

В. Ф. МИРГОРОД, І. М. ГВОЗДЕВА*АТ Елемент, Одеса, Україна*

ОЦІНКА ПОТУЖНОСТІ КРИТЕРІЇВ ТРЕНДУ

Пропонується підхід до вибору та порівняння критеріїв, що застосовуються при аналізі часових рядів параметрів реєстрації технічного стану силових та енергетичних установок на основі газотурбінних двигунів. Підхід засновано на встановленні важливої характеристики трендових критеріїв, а саме потужності таких критеріїв, які розглядаються як критерії розрізнення складних гіпотез. Для аналізу пропонується статистична модель породження даних у вигляді сукупності детермінованої трендової та випадкової складових. Детермінована складова розглядається у вигляді лінійного наближення її розкладання у ряд Тейлора. Таке допущення обґрунтовується необхідністю виявити тренд на найбільш короткому проміжку часу, на якому трендова складова допускає лінійне наближення. Випадкова складова приймається у вигляді вибірки з генеральної сукупності незалежних випадкових величин, які мають нормальний розподіл. Для аналізу обрано найбільш поширені критерії тренду: критерій Стьюдента рівності середніх; критерій відношення дисперсій Фішера та кореляційний критерій і його різновиди. Опорна гіпотеза має вигляд належності часового ряду до вибірки з генеральної сукупності незалежних випадкових величин, а альтернатива – належності до вибірки з лінійним трендом. Трендові статистики відповідних критеріїв сформовані на ковзному або секційному, що не перетинаються, вікні аналізу заданої розмірності. Параметром розвитку тренду обрано відношення приросту тренду за час аналізу до СКВ випадкової складової. Для розглянутих трендових критеріїв отримані залежності їх потужності від параметру розвитку тренду та ймовірності помилки першого роду (хибна тривога), а також оперативні характеристики критеріїв. Аналіз виконано методами аналітичних оцінок та статистичного моделювання. Встановлено, що у випадку альтернативи статистики кореляційного критерію та критерію Фішера швидко нормалізуються, а статистика Стьюдента свого вигляду не змінює. Порівняння трендових критеріїв за потужністю при рівних значеннях ймовірності помилки першого роду дозволяє встановити перевагу критерію Стьюдента, а найгірші показники має кореляційний критерій. Отримання показників потужності критеріїв тренду має важливе значення для прикладних застосувань, оскільки дозволяє встановити ймовірність помилки другого роду (пропуск тренду).

Ключові слова: діагностика; газотурбінний двигун; часові ряди; тренд; критерії; потужність критерію; статистичне моделювання.

Вступ

Впровадження та реалізація стратегії експлуатації силових та енергетичних установок на базі газотурбінних двигунів (ГТД) за технічним станом потребує удосконалення відповідного методичного та програмно-алгоритмічного забезпечення систем технічної діагностики.

Методи прикладної статистики, зокрема аналізу часових рядів, є потужним інструментом для встановлення дійсного технічного стану таких об'єктів діагностування.

В нормативних документах, зокрема ISO 3977-9:1999 Gasturbines, такі методи є рекомендованими для моніторингу технічного стану і прогнозу та/або діагностики можливих відмов, погіршення характеристик або необхідності в технічному обслуговуванні (наприклад, трендовий аналіз).

Тому удосконалення таких методів та обґрунтування їх раціонального вибору є актуальним та

проблемним питанням підвищення достовірності діагностичних висновків щодо встановлення дійсного технічного стану ГТД.

