

УДК 620.22-419-415:539.3

doi: 10.32620/aktt.2024.3.02

І. М. ТАРАНЕНКО

*Національний аерокосмічний університет імені М. Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут», Харків, Україна*

## ПІДХІД ДО ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ СТРИЖНІВ З КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ З УРАХУВАННЯМ ВНУТРІШНЬОГО САМОВРІВНОВАЖЕНОГО НАПРУЖЕНОГО СТАНУ

*Предметом* дослідження є методи аналізу напружено-деформованого стану композитних конструкцій. *Метою* є розробка механізму пояснення феномену жолоблення тонкостінних композитних профілів з неоднорідним перерізом при термічному навантаженні та синтезування моделі для визначення зусиль у елементах профілю. *Задачами* дослідження є прогнозування деформованого стану композитних профілів на етапі виготовлення та визначення температурних напружень, що виникають на етапі виробництва, а також після складання конструкції. Використовуваними *методами* є методи механіки матеріалів та конструкцій. Отримано наступні *результати*. Проаналізовано можливі форми деформування композитних пластин з несиметричною структурою та дано обґрунтування появи таких деформацій. Розглянуто модель силової взаємодії елементів складчастого профілю, яка може бути розповсюджена на більшість профілів, які використовуються у несучих авіаційних конструкціях. На основі аналізу механіки тонкостінних складчастих профілів пояснено механізм виникнення складного згинно-крутильного деформування довгомірних профілів, виготовлених з композиційних матеріалів з неоднорідним перерізом під дією внутрішнього самоурівноваженого напруженого стану, що викликає змінюю температуру або усадкою сполучного або тим та іншим. Аналіз цього механізму дозволяє проводити проектування композитних профілів з мінімальним жолобленням та запропонувати інженерні методи компенсації небажаних просторових переміщень у разі довільного навантаження елементів профілю. *Висновки*. Наукова новизна отриманих результатів полягає в наступному. Запропоновано механізм деформування стержнів з різномірних композиційних матеріалів при зміні температури (після витягування з оснастки або в процесі експлуатації) з урахуванням різниці у коефіцієнтах Пуассона. Синтезовано модель для визначення діючих зусиль за периметром елементів профілю та одержано відповідні формули, що є основою для побудовання теорії позацинтового стискання стержня. Намічено напрямки подальших досліджень у цій галузі.

**Ключові слова:** тонкостінний довговимірний профіль; деформований стан; технологічні напруження; жолоблення.

### Постановка проблеми та її актуальність

Авіа- і ракетобудування є основними споживачами високоміцних композиційних матеріалів (КМ) в навантажених деталях і агрегатах, що являють собою різного виду тонкостінні конструкції (профілі, обшивки, стінки і т.п.) [1]. З самого початку виробництва технологи та конструктори зіткнулися з проблемою поводки профілів та жолобленням панелей обшивки, що з одного боку, ускладнило процес приймання деталей (не було відповідності кресленням), а з іншого – це свідчило про наявність внутрішнього самоврівноваженого напруженого стану, яке необхідно прогнозувати та враховувати при проектуванні [2, 3]. Так зароджувалася технологічна механіка і основна увага приділялася параметрам тех-

нологічного процесу. До найважливіших причин жолоблень та викривлень відносяться:

- конструктивна невірноваженість структури КМ щодо центру жорсткості або серединної поверхні, викликана недотриманням повної симетрії через небажання обтяжувати конструкцію або складання задалегідь різномірних елементів, наприклад, обшивки та стрінгерів. При зміні температури такі деталі неминуче зазнають згинально-крутильних деформацій;

- технологічні фактори, що призводять до нерівномірної та неодноразової полімеризації сполучного, до різнотовщинності моношарів у пакеті через особливості фільтрації сполучного при виготовленні деталей з препрегів, до порушення об'ємного вмісту волокон в зонах змінної кривизни і т.п. [4, 5] Наслідки технологічних факторів полягають у формуванні шаруватих КМ з перемінними фізико-

механічними властивостями моношарів за товщиною пакета, що призводить до порушення симетрії.

### Формулювання мети роботи

Явища поводок та жолоблень обумовлюють необхідність рішення двох взаємопов'язаних задач. Перша – це прогнозування деформованого стану, що дозволяє, з одного боку, проводити об'єктивне оцінювання якості виготовлення відділами технічного контролю підприємств (зігнута панель обшивки ніяк не відповідає кресленню), а з іншого боку – забезпечити такий рівень залишкових технологічних напружень, який не призводить до руйнування будь-яких елементів деталі. Друга задача пов'язана з робото спроможністю агрегату, тому що після встановлення деформованої деталі на каркас, у ній залишаються напруження, які впливають на несучу здатність та деформації, які порушують аеродинамічні контури.

### Аналіз результатів останніх досліджень та публікацій, що стосуються проблеми

Для деталей типу панелей обшивки проведено широкий комплекс досліджень щодо рішення першої задачі [3, 4] з урахуванням технологічних та конструкторських факторів та проводяться роботи щодо другої задачі [6, 7]. Напружено-деформований стан пластин з композитів розраховувався під дією розподілених по краях згинального та крутного моментів. При цьому апріорі вважалося, що довжиною крайового ефекту можливо нехтувати (тому що, формально, з позиції будівельної механіки, немає ніяких навантажень на крайках профілю). Крім того, експериментально підтверджено, що тонкі пластини з несиметричною структурою характеризуються

(безвідносно до причин, що їх викликають) двома циліндричними стійкими рівноважними станами замість сідлоподібного стану, що очікується, (рис. 1, а), причому з різними за величиною прогинами та загнутими у іншу сторону кутами (рис. 1, б) [4, 5]. Поява тієї чи іншої форми носить стохастичний характер і передбачити це за допомогою класичної теорії пластин неможливо. Досить обґрунтованим поясненням такого характеру деформування служить наступне. Після стохастичного викривлення в одній площині різко зростає згинальна жорсткість щодо осі  $x_1$  (рис. 2, а) і згинального моменту в іншому напрямку недостатньо для викривлення у відповідній площині. У кутах згинальна жорсткість збільшується від нуля але меншим градієнтом, тому на деякому протязі розміру панелі згинальний момент  $\bar{M}$  (див. рис. 2, б) “долає спротив” і це призводить до загибів кутів в інший бік, що можна розглядати як “спробу” утворення сідлоподібної поверхні.

