

УДК 629.735.33.017:621.884:539.431:519.872.8

doi: 10.32620/aktt.2021.4sup1.08

С. Р. ИГНАТОВИЧ, В. С. КРАСНОПОЛЬСКИЙ,  
А. С. ЯКУШЕНКО, Е. И. ГОРДЫНА

Национальный авиационный университет, Украина

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МНОГООЧАГОВОГО УСТАЛОСТНОГО ПОВРЕЖДЕНИЯ ЗАКЛЕПОЧНЫХ СОЕДИНЕНИЙ

Многоочаговое повреждение (MSD – Multiple Site Damage) относится к одному из значимых повреждающих факторов, ограничивающих летную годность самолетов стареющего парка. При MSD у отверстий под заклепки образуются и распространяются множественные усталостные трещины, которые имеют относительно малую длину, однако при достаточно большом их количестве и неблагоприятном расположении вдоль заклепочного шва могут объединяться и формировать трещину опасной длины. Для предотвращения такого вида повреждения необходимо располагать адекватными методами прогнозирования предельных состояний заклепочных соединений при MSD. Плодотворным подходом является численный эксперимент, основанный на моделировании методом Монте-Карло основных случайных факторов реализации MSD – образования начальных трещин и их роста. В настоящей работе представлена вероятностная модель для предсказания начальной стадии MSD – разрушения хотя бы одной перемычки между отверстиями. Рассматривается модель I уровня, описывающая процесс усталостного разрушения образцов без заклепок, однако имеющих множественные отверстия, которые характерны для заклепочных соединений. Образование усталостных трещин и их рост моделируются с учетом закономерностей развития поврежденности, полученных экспериментально на образцах с множественными трещинами. Так, для моделирования случайного образования трещин во времени используется распределение Вейбулла, параметры которого зависят от приложенного напряжения. Рост трещин описывается уравнением Периса с учетом экспериментально подтвержденной корреляции между коэффициентами данного уравнения. В модели предусматривается, что каждая образовавшаяся трещина распространяется в соответствии со случайным значением показателя степени уравнения Периса. Распределение такого случайного значения отвечает логарифмически нормальному закону с экспериментально обоснованными параметрами. Критерием возможного объединения встречных трещин, растущих из соседних отверстий, является слияние зон пластической деформации у кончиков таких трещин. Представлены результаты моделирования в виде поля точек реализаций многоочагового повреждения в координатах число циклов до образования трещин – число циклов до разрушения перемычки между отверстиями.

**Ключевые слова:** усталость; многоочаговое повреждение; образование трещин; рост трещин; численное моделирование.

### Введение

Высокая конкуренция при выполнении воздушных перевозок вынуждает авиакомпании использовать самолеты с большим налетом, который значительно превышает их проектный ресурс. Парк таких воздушных судов называют стареющим. При эффективном техническом обслуживании, обеспечивающим безопасную эксплуатацию, длительное использование стареющего парка становится более рентабельным, чем инвестиции в новые самолеты. Для принятия решения, должен ли самолет стареющего парка подлежать списанию, или он пригоден к использованию, необходимо производить оценку безопасности его конструкции по критериям усталостной прочности.

В контексте безопасного повреждения стареющих самолетов, проблема остаточной прочности

обшивки фюзеляжа, с повреждениями в виде множественных усталостных трещин, относится к наиболее актуальным направлениям исследований. Отверстия под заклепки в соединениях нагруженной обшивки фюзеляжа являются множественными концентраторами напряжения, где может развиваться так называемое многоочаговое повреждение (Multiple Site Damage – MSD) [1]. При этом несколько маленьких трещин, растущих из отверстий, могут соединиться и сформировать большую трещину, которая способна быстро распространяться и приводить к предельному разрушению. Маленькие трещины могут также приводить к обширному усталостному повреждению (Widespread Fatigue Damage – WFD) и к многоэлементному повреждению (Multiple Element Damage – MED), при которых нестабильный рост ведущей трещины обуславливает потерю прочности всей конструкции самолета.