1. Формулювання проблеми

Вибір трендових критеріїв для вирішення прикладних задач є складною проблемою, оскільки вимоги до них завжди є суперечливими. З однієї сторони, трендові критерії повинні мати високу швидкість для встановлення та попередження розвитку аварійних ситуацій, з іншої сторони, такі критерії повинні мати високу достовірність, тобто мінімальне значення ймовірності хибних рішень, що можуть супроводжуватись необґрунтованим зняттям ГТД з експлуатації (помилка першого роду, хибна тривога), або пропуском тренда (помилка другого роду). На жаль, аналізу трендових критеріїв щодо помилок другого роду майже не приділено уваги в відомих і опублікованих дослідженнях. Але відносна ціна та-

кої помилки (пропуск тренду) може бути досить високою, оскільки розвиток аварійної ситуації, яка не встановлена, може привести до втрати об'єкту діагностування та інших вкрай небажаних наслідків.

З теоретичної точки зору, встановлення характеристик трендових критеріїв відносно ймовірності помилки другого роду є питанням встановлення потужності таких критеріїв, оскільки вказана ймовірність є доповненням саме до потужності критерію.

Метою роботи є обґрунтування підходу до оцінки потужності трендових критеріїв та їх порівняльний аналіз.

2. Вирішення проблеми

2.1. Постановка завдання

Загальна статистична модель породження даних для проведення трендового аналізу в наступному буде прийматися у вигляді адитивної сумиш детермінованої та випадкової компонент:

$$x_n = f_n + \xi_n, \quad (1)$$

де f_n – детермінована компонента,

$f_n = f(t)_{t=t_n}$ – ґратчаста функція деякої детермінованої безперервної функції часу,

ξ_n – реалізація дискретного стаціонарного випадкового процесу (ВП).

Часткова статистична модель породження даних з лінійним трендом в наступному буде прийматися у вигляді:

$$x_n = a * n + \xi_n, \quad (2)$$

де $a = \text{const.}$ – темп зміни трендової компоненти, ξ_n – реалізація дискретного ВП, що задовольняє опорній гіпотезі H_0 – належності до вибірки з генеральної сукупності незалежних випадкових величин (ВВ), центрованого та з відомою дисперсією $D_\xi = \sigma_\xi^2$.

Сформуємо деяку статистику: дискретний функціонал $T(x_k, N)$ на вибірках x_k довжиною у N відліків.

На основі статистики сформуємо критерій розрізнення гіпотез:

$$\left. \begin{aligned} H_0 : T(x_k, N) \leq C_\alpha \\ H_1 : T(x_k, N) > C_\alpha \end{aligned} \right\},$$

де H_1 – альтернативна гіпотеза, C_α – порогове значення критерію, яке відповідає заданому рівню значущості α .

Якщо $p_0(x)$ – функція щільності ймовірності вирішувальної статистики для опорної гіпотези, то порогове значення визначається співвідношенням:

$$\int_{C_\alpha}^{\infty} p_0(x) dx = \alpha.$$

Відкидання (спростування) гіпотези H_0 на заданому рівні значущості відповідає перевищення значення вирішувальної статистики порогового рівню.

Статистика $T(x_k, N)$ має відповідний розподіл (функцію щільності ймовірності) і не спростування H_0 , у тому випадку, коли вона є істиною, дає похибку першого роду (хибну тривогу), ймовірність якої є α . Однак однократне перевищення порогового рівня при статистичному експерименті ще не означає відкидання гіпотези H_0 . Слід мати ансамбль реалізацій значного об'єму для підтвердження значимості критерію на рівні α .

З означеного аналізу слідує ключова теза пропонуваного дослідження:

Якщо при статистичному моделюванні, або за експериментальними даними, є змога використати вибірки з ансамблю (2), і значення відліків вирішувальної статистики $T(x_k, N)$ є вибіркою з генеральної сукупності незалежних ВВ з визначеною функцією щільності ймовірності, при чому

$$\left. \begin{aligned} \text{mean}(T(x_k, N)) &= \text{const.} \\ \text{var}(T(x_k, N)) &= \text{const.} \end{aligned} \right\},$$

то апіорна опорна гіпотеза H_0 повинна бути відкинута, альтернативна гіпотеза H_1 прийнятою. Таким чином, в статистичному експерименті, або за експериментальними даними, з'являється можливість визначити похибку другого роду (пропуск тренду) β

$$\int_{-\infty}^{C_\alpha} p_1(x) dx = \beta,$$

де $p_1(x)$ – функція щільності ймовірності вирішувальної статистики для вибірки з трендом.