Набагато складнішою є проблема жолоблення довгомірних профілів, що характеризується складним згинально-крутильним деформуванням, яке супроводжує навіть профілі з врівноваженою структурою стінок (рис. 3) і симетрією щодо однієї з осей.

### Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми, якій присвячена робота

У літературі відсутні методики розрахунку викривлення та закручування профілів, що навантажені самоврівноваженим внутрішнім напруженим станом. Механізм деформування таких стержнів може бути обґрунтований на основі аналогії з позacentровою дією осьової сили. Для цього умовно відокремимо від стержня його кінці, на протязі довжини яких затухає крайовий ефект.

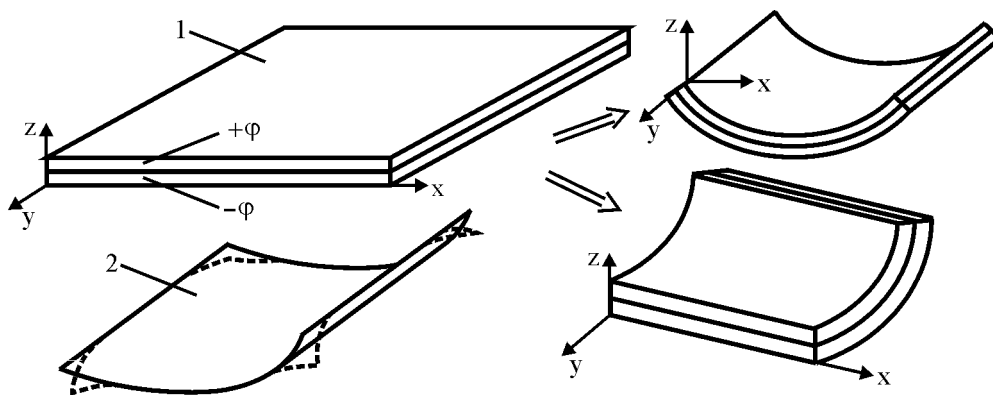


Рис. 1. Варіанти жолоблення пластин з композитів: 1– жолоблення з утворенням циліндричної поверхні; 2– появлення крайового ефекту (згинання кутів профілю)

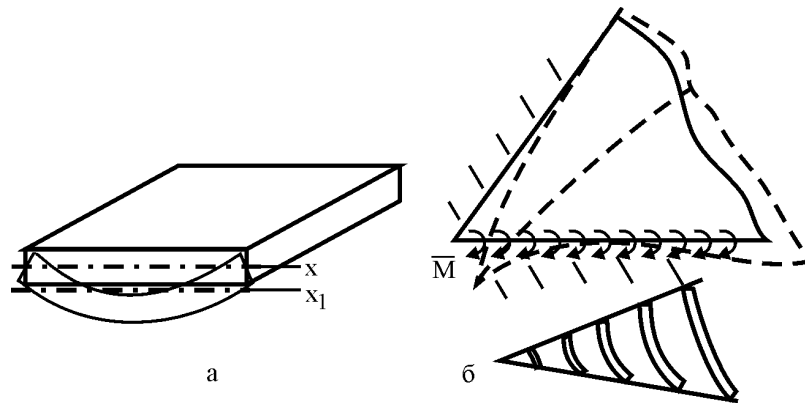


Рис. 2. Демонстрація механізму викривлення кутів пластини з шаруватого композиту



Рис. 3 Види перерізів складаних композитних профілів

Шари композитного стержня з'єднані між собою адгезійно, тому довжина зони крайового ефекту може бути оцінена затуханням дотичних напружень на межі різних елементів, наприклад, шарів  $[0^\circ]$  та  $[\pm\phi]$ . Відповідно [6, 7] це трапляється у зоні довжиною декілька товщин, що є достатньо малою величиною, у порівнянні з довжиною стержня. Тому можливо знехтувати вкладом відсічених частин у загальну деформацію стержня (рис. 4) або прикласти зусилля на його кінцях та знехтувати різницею у навантаженні ділянок крайового ефекту [8, 9]. Очевидно, що зусилля, що розподілені за перерізом, є позакцентровими для будь-яких стержнів, що містять кутове перехрестя стінок.

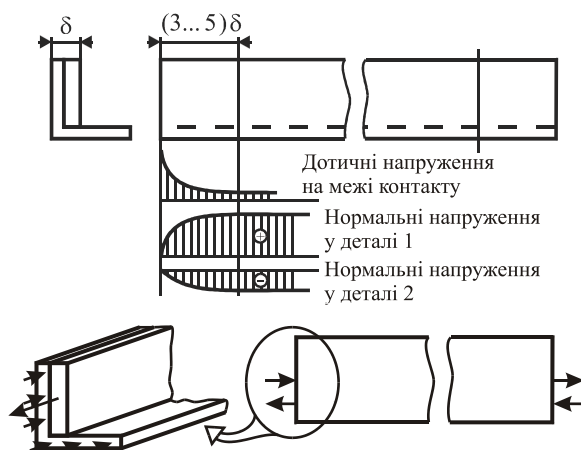


Рис. 4. Схема навантаження композитного стержня поздовжніми температурними зусиллями

Відповідно до [6, 7], сила, яка не прикладена до однієї з секторіальних нульових точок перерізу,

призводить до складних деформацій розтягування (стискання), згину та крутіння. Розглянемо це на прикладі кутового профілю з неоднорідним перерізом (як правило, стрижні з КМ для стрингерів містять до 90% поздовжніх шарів та біля 10% шарів з армуванням  $\pm 45^\circ$ ) (рис. 5). Перенесемо елементарну силу  $\Delta N$  за допомогою статичного нуля до нульової секторіальної точки В (див. рис. 5, в). Сила  $\Delta N$ , що прикладена у точці В, призводить до розтягування та згину (див. рис. 5, г), а під дією моменту  $(\Delta N \cdot a)$  профіль згинається іта закручується. Елементарний момент  $(\Delta N \cdot a)$  замінимо таким же самим моментом, що діє у площині, яка паралельна стінці стрижня, та проходить через центр згину О (див. рис. 5, е) та біпарою з плечем  $b$ , що дорівнює  $(\Delta N \cdot a \cdot b)$ . Пара сил, що діє у площині, яка проходить через центр згину О (див. рис. 5, ж), призводить до чистого згину, а бімомент (див. рис. 5, з) буде лише закручувати стрижень [10, 11].