Проблема MSD и WFD начала интенсивно разрабатываться после летного происшествия самолета Боинг 737 Авиалиний Aloha Airlines в 1988 году, где MSD сыграло решающую роль. Обычно фюзеляж с локальными повреждениями моделируется с использованием иерархического подхода, включающего общие, промежуточные и локальные модели. Наибольший интерес представляют именно локальные модели, в которых закладываются базовые положения возникновения и развития усталостных повреждений с использованием механики разрушения. Детерминированный анализ такого подхода детально обсужден в работе [2].

В экспериментальных исследованиях MSD, представленных в том числе и в работе [2], показано, что имеет место значительное статистическое рассеивание в результатах, особенно по числу циклов до окончательного разрушения. Таким образом, необходим адекватный анализ факторов, которые вносят вклад в это рассеивание. К таким факторам в существующих моделях можно отнести неблагоприятное рассредоточение трещин по заклепочному ряду, причем трещин, имеющих одинаковые размеры [3]. В других моделях, наоборот, делается акцент на статистическом распределении длины трещин, однако без описания кинетики их роста [4]. Случайную природу образования и распространения усталостных трещин возможно учитывать в рамках вычислительной стохастической механики, основанной на вероятностной интерпретации основных положений механики разрушения. Согласно рекомендациям [5], для оценки ресурсных характеристик самолетных конструкций при MSD целесообразно осуществлять численное моделирование поведения усталостных трещин с использованием метода Монте-Карло, обобщенное изложение которого приведено в работе [5] как методологии OEM (Original Equipment Manufacturer), используемой авиастроительной компанией Airbus.

При моделировании исходят из того, что каждый потенциальный очаг повреждения в конструкции (два соседних отверстия под заклепку) существенно отличается по распределению усталостной долговечности от обычных лабораторных образцов.

Период роста трещины делится на интервалы в пределах пошаговой по времени программы со следующими вычислительными действиями на каждом дискретном временном шаге:

- каждый очаг повреждения проверяется на наличие (или отсутствие) усталостной трещины;

- рост каждой усталостной трещины описывается методами линейной механики разрушения; коэффициент интенсивности напряжения определяется с учетом взаимодействия смежных трещин и

взаимодействия трещины с отверстием под заклепку с использованием стандартных зависимостей или посредством подробного анализа напряженно-деформированного состояния методом конечных элементов;

- объединение смежных встречных трещин в вычислениях поврежденности определяется согласно критерию «соприкосновения» зон пластических деформаций у кончиков трещин.

Вычисление прекращается при некоторых ранее определенных условиях предельного состояния – достижения одной из трещин предельной длины или отказа конструкции по критерию предельно допустимой остаточной прочности (с использованием обычной кривой сопротивления развитию трещины или по методике «R-кривой» с учетом возможности взаимодействия трещин).

Эти этапы формируют одну итерацию моделирования методом Монте-Карло. Затем вычисление повторяется большое количество раз с учетом заданных распределений числа циклов до образования трещины в очагах разрушения и кинетики их роста. Каждое отдельное вычисление представляет различные сценарии повреждения. На выходе получается распределение наработки до предельного состояния (полная усталостная долговечность или остаточная прочность), связанное с конфигурацией множественных отверстий.

Результатом численного эксперимента обычно являются статистические оценки характеристик прочности и долговечности конструкции. Это изменение остаточной прочности от времени эксплуатации [6], соотношение между продолжительностью стадии до зарождения трещин и стадии их распространения до критического размера [7,8], распределение числа полетных циклов до разрушения [7,9], статистические характеристики поврежденности, необходимые для оценки уровня риска при эксплуатации авиационных конструкций с допустимыми повреждениями [9].

## Постановка задачи

При численном моделировании MSD необходимо основываться на некоторых принципиальных положениях, которые закладываются в используемую математическую модель и которые, в конечном итоге, определяют ее адекватность. К таким положениям относится статистическое распределение наработки до возникновения начальной усталостной трещины у отверстия под заклепку, а также параметры стохастического роста трещин.

*Целью настоящей работы* является построение математической модели для численного моделирования многоочагового усталостного повреждения

образцов с расположенными в ряд отверстиями под заклепочное соединение.