Звідси $P = 1 - \beta$ є потужність обраного критерію лінійного тренду при заданих темпу a та дисперсії D_ξ на заданому рівні значущості α .

Загалом вибір деякої гіпотези як опорної є умовним. Можна вважати, що опорною є гіпотеза, що вибірки задовольняють СМПД (2), і якщо для обраної статистики існує щільність ймовірності, то така

гіпотеза може бути відкинута на заданому рівні значущості β , що є більш коректною в термінології прикладної статистики тезою.

Квантиль $p_1(x)$ який відповідає β , одночасно є квантилем $p_0(x)$ який відповідає α .

Діаграма $P = 1 - \beta = f(\alpha)$ є вичерпною характеристикою обраного критерію відносно СМПД (2) тобто потужності критерію.

Для характеристики співвідношення трендової та випадкової компоненти зручно обрати коефіцієнт

$$k_a = \frac{a * N}{\sigma_\xi}.$$

Якщо $k_a \leq 1$, то $a * N \leq \sigma_\xi$, цей випадок означає, що зміщення тренду не виходить в кінці інтервалу аналізу за межі СКВ випадкової складової, тобто тренд є досить помірним.

Якщо $k_a = 3$, то $a * N = \sigma_\xi$, цей випадок означає, що зміщення тренду в кінці інтервалу аналізу виходить майже повністю за межі розмаху випадкової складової, тобто тренд є дуже суттєвим.

Випадок $k_a \geq 6$ не представляє інтересу для аналізу, оскільки вплив випадкової складової є незначним.

Таким чином, діаграма

$$P = 1 - \beta = \varphi(k_a), \quad \alpha = \text{const.},$$

отримана шляхом аналітичних оцінок та за допомогою статистичного моделювання, є важливою характеристикою трендових критеріїв для їх порівняння. Чим вище проходить така залежність, тим вище потужність обраного критерію, і тим менша ймовірність пропуску тренду при заданій ймовірності хибної тривоги.

2.2. Характеристики критеріїв тренду за потужністю

2.2.1. Критерій вибіркового коефіцієнту кореляції

Статистика вибіркового коефіцієнту кореляції (ВКК) має відомий вигляд [1, 2]:

Статистика міжвідлікового ВКК розраховується на ковзному вікні аналізу довжиною N або на неперетинаючихся суміжних вікнах аналізу довжиною N . У такому випадку гарантується незалежність відліків вибірок, оскільки у вікно аналізу не попадають одні й ті ж самі відліки часового ряду.

Статистика ВКК достатньо широко використовується для аналізу стаціонарності часового ряду, оскільки її розподіл відомий [1]. Складність аналітичного вигляду такого розподілу обмежує її засто-

сування. Перетворення Фішера [1] нормалізує статистику ВКК при $N \geq 20$. Статистика ВКК є найбільш зручною для досягнення мети дослідження, оскільки не залежить від способу сортування вихідних даних. Нормалізація шляхом застосування перетворення Фішера дозволяє спростити формування критеріїв розрізнення гіпотез, оскільки порогове значення критерію легко встановлюються за щільністю нормального розподілу для заданого рівню значущості.

Найбільш суттєвим результатом проведених досліджень є підтвердження шляхом аналітичних оцінок та шляхом статистичного моделювання тези про те, що:

- отримана перетворенням Фішера статистика $z(x_n, N)$ дійсно нормалізується з довірчою ймовірністю 0,99 по критерію χ^2 , при $N = 20$, як для гіпотези H_0 так за прийняття СМПД (2) як альтернативи;

- функція щільності ймовірності статистики $z(x_n, N)$ для гіпотези H_1 є Гауссовою з вставленими параметрами.