Аналогічний механізм деформування є справедливим і для розтягувальних зусиль, що діють у іншому елементі стержня (див. рис. 5, в) [12].

Таким чином, синтезовано пояснення механізму виникнення складного згинально-крутильного деформування довгомірних профілів з КМ з неоднорідним перерізом, що навантажений внутрішнім самоврівноваженим станом, який спонуканий зміною температури або усадкою сполучного або тем та іншим разом.

Розглянемо більш докладно питання визначення напружень у елементах профілю, у наслідок яких виникає його жолоблення. Вочевидь, довжина профілю набагато більше будь-якого з характерних розмірів перерізу.

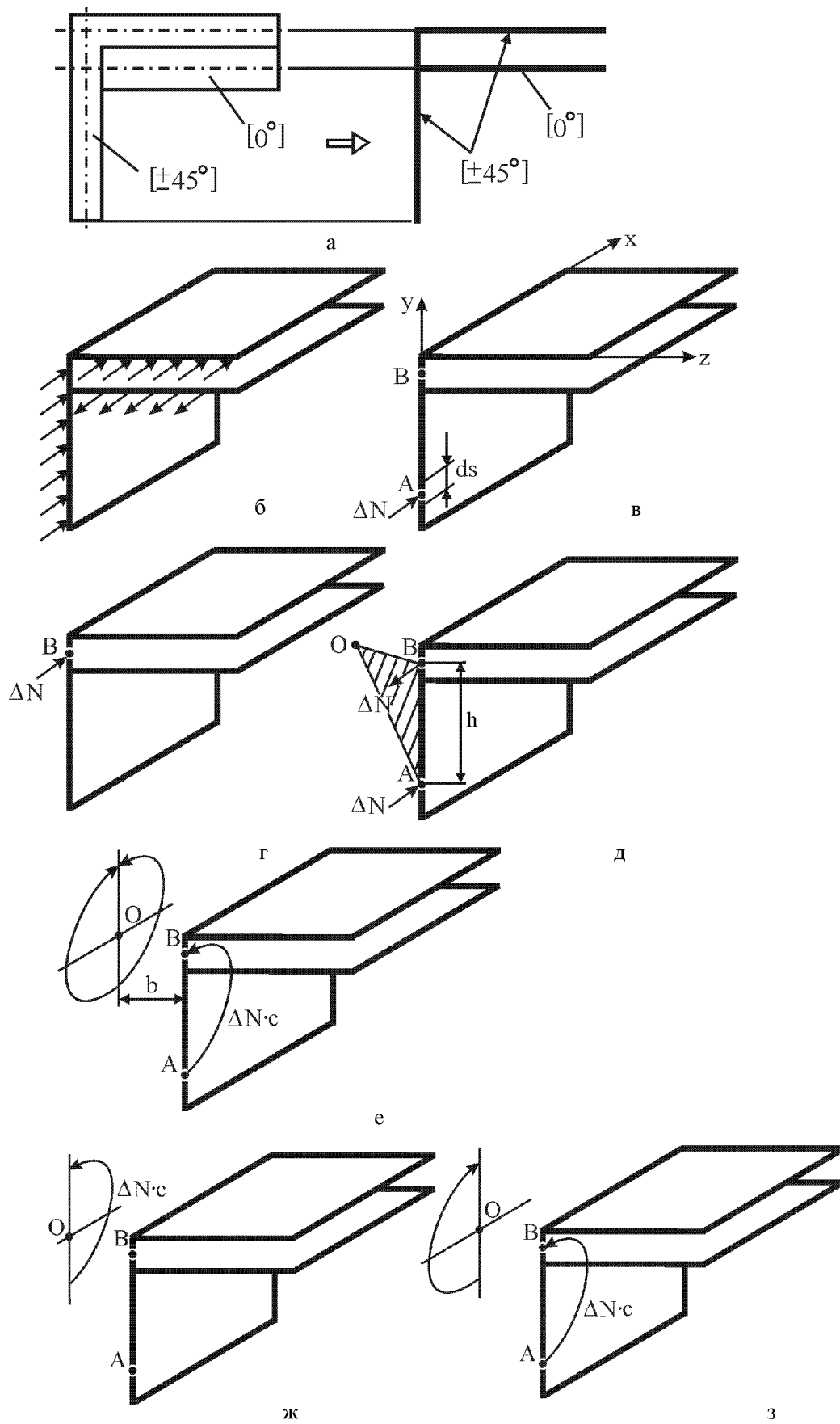


Рис. 5. До аналізу механізму позacentрового навантаження композитного стержня з неоднорідним перерізом

Тому можливо вважати, що повздовжні напруження не залежать від координати  $x$  (за виключенням зони крайового ефекту, вплив якого у цьому дослідженні не враховується). Напруження же у поперечному напрямку для реальних профілів залежать від координати  $z$  (див. рис. 5, в). Це пов'язано з тем, що протяжність зони крайового ефекту є порівняною зі шириною стінки профілю й нею, у загальному сенсі, не можна зневажати [9, 13].

Якщо прийняти, що матеріали елементів є ортотропними в осях стержня (див. рис. 5, в), можливо записати рівняння суцільності деформацій та фізичного закону для елемента шириною  $dz$  вздовж осі  $x$  (рис. 6, а, б).

$$\varepsilon_{1x} = \varepsilon_{2x}; \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1x} &= \frac{\sigma_{1x}}{E_{1x}} - \mu_{1zx} \frac{\sigma_{1z}}{E_{1z}} + \varepsilon_{10x}; \\ \varepsilon_{2x} &= \frac{\sigma_{2x}}{E_{2x}} - \mu_{2zx} \frac{\sigma_{2z}}{E_{2z}} + \varepsilon_{20x}, \end{aligned} \quad (2)$$

де  $\varepsilon_{10x}$ ,  $\varepsilon_{20x}$  – сумарні вільні (температурні та усадкові) деформації, наприклад, від температури  $\varepsilon_{10x} = \alpha_{1x}\Delta T$ ,  $\varepsilon_{20x} = \alpha_{2x}\Delta T$ .