### 1. Исходные данные для моделирования

Для построения обозначенной модели в первую очередь необходимо определить набор начальных параметров и переменных, которые будут задаваться в качестве исходных данных моделирования. Эти данные будут определяющими в развитии каждого из сценариев численного эксперимента. В первую очередь на моделирование многоочаговой поврежденности будут влиять геометрические параметры образца и механические характеристики материала, из которого он изготовлен, а также характер его нагружения.

Пример образца показан на рис. 1, где ключевыми параметрами является количество расположенных в ряд отверстий под заклёпку  $n$ , диаметр отверстий  $d$  и расстояние  $l$  между их центрами. Жирными точками показаны места вероятных источников зарождения трещин.

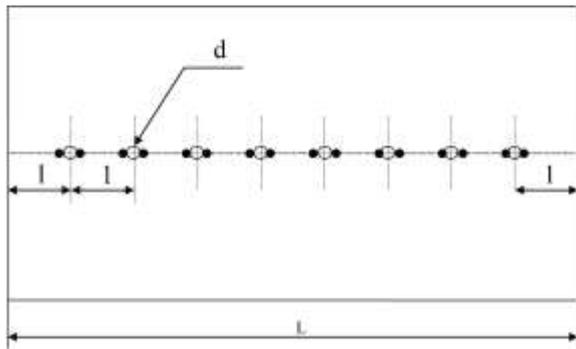


Рис. 1. Пример образца для моделирования.

Производные параметры, которые задаются в модели, являются ширина пластины  $L$  и количество вероятных источников зарождения трещин  $k = 2n$ .

Механические характеристики материала, необходимые для расчётов, представлены пределом текучести  $\sigma_{0,2}$  и значением циклической вязкости разрушения  $K_{fc}$ .

Параметры нагружения: размах действующего напряжения  $\Delta\sigma$  и коэффициент асимметрии цикла нагружения  $R$ .

#### 1.1. Образование трещин

В соответствии с экспериментальными данными по разрушению заклепочных соединений распределение случайной величины числа циклов до образования трещины начальной длины  $a_0$  соответствует закону Вейбулла [5,10,11]:

$$F(N) = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{N}{\beta} \right)^\alpha \right], \quad (1)$$

где  $F(N)$  – функция распределения вероятности;  
 $N$  – наработка в циклах;  
 $\alpha$  – параметр формы;  
 $\beta$  – масштабный коэффициент.

#### 1.2. Рост трещин

Кинетика роста трещины описывается уравнением Париса:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m, \quad (2)$$

где  $a$  – длина трещины;  
 $N$  – число циклов нагружения;  
 $\Delta K$  – размах коэффициента интенсивности напряжений (КИН);  
 $C$  и  $m$  – коэффициенты трещиностойкости материала.

Из уравнения (2) с учетом коррекции КИН у отверстия определяется зависимость длины трещины от числа циклов нагружения:

$$a(N) = \left[ a_0 \frac{m-2}{2} - \frac{(m-2)C}{2} (\sqrt{\pi} Y \Delta\sigma')^m (N - N_0) \right]^{\frac{2}{m-2}}, \quad (3)$$

где  $\Delta\sigma'$  – размах нетто-напряжения в сечении отверстий;

$Y$  – коэффициент геометрической коррекции, который зависит от соотношения длины трещины к радиусу отверстия [11]:

$$Y = 1 + 2,36 \cdot \exp \left[ - 2,08 \cdot \left( \frac{a}{r} \right) \right], \quad (4)$$

где  $r$  – радиус отверстия, от которого растёт трещина.

Ослабление сечения из-за наличия трещин учитывается величиной нетто-напряжения  $\Delta\sigma'$ :

$$\Delta\sigma' = \frac{\Delta\sigma}{1 - \frac{1}{L} \left( nd + \sum_{i=1}^j a_i \right)}, \quad (5)$$

где  $\sum_{i=1}^j a_i$  – суммарная длина  $j$  трещин в сечении.

В программе предусматриваются три варианта моделирования роста трещины:

1. детерминированный рост, когда коэффициенты  $C$  и  $m$  уравнения (2) – детерминированные величины, которые задаются оператором;

2. полудетерминированный рост, когда коэффициент  $m$  – детерминированная величина, которая задаётся оператором, а коэффициент  $C$  – случайная величина, которая генерируется в соответствии с заданным законом распределения: нормальным, ло-

гнормальним, рівномірним с задаваними значеннями математического ожидания (МО)  $\mu[C]$  и среднеквадратического отклонения (СКО)  $\sigma[C]$ .

