [Text] / P. Paul, K. Murthy, D. Chakraborty // *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. – 2018. – Vol. 94. – P. 57–70. DOI: 10.1016/j.tafmec.2018.01.001.
34. Chakraborty, D. A strain gage technique for the determination of mixed mode stress intensity factors of orthotropic materials [Text] / D. Chakraborty, D. Chakraborty, K. Murthy // *Composite Structures*. – 2017. – Vol. 160. – P. 185–194. DOI: 10.1016/j.compstruct.2016.10.044.
35. Chakraborty, D. Optimal strain gage location for determination of mode I stress intensity factor for orthotropic laminates using a single strain gage [Text] / D. Chakraborty, D. Chakraborty, K. S. R. K. Murthy // *Challenge Journal of Structural Mechanics*. – 2016. –

Vol. 2, iss. 3. – P. 179–184. DOI: 10.20528/cjsmec.2016.09.024.

36. Maleski, M. A method for measuring mode I crack tip constraint under static and dynamic loading conditions [Text] / M. Maleski, M. Kirugulige, H. Tippur // *Experimental Mechanics*. – 2004. – Vol. 44, iss. 5. – P. 522–532. DOI: 10.1007/bf02427964.

37. Ricci, V. Evaluation of fracture mechanics parameters in bimaterial systems using strain gages [Text] / V. Ricci, A. Shukla, R. Singh // *Engineering Fracture Mechanics*. – 1997. – Vol. 58, iss. 4. – P. 273–283. DOI: 10.1016/s0013-7944(97)00133-1.

38. Dally, J. *Experimental stress analysis* [Text] / J. Dally. – 3rd ed. – New York : McGraw-Hill, 1991. – 639 p.

39. Optimization of the strain-gauge- method for measuring mode-II stress intensity factors [Text] / A. Bürgel, H. Shin, D. Bergmanshoff, J. Kalthoff // *VIIth bilateral Czech/German symposium: significance of hybrid method for assessment of reliability and durability in engineering sciences*, Liblice, Czech Republic str. 11, 1999. – P. 5

40. Sarangi, H. Radial locations of strain gages for accurate measurement of mode I stress intensity factor [Text] / H. Sarangi, K. Murthy, D. Chakraborty // *Materials & Design*. – 2010. – Vol. 31, iss. 6. – P. 2840–2850. DOI: 10.1016/j.matdes.2009.12.043.

41. Berger, J. An overdeterministic approach for measuring K_I using strain gages [Text] / J. Berger, J. Dally // *Experimental Mechanics*. – 1988. – Vol. 28, iss. 2. – P. 142–145. DOI: 10.1007/bf02317564.

42. Wei, J. A two-strain-gage technique for determining mode I stress-intensity factor [Text] / J. Wei, J. H. Zhao // *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. – 1997. – Vol. 28, iss. 2. – P. 135–140. DOI: 10.1016/s0167-8442(97)00038-4.

References

1. § 25.571 *Damage-tolerance and fatigue evaluation of structure*. Available at: <https://www.ecfr.gov/current/title-14/chapter-I/subchapter-C/part-25/subpart-C/subject-group-ECFR7f2a560a8b50a3f/section-25.571>. (Accessed 29 May 2024).

2. Ihnatovych, S., Karuskevych, M., Maslak, T., & Yutskevych, S. *Resurs ta dovhovichnist aviatsiinoi tekhniki*. [Service life and durability of aircraft]. Kyiv, Vydavnytstvo NAU, 2015. 164 p. (in Ukrainian).

3. Savruk, M. *Koeffitsientyi intensivnosti napryazheniy v telah s treshchinami* [Stress Intensity Factors in Cracked Bodies: Reference Manual]. Kiev, Naukova dumka, 1988. 618 p. (in Russian).

4. Sih, G. C. *Handbook of stress-intensity factors: stress-intensity factor solutions and formulas for*

reference. Bethlehem, PA : Lehigh University, Institute of Fracture and Solid Mechanics, 1973, Vol. 1. 420 p.

5. *Stress intensity factors handbook* ; ed. by Y. Murakami. Pergamon, 1987, vol. 1. 1464 p.