Характер зміни напружень вздовж осей  $z$  та  $x$  в елементах профілю показаний на рис. 6, в, де враховано, що вважаючи на відсутність прямого впливу вертикальної стінки на деталь 1 (див. рис. 6, а, б)

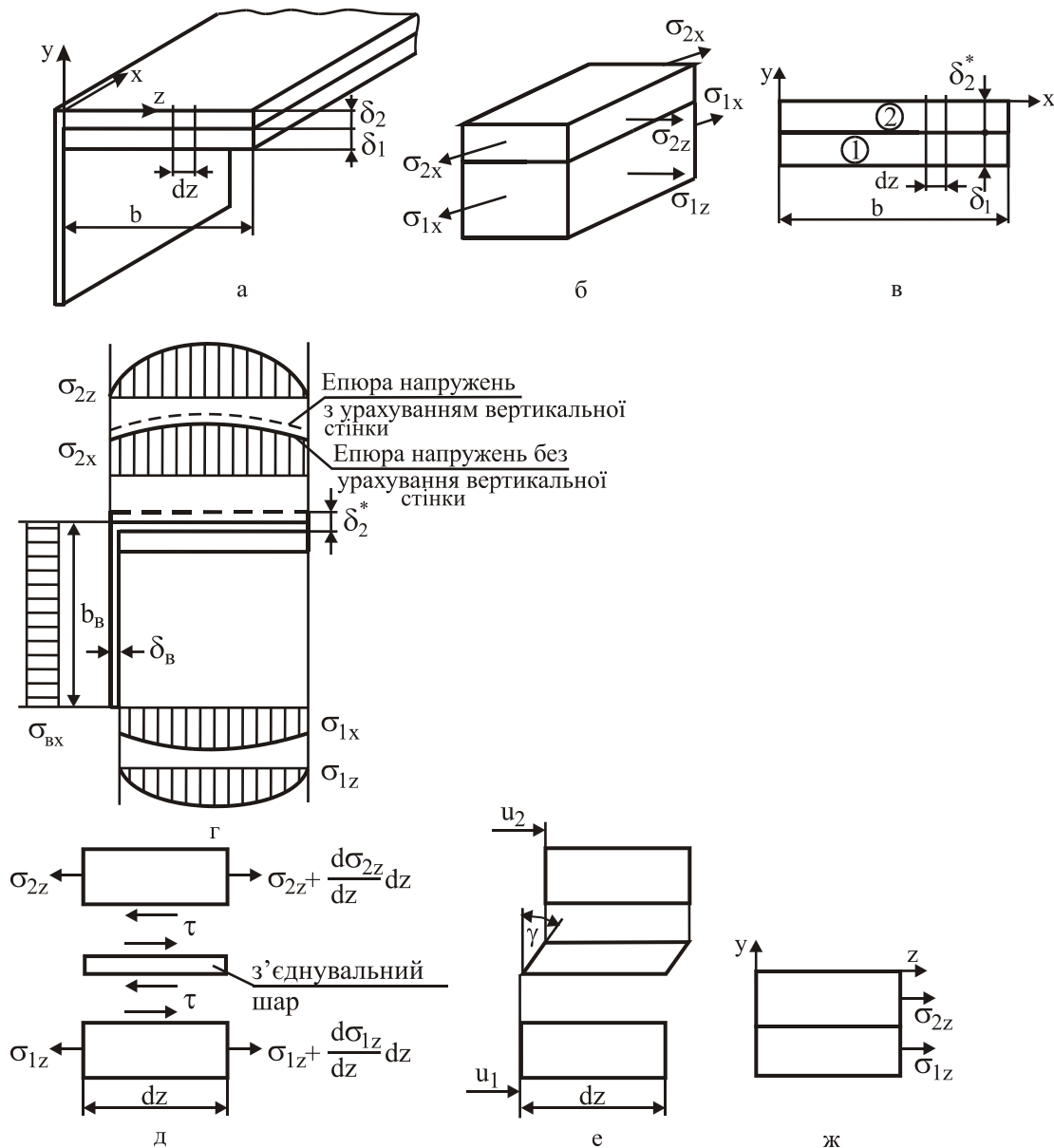


Рис. 6. Визначення зусиль у елементах складаного профілю

напруження  $\sigma_x$  розподілені рівномірно вздовж її довжини. Так як деталі 1 та 2 деформуються рівномірно у площині  $xz$ , а вертикальна стінка впливає на напружено-деформований стан горизонтальної полки, то напруження у ній коректуються, виходячи з умови рівноваги при їх просуванні на вісь  $x$  (рис. 6, в). Тоді її товщина дорівнює:

$$\delta_2^* = f_2 / b, \quad (3)$$

де  $f_2$  – площа перерізу вертикального та горизонтального елементів деталі 2. Запропонована модель дозволяє надалі розглядати адгезійне з'єднання двох деталей (рис. 6, г).

З урахуванням цього припущення з'являється можливість складання диференційного рівняння рівноваги елемента з'єднання вздовж вісі  $x$ , яке може бути записано наступним чином

$$\sigma_{1x}\delta_1 + \sigma_{2x}\delta_2^* = 0. \quad (4)$$

Перейдемо до визначення напружень вздовж осі  $z$ .

З рис. 6, д впливають рівняння рівноваги виділеного елемента з'єднання

$$\tau = -\frac{d\sigma_{1z}}{dz}\delta_1 = \frac{d\sigma_{2z}}{dz}\delta_2^*, \quad (5)$$

а з рис. 6, е – умова сумісності деформацій.

$$\operatorname{tg}\gamma \approx \gamma = \frac{u_2 - u_1}{\delta_3} = \frac{\tau}{G_3}, \quad (6)$$

де  $\delta_3$ ,  $G_3$  – товщина та модуль зсуву з'єднувального шару, що визначаються в залежності від прийнятої моделі відповідно [12].