3. Случайный рост, когда коэффициент  $m$  – случайная величина, связанная с  $C$  корреляционной зависимостью [12].

Для третьего варианта, зависимость (3) имеет вид:

$$a(N) = \left[ a_0^{\frac{m-2}{-2}} - \frac{(m-2)V_f}{2} \left( \frac{\sqrt{\pi}Y\Delta\sigma'}{K_f} \right)^m (N - N_0) \right]^{\frac{-2}{m-2}}, \quad (6)$$

где коэффициенты  $K_f = 13,94 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$  и  $V_f = 3,4618 \cdot 10^{-7} \text{ м/цикл}$  задаются для конкретного материала как детерминированные величины [12].

Случайной величиной в (6) является коэффициент  $m$ , который генерируется в соответствии с логнормальным законом распределения с задаваемыми параметрами МО  $\mu[m]$  и СКО  $\sigma[m]$ .

## 2. Моделирование объединения трещин

В процессе многоочагового повреждения возможно объединение встречных трещин, растущих из соседних отверстий. Для описания такого объединения в численной модели для каждой трещины длиной  $a$  предусматривается определение величины  $s$  – зоны пластической деформации (ЗПД) по формуле:

$$s = \beta \left( \frac{\Delta\sigma'}{\sigma_{0,2}} \right) a, \quad (7)$$

где  $\beta$  – коэффициент,  $\beta = 1/4\alpha$ , где  $\alpha \cong 2$  для плосконапряженного состояния и  $\alpha \cong 6$  для плоской деформации [13].

Объединение двух встречных коллинеарных трещин с длинами  $a_i$  и  $a_j$ , растущих из соседних отверстий, реализуется при соприкосновении их ЗПД  $s_i$  и  $s_j$  (рис. 2).

Разрушение перемычки от одной трещины реализуется при соприкосновении ЗПД трещины с краем отверстия.

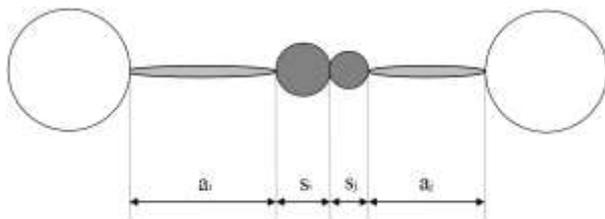


Рис. 2. Схема разрушения элемента обшивки между соседними отверстиями под заклепки при объединении встречных трещин.

## 3. Критерии предельного состояния

В разработанной модели в качестве предельного состояния предусматривается разрушение одной перемычки между отверстиями. Однако, предусмотрен вариант развития повреждения, когда трещины распространяются от разрушенной перемычки.

При развитии повреждения от разрушенной перемычки может формироваться магистральная трещина. Возможны три варианта развития повреждения (рис. 3).

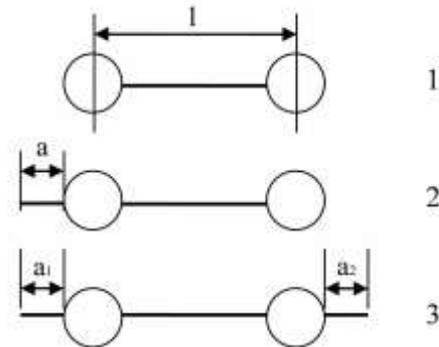


Рис. 3. Сценарии повреждения при разрушении перемычки между отверстиями.

1. Оба отверстия на концах разрушенной перемычки не имеют трещин (вариант 1 на рис. 3). Такой элемент трактуется как не растущая трещина, а две крайние точки на контуре отверстий продолжают выступать в качестве источников зарождения начальных трещин. При зарождении в процессе последующих итераций на одном из концов трещины реализуется варианты 2 или 3.

2. При разрушении перемычки на одном из отверстий уже имеется трещина длиной  $a$  (вариант 2 на рис. 3). Элемент повреждения трактуется как магистральная трещина, которая растет в сторону трещины длиной  $a$ .