6. *Handbook for Damage Tolerant Design*. Available at: <https://www.afgrow.net/applications/DTDHandbook/pdfs.aspx> (Accessed 29 May 2024).

7. Maitii, S. K. *Fracture mechanics: fundamentals and applications*. India, University of Cambridge ESOL Examinations, 2015. 295 p.

8. Oberkampf, W. L., Trucano, T. G., & Hirsch, C. Verification, validation, and predictive capability in computational engineering and physics. *Applied Mechanics Reviews*, 2004, vol. 57, iss. 5, pp. 345–384. DOI: 10.1115/1.1767847.

9. Marloff, R. H., Leven, M. M., Ringler, T. N., & Johnson, R. L. Photoelastic determination of stress-intensity factors. *Experimental Mechanics*, 1971, vol. 11, iss. 12, pp. 529–539. DOI: 10.1007/bf02329095.

10. *Experimental techniques in fracture mechanics* ; ed. by A. S. Kobayashi, J. S. Epstein. Ames, Iowa State University Press, 1973. 150 p.

11. Theocaris, P. Local yielding around a crack tip in plexiglas. *Journal of Applied Mechanics*, 1970, vol. 37, iss. 2, pp. 409–415. DOI: 10.1115/1.3408521.

12. Baik, M. C., Choi, S., Jai-Sug Hawong, & Kwon, J.-D. Determination of stress-intensity factors by the method of caustics in anisotropic materials. *Experimental Mechanics*, 1995, vol. 35, pp. 137–143. DOI: 10.1007/bf02326471.

13. Kirugulige, M., & Tippur, H. V. Mixed-mode dynamic crack growth in a functionally graded particulate composite: Experimental Measurements and Finite Element Simulations. *Journal of Applied Mechanics*, 2008, vol. 75, iss. 5, pp. 1–14. DOI: 10.1115/1.2932095.

14. Mogadpalli, G. P., & Parameswaran, V. Determination of stress intensity factor for cracks in orthotropic composite materials using digital image correlation. *Strain*, 2008, vol. 44, iss. 6, pp. 446–452. DOI: 10.1111/j.1475-1305.2007.00391.x.

15. Du, Y., Díaz, F. A., Burguete, R. L., & Patterson, E. A. Evaluation using digital image correlation of stress intensity factors in an aerospace Panel. *Experimental Mechanics*, 2010, vol. 51, iss. 1, pp. 45–57. DOI: 10.1007/s11340-010-9335-5.

16. Bonesteel, R. M., Piper, D. E., & Davinroy, A. T. Compliance and ki calibration of double cantilever beam (DCB) specimen. *Engineering Fracture Mechanics*, 1978, vol. 10, iss. 2, pp. 425–428. DOI: 10.1016/0013-7944(78)90022-x.

17. Huang, W., Yang, S., Zhang, N., Yuan, F.-G., & Jiang, X. Direct measurement of opening mode stress intensity factors using flexoelectric strain gradient

sensors. *Experimental Mechanics*, 2014, Vol. 55, iss. 2, pp. 313–320. DOI: 10.1007/s11340-014-9914-y.

18. Shukla, A. *Practical Fracture Mechanics in Design*. New York, CRC Press, 2004. 525 p.

19. Dally, J. W., & Sanford, R. J. Strain-gage methods for measuring the opening-mode stress-intensity factor, K I. *Experimental Mechanics*, 1987, vol. 27, iss. 4, pp. 381–388. DOI: 10.1007/bf02330311.

20. Sanford, R. J. A critical re-examination of the Westergaard method for solving opening-mode crack problems. *Mechanics Research Communications*, 1979, vol. 6, iss. 5, pp. 289–294. DOI: 10.1016/0093-6413(79)90033-8.

21. Sanford, R. J. *Principles of Fracture Mechanics*. Pearson, 2003. 416 p.

22. Parnas, L., Bilir, Ö. G., & Tezcan, E. Strain gage methods for measurement of opening mode stress intensity factor. *Engineering Fracture Mechanics*, 1996, vol. 55, iss. 3, pp. 485–492. DOI: 10.1016/0013-7944(95)00214-6.