Продиференціюємо (6) по  $z$  з урахуванням залежностей Коши та отримаємо

$$\frac{\delta_3}{G_3} \frac{d\tau}{dz} = \varepsilon_{2z} - \varepsilon_{1z}, \quad (7)$$

де  $\varepsilon_{1z}$ ,  $\varepsilon_{2z}$  – деформації деталей, які визначаються за формулами (на основі гіпотези Дюамеля-Неймана)

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1z} &= \frac{\sigma_{1z}}{E_{1z}} - \mu_{1xz} \frac{\sigma_{1x}}{E_{1x}} + \varepsilon_{10z}; \\ \varepsilon_{2z} &= \frac{\sigma_{2z}}{E_{2z}} - \mu_{2xz} \frac{\sigma_{2x}}{E_{2x}} + \varepsilon_{20z}, \end{aligned} \quad (8)$$

де  $\varepsilon_{10z}$ ,  $\varepsilon_{20z}$  – сумарні вільні (температурні та усадкові) деформації за віссю  $z$ .

Підставимо ці вирази до рівняння (7)

$$\begin{aligned} \frac{\delta_3}{G_3} \frac{d\tau}{dz} &= \frac{\sigma_{2z}}{E_{2z}} - \frac{\sigma_{1z}}{E_{1z}} + \mu_{1xz} \frac{\sigma_{1x}}{E_{1x}} - \\ &- \mu_{2xz} \frac{\sigma_{2x}}{E_{2x}} - \varepsilon_{10z} + \varepsilon_{20z}. \end{aligned} \quad (9)$$

Продиференціюємо (5) по  $z$  та підставимо до (9).

$$\begin{aligned} -\delta_1 \frac{\delta_3}{G_3} \frac{d^2\sigma_{1z}}{dz^2} &= \frac{\sigma_{2z}}{E_{2z}} - \frac{\sigma_{1z}}{E_{1z}} + \mu_{1xz} \frac{\sigma_{1x}}{E_{1x}} - \\ &- \mu_{2xz} \frac{\sigma_{2x}}{E_{2x}} - \varepsilon_{10z} + \varepsilon_{20z}. \end{aligned} \quad (10)$$

З рівнянь рівноваги (5) після інтегрування впливає також, що

$$\sigma_{1z}\delta_1 + \sigma_{2z}\delta_2^* = C, \quad (11)$$

де  $C$  – постійна інтегрування, яка відповідно до рис. 6, ж дорівнює нулю.

Відсюди

$$\sigma_{2z} = -\sigma_{1z}\delta_1 / \delta_2^*. \quad (12)$$

З рівнянь (1), (2) та (4) з урахуванням (12) знайдемо  $\sigma_{1x}$  та  $\sigma_{2x}$ .

$$\begin{aligned} \sigma_{1x} &= \sigma_{1z} \frac{\mu_{1zx}\Pi_{1z} + \mu_{2zx}\Pi_{2z}}{\Pi_{1x} + \Pi_{2x}} - \frac{\varepsilon_{10x} - \varepsilon_{20x}}{\delta_1(\Pi_{1x} + \Pi_{2x})}; \\ \sigma_{2x} &= -\sigma_{1z} \frac{\delta_1}{\delta_2^*} \frac{\mu_{1zx}\Pi_{1z} + \mu_{2zx}\Pi_{2z}}{\Pi_{1x} + \Pi_{2x}} + \\ &+ \frac{\varepsilon_{10x} - \varepsilon_{20x}}{\delta_2^*(\Pi_{1x} + \Pi_{2x})}, \end{aligned} \quad (13)$$

де

$$\begin{aligned} \Pi_{1x} &= (\delta_1 E_{1x})^{-1}; \quad \Pi_{2x} = (\delta_2^* E_{2x})^{-1}; \\ \Pi_{1z} &= (\delta_1 E_{1z})^{-1}; \quad \Pi_{2z} = (\delta_2^* E_{2z})^{-1}. \end{aligned} \quad (14)$$

Після підстановки виразів (12) та (13) у (10) отримаємо наступні диференціальні рівняння.

$$\begin{aligned} \Pi_3 \frac{d^2\sigma_{1z}}{dz^2} - \sigma_{1z} \left[ (\Pi_{1z} + \Pi_{2z}) - \right. \\ \left. - \frac{\mu_{1zx}\Pi_{1z} + \mu_{2zx}\Pi_{2z}}{\Pi_{1x} + \Pi_{2x}} (\mu_{1xz}\Pi_{1x} + \mu_{2xz}\Pi_{2x}) \right] = \end{aligned}$$

$$= \frac{\varepsilon_{10x} - \varepsilon_{20x}}{\delta_1 (\Pi_{1x} + \Pi_{2x})} (\mu_{1xz} \Pi_{1x} + \mu_{2xz} \Pi_{2x}) + \frac{\varepsilon_{10z} - \varepsilon_{20z}}{\delta_1}, \quad (15)$$

де  $\Pi_3 = \delta_3 / G_3$  – піддатливість з’єднувального шару, яка визначається за формулами, що наведені у [12].

Перепишемо це рівняння у вигляді

$$\frac{d^2 \sigma_{1z}}{dz^2} - k^2 \sigma_{1z} = C, \quad (16)$$

де

$$k^2 = \frac{\Pi_{1z} + \Pi_{2z}}{\Pi_3} - \frac{(\mu_{1zx} \Pi_{1z} + \mu_{2zx} \Pi_{2z})}{\Pi_3 (\Pi_{1x} + \Pi_{2x})} \times (\mu_{1xz} \Pi_{1x} + \mu_{2xz} \Pi_{2x}); \quad (17)$$

$$C = \frac{\varepsilon_{10x} - \varepsilon_{20x}}{\delta_1 \Pi_3 (\Pi_{1x} + \Pi_{2x})} (\mu_{1xz} \Pi_{1x} + \mu_{2xz} \Pi_{2x}) + \frac{\varepsilon_{10z} - \varepsilon_{20z}}{\delta_1 \Pi_3}. \quad (18)$$

Так як  $k > 0$ , то рішенням цього диференційного рівняння є

$$\sigma_{1z} = C_1 \operatorname{ch} kz + C_2 \operatorname{sh} kz - \frac{C}{k^2}. \quad (19)$$

Константи інтегрування  $C_1$  та  $C_2$  знайдемо з граничних умов – при  $z=0$  та  $z=b$   $\sigma_{1z} = 0$ :

$$C_1 = \frac{C}{k^2}; \quad C_2 = \frac{C}{k^2} \frac{1 - \operatorname{ch} kb}{\operatorname{sh} kb}. \quad (20)$$