3. При разрушении перемычки между двумя отверстиями, на этих отверстиях уже имеются трещины (вариант 3 на рис. 3). Такой вид повреждения трактуется как магистральная трещина, которая растет в направлении большей трещины.

При моделировании роста магистральных трещин для вариантов 2 и 3 учитывается их объединение со встречными трещинами или с отверстиями при соприкосновении зон пластической деформации.

При формировании и росте больших магистральных трещин потеря несущей способности сечения может реализовываться двумя способами:

1. За счет уменьшения поперечного сечения из-за наличия трещин и достижения нетто-

напряжением  $\Delta\sigma'$  величины предела текучести.

Критерий предельного состояния при потере пластичности в сечении с отверстиями и трещинами равен:

$$\sigma'_{\max} = \frac{\Delta\sigma'}{1-R} \leq \sigma_{0,2}. \quad (8)$$

2. За счет достижения коэффициентом интенсивности напряжений магистральной трещины значения циклической вязкости разрушения.

Критерий предельного состояния при этом определяется как:

$$\Delta K_{\max} = \Delta\sigma' \sqrt{\pi a_{\max}} \leq K_{fc}, \quad (9)$$

где  $a_{\max}$  – длина магистральной трещины.

В рамках каждого сценария моделирования выводится окно с гистограммой распределения длины всех трещин. При этом сохраняется статистика по размерам трещин, которую можно обрабатывать для установления закона распределения и определения основных числовых характеристик.

#### 4. Представление результатов моделирования

Результаты компьютерного моделирования многоочагового повреждения отображаются в виде поля точек в координатах число циклов до образования трещин  $N_0$  – число циклов до разрушения перемычки  $N_{\text{разруш}}$ . Каждая точка на графике соответствует одному сценарию моделирования. Количество сценариев или объем выборки регулируется по общему количеству трещин во всех сценариях (рис. 4).

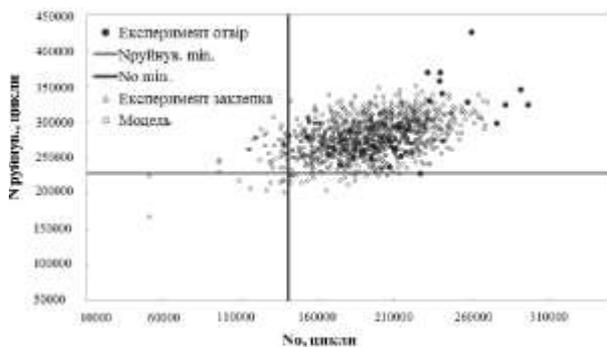


Рис. 4. Сравнение результатов численного моделирования ( $10^3$  сценариев) многоочагового повреждения с экспериментальными данными для образцов с отверстиями и образцов с заклепками

Результаты моделирования, представленные на рис. 4, сравнивались с экспериментальными данными по многоочаговому повреждению, полученными на образцах с отверстиями и на образцах, соединен-

ных заклепками. Поле точек компьютерного моделирования удовлетворительно описывает экспериментальные данные, что свидетельствует об адекватности предложенной модели.

#### Выводы

В работе представлена новая математическая модель для численного моделирования многоочагового повреждения методом Монте-Карло с учётом механизмов формирования и развития множественных трещин. Она позволяет путём проведения численного эксперимента получать статистические характеристики многоочагового повреждения и предсказывать его развитие в конструктивных элементах с множественными концентраторами, а также анализировать вклад различных факторов и параметров модели в общую повреждённость конструкции.