23. Kuang, J. H., & Chen, L. S. A single strain gage method for KI measurement. *Engineering Fracture Mechanics*, 1995, vol. 51, iss. 5, pp. 871–878. DOI: 10.1016/0013-7944(94)00298-v.

24. Shukla, A., Agarwal, B. D., & Bhushan, B. Determination of stress intensity factor in orthotropic composite materials using strain gages. *Engineering Fracture Mechanics*, 1989, vol. 32, iss. 3, pp. 469–477. DOI: 10.1016/0013-7944(89)90318-4.

25. Kondo, T., Kobayashi, M., & Sekine, H. Strain gage method for determining stress intensities of sharp-notched strips. *Experimental Mechanics*, 2001, vol. 41, iss. 1, pp. 1–7. DOI: 10.1007/bf02323098.

26. Hamdi, A., Benseddiq, N., & Mejni, F. Rectangular strain-rosette method for measuring the mode I stress-intensity factor KI and T-stress. *Engineering, Technology & Applied Science Research*, 2017, vol. 7, iss. 5, pp. 1922–1929. DOI: 10.48084/etasr.1396.

27. Kalthoff, J. F., & Bürgel, A. Influence of loading rate on shear fracture toughness for failure mode transition. *International Journal of Impact Engineering*, 2004, vol. 30, iss. 8-9, pp. 957–971. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2004.05.004.

28. Dally, J. W., & Barker, D. B. Dynamic measurements of initiation toughness at high loading rates. *Experimental Mechanics*, 1988, vol. 28, iss. 3, pp. 298–303. DOI: 10.1007/bf02329026.

29. Mejni, F., Kanit, T., Nianga, J. M., & Imad, A. An examination of techniques based on two strain gages for the determination of stress intensity factor KI. *Engineering Fracture Mechanics*, 2020, vol. 236, pp. 1–24. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2020.107191.

30. Dai, T.-T., Jia, Z.-G., Ren, L., & Fu, X. Kalman filter-based multitype measurement data fusion

for stress intensity factor evaluation in marine structures. *Structural Control and Health Monitoring*, 2023, vol. 2023, pp. 1–16. DOI: 10.1155/2023/2743309.

31. Sarangi, H., Murthy, K. S. R. K., & Chakraborty, D. Experimental verification of optimal strain gage locations for the accurate determination of mode I stress intensity factors. *Engineering Fracture Mechanics*, 2013, vol. 110, pp. 189–200. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2013.07.014.

32. Khelil, F., Belhouari, M., Aour, B., Benhamena, A., & Benaoum, F. A new FEM approach for the determination of fracture parameters in polymethyl-metacrylate PMMA. *Manufacturing Science and Technology*, 2015, vol. 3, iss. 5, pp. 294–299. DOI: 10.13189/mst.2015.030516.

33. Paul, P., Murthy, K. S. R. K., Chakraborty, D. A strain gage technique for mode I notch stress intensity factor of sharp V-notched configurations. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2018, vol. 94, pp. 57–70. DOI: 10.1016/j.tafmec.2018.01.001.

34. Chakraborty, D., Chakraborty, D., & Murthy, K. S. R. K. A strain gage technique for the determination of mixed mode stress intensity factors of orthotropic materials. *Composite Structures*, 2017, vol. 160, pp. 185–194. DOI: 10.1016/j.compstruct.2016.10.044.

35. Chakraborty, D., Chakraborty, D., & Murthy, K. S. R. K. Optimal strain gage location for determination of mode I stress intensity factor for orthotropic laminates using a single strain gage. *Challenge Journal of Structural Mechanics*, 2016, vol. 2, iss. 3, pp. 179–184. DOI: 10.20528/cjsmec.2016.09.024.

36. Maleski, M. J., Kirugulige, M. S., & Tippur, H. V. A method for measuring mode I crack tip constraint under static and dynamic loading conditions. *Experimental Mechanics*, 2004, vol. 44, iss. 5, pp. 522–532. DOI: 10.1007/bf02427964.