Тоді

$$\sigma_{1z} = \frac{C}{k^2} \left( \operatorname{ch} kz + \operatorname{sh} kz \frac{1 - \operatorname{ch} kb}{\operatorname{sh} kb} - 1 \right); \quad (21)$$

$$\sigma_{2z} = -\frac{C \delta_1}{k^2 \delta_2^*} \left( \operatorname{ch} kz + \operatorname{sh} kz \frac{1 - \operatorname{ch} kb}{\operatorname{sh} kb} - 1 \right).$$

Після підстановки цих виразів до формул (13) отримаємо

$$\sigma_{1x} = \frac{1}{\delta_1 (\Pi_{1x} + \Pi_{2x})} \left[ \frac{C \delta_1}{k^2} (\mu_{1zx} \Pi_{1z} + \mu_{2zx} \Pi_{2z}) \times \left( \operatorname{ch} kz + \operatorname{sh} kz \frac{1 - \operatorname{ch} kb}{\operatorname{sh} kb} - 1 \right) - (\varepsilon_{10x} - \varepsilon_{20x}) \right]; \quad (22)$$

$$\sigma_{2x} = -\frac{1}{\delta_2^* (\Pi_{1x} + \Pi_{2x})} \left[ \frac{C \delta_1}{k^2} (\mu_{1zx} \Pi_{1z} + \mu_{2zx} \Pi_{2z}) \times \left( \operatorname{ch} kz + \operatorname{sh} kz \frac{1 - \operatorname{ch} kb}{\operatorname{sh} kb} - 1 \right) - (\varepsilon_{10x} - \varepsilon_{20x}) \right].$$

Розподілимо напруження  $\sigma_{2x}$  між елементами деталі 2. Умова постійності інтегральної сили записується у вигляді

$$\int_0^b \sigma_{2x} \delta_2^* dz = \int_0^b (\sigma_{2x} - c) \delta_2 dz + \sigma_{Bx} \delta_B b_B, \quad (23)$$

де  $c$  – константа, що віддзеркалює долю напружень, які перерозподіляються на вертикальну стінку;  $\sigma_{Bx}$  – напруження у вертикальному елементі;  $\delta_B$ ,  $b_B$  – див. рис. 6, в.

Вочевидь, що у кутку профілю деформація деталі 2 не повинна мати розриву. При однаковому модулі пружності елементів ця умова приймає вигляд

$$\sigma_{2x}|_{z=0} - c = \sigma_{Bx} \quad (24)$$

або

$$\frac{\varepsilon_{10x} - \varepsilon_{20x}}{\delta_2^* (\Pi_{1x} + \Pi_{2x})} - c = \sigma_{Bx}.$$

Сумісне рішення рівняння (23) та (24) дозволить визначити напруження  $\sigma_{Bx}$  т  $(\sigma_{2x} - c)$ , які у подальшому будуть зовнішніми зусиллями для розрахунку напружено-деформованого стану профілю.

Розглянута модель силової взаємодії елементів складчастого профілю (рис. 6, а) може бути розповсюджена на більшість профілів, які використовуються у несучих авіаційних конструкціях (рис. 7) [14].

Вид умови рівноваги (23) залежить від розташування та геометричних розмірів накладок і розглянутого профілю.

У загальному випадку при визначенні напружень в елементах профілю можна використовувати наступні припущення:

– напруження  $\sigma_x$  у вертикальній стінці деталі 2 розподілені за її висотою рівномірно (рис. 6, в);

– напруження  $\sigma_x$  та  $\sigma_z$  розподілені за шириною елемента 1 та горизонтальної ділянки елемента 2 згідно до законів (22).

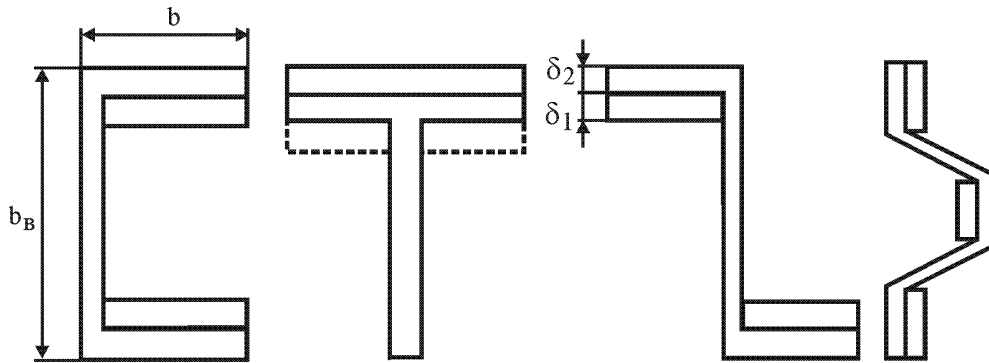


Рис. 7. Використання запропонованої моделі до типових складчастих профілів

Вочевидь, що у стрижнях з як однорідним так і неоднорідним перерізом при термічному або механічному навантаженні можлива поява такого явища як втрата глобальної стійкості [15]. Тому це явище також слід враховувати при проектуванні розглянутих конструкцій. При цьому з'являється необхідність розрахунку нових, так званих, механічних характеристик перерізу. Ці характеристики включають як геометричні так і пружні характеристики матеріалу перерізу.

### Висновки, що витікають з проведеного дослідження

Таким чином, запропоновано та обгрунтовано механізм деформування стрижнів з різномірних КМ при зміні температури (після вилучення з оснастки або в процесі експлуатації) з урахуванням відмінності в коефіцієнтах Пуассона. Синтезована модель для визначення діючих зусиль за периметром елементів профілю та отримані відповідні формули, що є підставою для побудови теорії позацинтового стиснення стрижня.

**Напрямки майбутніх досліджень.** У класичних теоріях тонкостінних стрижнів досліджується напружено-деформований стан однорідних стрижнів [8, 11], тому необхідно побудувати аналогічну методику для стрижнів з неоднорідним поперечним перерізом.

### Конфлікт інтересів

Автор заявляє, що немає конфлікту інтересів щодо цього дослідження, фінансового, особистого, авторського чи іншого, який міг би вплинути на дослідження та його результати, представлені в цій статті.