#### Литература

1. Schijve, J. *Multiple-site damage in aircraft fuselage structures [Text] / J. Schijve // Fatig. Fract. Eng. Mater. Struc., 1995. – Vol. 18, № 3. – P. 329–344.*
2. Pitt, S. *Multiple-site and widespread fatigue damage in aging aircraft [Text] / S. Pitt, R. Jones // Engin. Fract. Mech., 1997. – Vol. 4, № 4. – P. 237–257.*
3. Pavelko, V. *Model of the multi-site fatigue damage in the thin-walled structure [Text] / V. Pavelko, J. Timoshchenko // Proc. 5th Int. Conf. «Reliability and statistics in transportation and communication» (Part 2) (Riga, Latvia, October 13–14, 2005). Riga 2005. – P. 327–334.*
4. Игнатович, С. П. *Вероятностная модель многоочагового усталостного повреждения (MSD) заклепочных соединений авиационных конструкций [Текст] / С. П. Игнатович // Пробл. прочн. – 2014. – № 3. – С. 48–58.*
5. *Recommendations for regulatory action to prevent widespread fatigue damage in the commercial airplane fleet: a report of the AAWG [Text] / Airworthiness Assurance Working Group. – 1999. – 162 p.*
6. Wang, H. L. *Monte Carlo analysis of widespread fatigue damage in lap joints [Text] / H. L. Wang, A. F. Grand // Analysis of widespread fatigue damage in aerospace structures (Final report for Air Force Office of Scientific Research) / prep. by A. F. Grandt, Jr., T. N. Farris, B. H. Hillberry. – Purdue University, 1999. – 25 p.*
7. Proppe, C. *Probabilistic analysis of multi-site damage in aircraft fuselages [Text] / C. Proppe, P. E. Irving // Comp. Mech. – 2003. – Vol. 30, № 4. – P. 323–329.*
8. Garcia, A. N. *Lap joint MSD assessment using a probabilistic model [Text] / A. N. Garcia // Proc. 11th Int. Conf. on Fract. «Aeronautics & Aerospace» (Turin, Italy, March 20–25, 2005). – 2005. – P. 74–79.*

9. Cavallini, G. Probabilistic approach to fatigue risk assessment in aerospace components [Text] / G. Cavallini, R. A. Lazzeri // *Eng. Frac. Mec.* – 2007. – Vol. 74, № 18. – P. 2964–2970.

10. Yang, J-N. Statistical estimation of economic life for aircraft structures [Text] / J-N. Yang // *Journal of Aircraft.* – 1980. – Vol. 17, № 7. – P. 528–535.

11. Rambalacos, A. Non-periodic inspection of aging aircraft structures [Text] / A. Rambalacos, G. Deodatis // *Proc. 9th Joint FAA/DoD/NASA Conf. on Aging Aircraft (Atlanta, USA, GA, March 6–9, 2006).* – 2006. – P. 1–18.

12. Игнатович, С. Р. Кинетика роста усталостных трещин в образцах алюминиевого сплава Д16АТ с множественными концентраторами [Текст] / С. Р. Игнатович, Е. В. Каран // *Пробл. прочности.* – 2015. – № 4. – С. 91–101.

13. Ritchie, R. O. Mechanisms of fatigue crack growth in low alloy steel [Text] / R. O. Ritchie, J. F. Knott // *Acta Metallurgica.* – 1973. – Vol. 21. – P. 639–648.

## References

1. Schijve, J. Multiple-site damage in aircraft fuselage structures, *Fatig. Fract. Eng. Mater. Struc.*, 1995, vol. 18, iss. 3, pp. 329-344

2. Pitt, S., Jones, R Multiple-site and widespread fatigue damage in aging aircraft, *Engin. Fract. Mech.*, 1997, vol. 4, iss. 4, pp. 237-257.

3. Pavelko, V., Timoshchenko, J Model of the multi-site fatigue damage in the thin-walled structure, *Proc. 5th Int. Conf. «Reliability and statistics in transportation and communication» (Part 2) (Riga, Latvia, October 13–14, 2005)*, Riga 2005, pp. 327-334.

4. Ignatovich, S. R. Veroyatnostnaja model' mnogochagovogo ustalostnogo povrezhdenija (MSD) zaklepochnyh soedinenij aviacionnyh konstrukcij [Multi-site fatigue damage (MSD) probabilistic model of

riveted joints in aircraft structures]. *Problemy prochnosti – Strength of Materials*, 2014, no. 3, pp. 48-58.

5. Recommendations for regulatory action to prevent widespread fatigue damage in the commercial airplane fleet: a report of the AAWG (Final Report). Airworthiness Assurance Working Group, 1999. 162 p.

6. Wang, H. L. and Grandt, A.F. Monte Carlo analysis of widespread fatigue damage in lap joints. Analysis of widespread fatigue damage in aerospace structures (Final report for Air Force Office of Scientific Research), prep. by A.F. Grandt, Jr., T.N. Farris, B.H. Hillberry, Purdue University Publ., 1999. 25 p.