37. Ricci, V., Shukla, A., & Singh, R. P. Evaluation of fracture mechanics parameters in bimaterial systems using strain gages. *Engineering Fracture Mechanics*, 1997, vol. 58, iss. 4, pp. 273–283. DOI: 10.1016/s0013-7944(97)00133-1.

38. Dally, J. *Experimental stress analysi*. New York, McGraw-Hill, 1991. 639 p.

39. Bürgel, A., Shin, H., Bergmanshoff, D., & Kalthoff, J. Optimization of the strain-gauge- method for measuring mode-II stress intensity factors. *VIIIth bilateral Czech/German symposium: significance of hybrid method for assessment of reliability and durability in engineering sciences*, Liblice, Czech Republic str. 11, 1999, pp. 5.

40. Sarangi, H., Murthy, K. S. R. K., & Chakraborty, D. Radial locations of strain gages for accurate measurement of mode I stress intensity factor.

Materials & Design, 2010, vol. 31, iss. 6, pp. 2840–2850. DOI: 10.1016/j.matdes.2009.12.043.

41. Berger, J. R., & Dally, J. W. An overdeterministic approach for measuring K_I using strain gages. *Experimental Mechanics*, 1988, vol. 28, iss. 2, pp. 142–145. DOI: 10.1007/bf02317564.

42. Wei, J., & Zhao, J. H. A two-strain-gage technique for determining mode I stress-intensity factor. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 1997, vol. 28, iss. 2, pp. 135–140. DOI: 10.1016/S0167-8442(97)00038-4.

Надійшла до редакції 15.05.2024, розглянута на редколегії 15.08.2024

STRESS INTENSITY FACTOR DETERMINATION METHODS FOR AIRCRAFT STRUCTURES

Iryna Dzhavadova, Sergey Ignatovich

During calculations for the fatigue and residual strength of aircraft structural elements, it is necessary to establish a functional relationship between the structure's loading data, crack configuration, and one of the parameters characterizing the material's limit state at the crack tip the stress intensity factor (SIF). This paper provides an overview of methods for determining SIFs. Three main approaches are described here: analytical, numerical, and experimental. The appropriateness of each approach is analyzed. It has been found that for full-scale aviation thin-walled structures with a supporting longitudinal-transverse load set of variable stiffness, subjected to complex external loading conditions and with contact surfaces and contact stresses present between structural elements, the determination of SIFs is significantly complicated when using analytical and/or numerical models. It has been established that experimental methods using strain gauge techniques are most suitable for such tasks, particularly the method proposed by J. W. Dally and R. J. Sanford, known in English technical literature as DST. The theoretical formulations of this approach are described, recommendations for determining the strain gauge orientation are presented, and existing modifications of the method are considered. The applicability of the strain gauge method to different types of materials (brittle and plastic) and to various specimen configurations is demonstrated. The review revealed potential problems that may arise when applying this method. The authors present their vision regarding the prospects for developing experimental methods for real-time monitoring of the conditions of aviation structures. In particular, a hybrid approach is proposed that combines the strain gauge method with the finite element method and the digital image correlation method. Three possible application methods are described depending on the tasks. In addition, the importance of integrating these methods into the overall diagnostic system for the timely detection and analysis of defects occurring during the operation of aviation structures is emphasized.

Keywords: crack; stress intensity factor; strain gauge; fracture mechanics.

Джавадова Ірина Ікрамівна – асп. каф. конструкції літальних апаратів, Національний авіаційний університет, Київ, Україна.

Ігнатович Сергій Ромуальдович – д-р техн. наук, проф. каф. конструкції літальних апаратів, Національний авіаційний університет, Київ, Україна.

Iryna Dzhavadova – PhD Student of the Aircraft Design Department, National Aviation University, Kyiv, Ukraine,
e-mail: 296961@stud.nau.edu.ua, ORCID: 0009-0007-1525-5769.

Sergey Ignatovich – Doctor of Science, Professor at the Design Department, National Aviation University, Kyiv, Ukraine,
e-mail: ignatovich@nau.edu.ua, ORCID: 0000-0001-9322-2195, Scopus Author ID: 6603696962.