### Фінансування

Дослідження проводилося без фінансової підтримки.

### Доступність даних

Рукопис не має пов'язаних даних.

### Використання засобів штучного інтелекту

Автор підтверджує, що не використовував технології штучного інтелекту при створенні представленої роботи.

### Література

1. Jones, R. M. *Mechanics of composite materials [Electronic resource]* / Robert M. Jones. – Talor and Fransis, Second edition, 1999. – 519 p. – ISBN 1-56032-712-X. – Available at: <https://www.researchgate.net/profile/Mahsa-Jahani/post/How-do-you-obtain-calculate-stiffness-degradation-and-viscoelastic-response-of-a-composite-material/attachment/59d6227a79197b8077980cbd/AS%3A302153506197507%401449050419663/download/Mechanics+of+composite+materials-Jones+1999.pdf> – 27.03.2024.
2. Seers, B. *Residual stress in fiber reinforced thermosetting composites: A review of measurement techniques [Text]* / B. Seers, R. Tomlinson, & P. Fairclough // *Polymer Composites*. – Apr 2021. – Vol. 42, iss. 4. – P. 1583-2146. DOI: 10.1002/pc.25934.
3. Shokrieh, M. M. *Residual stresses in composite materials [Electronic resource]* / M. M. Shokrieh. – Woodhead Publishing, 2014. – 284 p. – Available at: [https://structures.dhu.edu.cn/\\_upload/article/files/f6/62/f5c6159f4c86ae7a86fbd6b48811/52671c71-4c4e-41b1-a561-a9b523be64d8.pdf](https://structures.dhu.edu.cn/_upload/article/files/f6/62/f5c6159f4c86ae7a86fbd6b48811/52671c71-4c4e-41b1-a561-a9b523be64d8.pdf). – 27.03.2024.
4. Wang, Y. *Microscale Analysis of Thermal Residual Stresses in Composites with Different Ply Orientations [Text]* / Y. Wang, & Q. Wu // *Materials*. – 2023. – Vol. 16, iss. 19. – Article no. 6567. DOI: 10.3390/ma16196567.
5. Monge, J. C. *Exact solution of thermo-mechanical analysis of laminated composite and sandwich doubly-curved shell [Text]* / J. C. Monde, & J. L. Mantari // *Composite Structures*. – August 2020. – Vol. 245. – Article no. 112323. DOI: 10.1016/j.compstruct.2020.112323.
6. Vlasov, V. *General Theory of Shells and Its Applications in Engineering [Electronic resource]* /

V. Vlasov // NASA technical translation, National Aeronautics and Space Administration, 1964. – Vol. 99, digitally copied May 2011. – Available at: <https://www.scirp.org/reference/referencespapers?referenceid=712718>. – 27.03.24.

7. Власов, В. З. Тонкостенные упругие стержни [Текст] / В. З. Власов. – М. : Госгортехиздат, 1940. – 256 с.

8. Mortensen, F. Analysis of adhesive bonded joints: a unified approach [Text] / F. Mortensen, & O. T. Thomsen // *Composites Science and Technology*. – June 2002. – Vol. 62, iss. 7–8. – P. 1011–1031. DOI: 10.1016/S0266-3538(02)00030-1.

9. Dobrzański, P. Design and analysis methods for composite bonded joints [Text] / P. Dobrzański, & W. Oleksiak // *Transactions on aerospace research*. – 2021. – Vol. 1, iss. 262. – P. 45–63. – eISSN 2545-2835. DOI: 10.2478/tar-2021-0004.

10. K Thin-walled open-profile composite beams under thermo-mechanical loading [Text] / P. Kučera, A. Kondratiev, V. Pištěk, I. Taranenko, T. Nabokina, & Z. Kaplan // *Composite Structures*. – 2023. – Vol. 312. – Article no. 116844. DOI: 10.1016/j.compstruct.2023.116844.

11. Taranenko, I. Exploring the possibility of undesirable manufacturing heritage reduction in parts made of composites and their joints [Text] / I. Taranenko, & T. Kupriianova // *Technology Audit and Production Reserves*. – 2024. – Vol. 1, iss. 3 (75). – P. 24–28. DOI: 10.15587/2706-5448.2024.299227.

12. Перельмутер, А. В. До розрахунку сталевих конструкцій із тонкостінних стержнів [Текст] / А. В. Перельмутер // *Опір матеріалів і теорія споруд*. – 2022. – № 108. – С. 119–130. – ISSN 2410-2547. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.119-130.

13. Карпов, Я. С. Соединения деталей и агрегатов из композиционных материалов [Текст] : монография / Я. С. Карпов. – Х. : ХАИ, 2006. – 359 с.

14. Karpov, Ya. Jointing of high-loaded composite structural components. Part 3. An experimental study of strength of joints with transverse fastening microelements [Text] / Yakiv Karpov // *Strength of Materials*. – November 2006. – Vol. 38. – P. 575–585. DOI: 10.1007/s11223-006-0079-5.

15. Phi, L. T. M. Buckling analysis of open-section beams with thin-walled functionally graded materials along the contour direction [Text] / Linh T. M. Phi, Tan-Tien Nguyen, & Jaehong Lee // *European Journal of Mechanics - A/Solids*. – August 2021. – Vol. 88. – Article no. 104217. DOI: 10.1016/j.euromechsol.2021.104217.

## References

1. Jones, R. M. *Mechanics of composite materials*. Talor and Fransis, Second edition, 1999. 519 p. ISBN 1-56032-712-X. Available at: <https://www.researchgate.net/profile/Mahsa-Jahani/post/How-do-you-obtain-calculate-stiffness-degradation-and-viscoelastic-response-of-a-composite-material/attachment/>

59d6227a79197b8077980cbd/AS%3A302153506197507%401449050419663/download/Mechanics+of+composite+materials-Jones+1999.pdf. (accessed 27.03.2024).

2. Seers, B., Tomlinson, R., & Fairclough, P. Residual stress in fiber reinforced thermosetting composites: A review of measurement techniques. *Polymer Composites*, 2021, vol. 42, iss. 4, pp. 1583–2146. DOI: 10.1002/pc.25934.