7. Proppe, C. and Irving P. E. Probabilistic analysis of multi-site damage in aircraft fuselages, *Comp. Mech.*, 2003, vol.30, no. 4, pp. 323-329.

8. Garcia, A. N. Lap joint MSD assessment using a probabilistic model, *Proc. 11th Int. Conf. on Fract. «Aeronautics & Aerospace» (Turin, Italy, March 20-25, 2005)*, 2005, pp. 74-79.

9. Cavallini, G. and Lazzeri, R. A Probabilistic approach to fatigue risk assessment in aerospace components, *Eng. Frac. Mec.*, 2007, vol. 74, no. 18, pp. 2964-2970.

10. Yang, J. N. Statistical estimation of economic life for aircraft structures. *Journal of Aircraft*, 1980, vol. 17, no. 7, pp. 528-535.

11. Rambalacos, A. and Deodatis, G. Non-periodic inspection of aging aircraft structures, *Proc. 9th Joint FAA/DoD/NASA Conf. on Aging Aircraft (Atlanta, USA, GA, March 6–9, 2006)*, 2006, pp. 1-18.

12. Ignatovich, S. R. and Karan, Ye. V. Kynetyka rosta ustalostnykh treshchyn v obraztsakh alyumynyevoho splava D16AT s mnozhestvennyymi kontsentratoramy [Fatigue crack growth kinetics in samples of D16AT aluminum alloy with multiple concentrators]. *Problemy prochnosti –Strength of Materials*, 2015, no. 4, pp. 91-101.

13. Ritchie, R. O. and Knott, J. F. Mechanisms of fatigue crack growth in low alloy steel. *Acta Metallurgica*, 1973, vol. 21, pp. 639-648.

Поступила в редакцію 05.05.2021, рассмотрена на редколлегии 16.08.2021

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ БАГАТООСЕРЕДКОВОГО ВТОМНОГО ПОШКОДЖЕННЯ ЗАКЛЕПКОВИХ З'ЄДНАНЬ

С. Р. Ігнатович, В. С. Краснопольский, О. С. Якушенко, Є. І. Гордина

Багатоосередкове пошкодження (MSD – Multiple Site Damage) відноситься до одного із значущих факторів, що обмежують льотну придатність літаків старіючого парку. При MSD у отворів під заклепки утворюються і поширюються множинні втомні тріщини, які мають відносно малу довжину, проте, при досить великій їхній кількості і несприятливому розташуванні уздовж заклепкового шва можуть об'єднуватися і формувати тріщину небезпечної довжини. Для запобігання такого виду пошкодження необхідно володіти адекватними методами прогнозування граничних станів заклепкових з'єднань при MSD. Плідним підходом є чисельний експеримент, заснований на моделюванні методом Монте-Карло основних випадкових чинників реалізації MSD – зародження початкових тріщин і їх росту. У даній роботі представлена імовірнісна модель для передбачення початкової стадії MSD – руйнування хоча б однієї перемички між отворами. Розглядається модель I рівня, що описує процес втомного руйнування зразків без заклепок, які, проте, мають множинні отвори, що характерні для заклепкових з'єднань. Зародження втомних тріщин і їх ріст моделюються з врахуванням закономірностей розвитку пошкодження, отриманих експериментально на зразках з множинними

тріщинами. Так, для моделювання випадкового утворення тріщин в часі використовується розподіл Вейбула, параметри якого залежать від прикладеного напруження. Ріст тріщин описується рівнянням Періса з врахуванням експериментально підтвердженої кореляції між коефіцієнтами даного рівняння. У моделі передбачається, що кожна тріщина, яка утворилася, поширюється відповідно до випадкового значення показника ступеня рівняння Періса. Розподіл такого випадкового значення відповідає логарифмічно нормальному закону з експериментально обґрунтованими параметрами. Критерієм можливого об'єднання зустрічних тріщин, що ростуть із сусідніх отворів, є злиття зон пластичної деформації у кінчиків таких тріщин. Представлені результати моделювання у вигляді поля точок реалізації багатоосередкового пошкодження в координатах число циклів до утворення тріщин – число циклів до руйнування перемички між отворами.

**Ключові слова:** втома; багатоосередкове пошкодження; утворення тріщин; зростання тріщин; числове моделювання.

## MATHEMATICAL MODEL OF RIVETED JOINT MULTIPLE SITE DAMAGE

*S. Ignatovich, V. Krasnopolskii, O. Yakushenko, E. Hordyna*

Multiple Site Damage (MSD) is one of the significant damaging factors that limit the airworthiness of aging fleet aircrafts. In case of MSD multiple fatigue cracks initiates and propagates at the rivet holes. Those cracks are relatively short in length, but with a sufficiently large number of them and an unfavorable arrangement along the rivet joint, they can join together and form a crack of a dangerous length. To prevent this type of damage it is necessary to have adequate methods for predicting the boundary state of riveted joints during MSD. A useful approach is a numerical experiment based on Monte-Carlo simulation of the MSD main random factors – the formation of initial cracks and their growth. This paper presents a probabilistic model for predicting the initial stage of MSD – destruction of at least one bridge between the adjacent holes. A level I model is considered, which describes the process of fatigue failure of specimens without rivets but with multiple holes, which are typical for riveted joints. The initiation of fatigue cracks and their growth are modeled taking into account the laws of damage development obtained experimentally on specimens with multiple cracks. So, to simulate the random initiation of cracks in time the Weibull distribution is used. The parameters of this distribution depend on the applied stress. The growth of cracks is described by the Paris' equation, taking into account the experimentally confirmed correlation between the coefficients of this equation. The model assumes that each initiated crack propagates according to a random value of the Paris' equation exponent. The distribution of such a random value corresponds to a logarithmically normal law with experimentally obtained parameters. The criterion for the possible join of opposite cracks growing from adjacent holes is the uniting of plastic deformation zones at the tips of such cracks. The results of modeling are presented in the form of multiple site damage realization field of points in the coordinates of the number of cycles before the initiation of cracks vs. the number of cycles before the destruction of the bridge between holes.

**Keywords:** fatigue; multiple site damage; crack initiation; crack growth; numerical modeling.

**Игнатович Сергей Ромуальдович** – д-р техн. наук, проф., зав. каф. конструкции летательных аппаратов, Национальный авиационный университет, Киев, Украина

**Якушенко Александр Сергеевич** – канд. техн. наук, доц. каф. авиационных двигателей, Национальный авиационный университет, Киев, Украина.

**Краснопольский Владимир Сергеевич** – канд. техн. наук, доц. каф. конструкции летательных аппаратов, Национальный авиационный университет, Киев, Украина.

**Годына Евгений Игоревич** – асп. каф. конструкции летательных аппаратов, Национальный авиационный университет, Киев, Украина.

**Sergey Ignatovich** – Doctor of Science, Professor, Head of Aircraft Design Department National Aviation University, Kyiv, Ukraine,

e-mail: ignatovich@nau.edu.ua, ORCID: 0000-0001-9322-2195, Scopus Author ID: 6603696962,

ResearcherID: Q-4479-2019, <https://scholar.google.com.ua/citations?hl=ru&user=LWSWVXEAAA AJ>

**Olexandr Yakushenko** – PhD, associate professor of Aeroengines Department National Aviation University, Kyiv, Ukraine,

e-mail: yuysss@i.ua, ORCID: 0000-0002-1036-7960, Scopus Author ID: 56616665800,

ResearcherID: R-2412-2019, <https://scholar.google.com/citations?hl=uk&user=rewS2yEAAA AJ>

**Vladimir Krasnopolskii** – PhD, associate professor of Aircraft Design Department National Aviation University, Kyiv, Ukraine,

e-mail: krasnopolskii@nau.edu.ua, ORCID: 0000-0002-4841-526X, Scopus Author ID: 57195443811,

ResearcherID: Q-2303-2019, <https://scholar.google.com.ua/citations?hl=ru&user=aKXvXYAAA AJ>

**Yevhenii Hordyna** – PhD student of Aircraft Design Department National Aviation University, Kyiv, Ukraine,

e-mail: 2647798@stud.nau.edu.ua, ORCID: 0000-0002-4277-7139.