3. Shokrieh, M. M. *Residual stresses in composite materials*. Woodhead Publishing, 2014. 284 p. Available at: [https://structures.dhu.edu.cn/\\_upload/article/files/f6/62/f5c6159f4c86ae7a86fbd6b48811/52671c71-4c4e-41b1-a561-a9b523be64d8.pdf](https://structures.dhu.edu.cn/_upload/article/files/f6/62/f5c6159f4c86ae7a86fbd6b48811/52671c71-4c4e-41b1-a561-a9b523be64d8.pdf). (accessed 27.03.2024).

4. Wang, Y., & Wu, Q. Microscale Analysis of Thermal Residual Stresses in Composites with Different Ply Orientations. *Materials*, 2023, vol. 16, iss. 19, article no. 6567. DOI: 10.3390/ma16196567.

5. Monge, J. C., & Mantari, J. L. Exact solution of thermo-mechanical analysis of laminated composite and sandwich doubly-curved shell. *Composite Structures*, 2020, vol. 245, article no. 112323. DOI: 10.1016/j.compstruct.2020.112323.

6. Vlasov, V. *General Theory of Shells and Its Applications in Engineering*. NASA technical translation, National Aeronautics and Space Administration, 1964, vol. 99, digitally copied May 2011. Available at: <https://www.scirp.org/reference/referencespapers?referenceid=712718>. (accessed 27.03.2024).

7. Vlasov, V. Z. *Tonkostennyye uprugie stержni* [Thin-walled elastic rods]. Moscow, Gosgortekhzdat Publ., 1940. 256 p. (In Russian).

8. Mortensen, F., & Thomsen, O. Analysis of adhesive bonded joints: a unified approach. *Composites Science and Technology*, June 2002, vol. 62, iss. 7–8, pp. 1011–1031. DOI: 10.1016/S0266-3538(02)00030-1.

9. Dobrzański, P., & Oleksiak, W. Design and analysis methods for composite bonded joints. *Transactions on aerospace research*, 2021, vol. 1, iss. 262, pp. 45–63. eISSN 2545-2835. DOI: 10.2478/tar-2021-0004.

10. Kučera, P., Kondratiev, A., Pištěk, V., Taranenko, I., Nabokina, T., & Kaplan, Z. Thin-walled open-profile composite beams under thermo-mechanical loading. *Composite Structures*, 2023, vol. 312, article no. 116844. DOI: 10.1016/j.compstruct.2023.116844.

11. Taranenko, I., & Kupriianova, T. Exploring the possibility of undesirable manufacturing heritage reduction in parts made of composites and their joints. *Technology Audit and Production Reserves*, 2024, vol. 1, iss. 3 (75), pp. 24–28. DOI: 10.15587/2706-5448.2024.299227.

12. Perel'muter, A. V. Do rozrakhunku stalevykh konstruktsiy iz tonkostinnykh stержniv [To analysis of thin-walled rods steel structures]. *Opir materialiv i teoriya sporud - Resistance of materials and theory of structures*, 2022, no. 108, pp. 119–130. ISSN 2410-2547. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.119-130. (In Ukrainian).

13. Karpov, Ya. S. Soyedineniya detaley i agregatov iz kompozitsionnykh materialov [Connections of

parts and assemblies made of composite materials]. Kharkiv, Nat. Aerospace Univ. "KhAI" Publ., 2006. 359 p. (In Russian).

14. Karpov, Ya. Jointing of high-loaded composite structural components. Part 3. An experimental study of strength of joints with transverse fastening microelements. *Strength of Materials*, November 2006, vol. 38, pp. 575-585. DOI: 10.1007/s11223-006-0079-5.

15. Phi, L. T. M., Nguyen, T.-T., & Lee, J. Buckling analysis of open-section beams with thin-walled functionally graded materials along the contour direction. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, August 2021, vol. 88, article no. 104217. DOI: 10.1016/j.euromechsol.2021.104217.

Надійшла до редакції 15.04.2024, розглянута на редколегії 15.06.2024

## APPROACH TO DETERMINATION STRESS-STRAIN STATE OF COMPOSITE BARS CONSIDERING INTERNAL SELF-EQUILIBRIUM STRESSED STATE

*Igor Taranenko*

The subject of this research is methods of stress-strain state analysis of composite structures. The goal is to develop a mechanism to explain the phenomenon of warping of thin-walled composite sections with a non-uniform cross-section under thermal loading and to synthesize a model to determine the forces in the section elements. The objectives of this study are to predict the deformed states of composite sections at the manufacturing stage and to determine the temperature stresses that occur at the manufacturing stage, as well as after the assembly of the structure. The methods used are related to the mechanics of materials and structures. The following results were obtained. The possible deformation forms of composite plates with an asymmetric structure are analyzed and the rationale for the appearance of such deformations is given. A model of the force interaction of elements in a folded section is proposed. The proposed model can be extended to most sections of load-carrying aircraft structures. Based on the analysis of the mechanics of thin-walled folded sections, the mechanism of the occurrence of complex bending-torsional deformation of long-dimensional sections made of composites with a non-uniform cross-section under the action of an internal self-equilibrium stress state caused by a change in temperature or shrinkage of the binder or both is explained. The analysis of this mechanism makes it possible to design composite sections with minimal warping and to propose engineering methods to compensate for unwanted spatial movements in the case of arbitrary loading of section elements. Conclusions. The scientific novelty of the obtained results can be summarized as follows. A mechanism for the deformation of rods made of dissimilar composite materials when the temperature changes (after extraction from the tool or during operation) is proposed considering the difference in Poisson's coefficients. A model for determining the forces acting on the perimeter of section elements was synthesized, and the corresponding formulas were obtained, which form the basis for the theory of off-center compression of rods. The direction of further research in this field is currently being planned.

**Keywords:** thin-walled long-dimensional section; deformed state; manufacturing stresses; warping.

**Тараненко Ігор Михайлович** – канд. техн. наук, доц., проф. каф. композитних конструкцій і авіаційного матеріалознавства, Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут», Харків, Україна.

**Igor Taranenko** – Ph.D, Ass. Prof., Prof. at the Dept. Composite Structures and Aviation Materials, National Aerospace University "Kharkiv Aviation Institute", Kharkiv, Ukraine,  
e-mail: igor.taranenko@khai.edu, ORCID: 0000-0001-9554-0162, Scopus ID: 56439708200.