Статистичним моделюванням отримана характеристика виявлення лінійного тренду в вибірках, а саме залежність потужності критерію

$$P_R = 1 - \beta_R = P_R(k_a)$$

при заданому рівні значущості $\alpha = \text{const.}$, що є ймовірністю помилок першого роду (хибних тривог).

Отримана оперативна характеристика критерію, а саме залежність потужності критерію від рівня значущості при різних значеннях параметру тренду $P_R(\alpha, k_a)$.

На ілюстраціях рис. 1 ... рис. 3 представлені отримані результати дослідження потужності критерію.

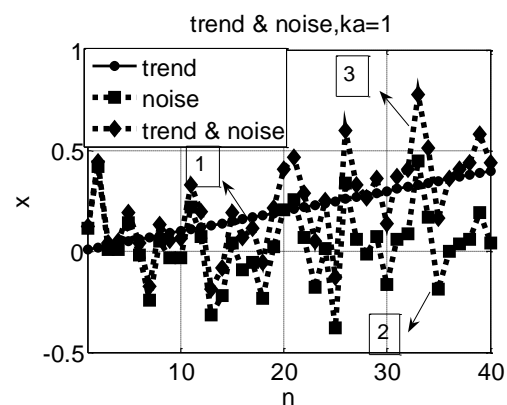


Рис. 1. Вибірка даних часового ряду та її компоненти при $k_a = 1$:

1 – трендова складова, 2 – випадкова складова, 3 – вибірка даних

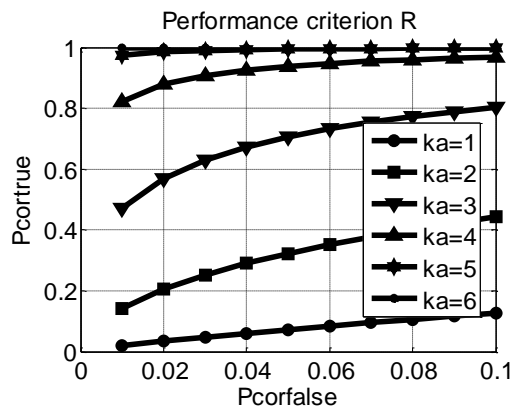


Рис. 2. Залежність потужності критерію ВКК від параметру тренду k_a

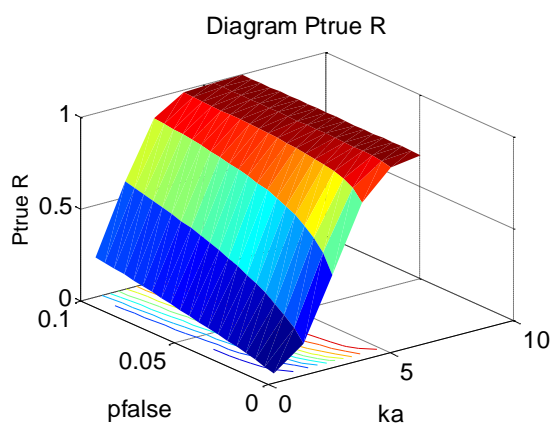


Рис. 3. Оперативна характеристика критерію ВКК

Статистичне моделювання виконане на вибірці довжиною в 220 відліків часового ряду з вікном аналізу у 20 відліків (ковзним та неперетинаючимся) на 500 незалежних реалізаціях.

Зауважимо, що критерій Хальда-Аббе, зводиться до R – критерію при $N \geq 20$. Розглянутий в [2] g' – критерій вочевидь заснований на перетворенні Фішера застосовуваної статистики в статистику ВКК. Таким чином отримані результати можуть бути розповсюджені на деяку групу критеріїв тренду, які пов'язані з критерієм ВКК.

2.2.2. Критерій відношення дисперсій (Фішера)

Критерій відношення дисперсій широко застосовується в прикладній статистиці, зокрема, в задачах аналізу часових рядів, для визначення стаціонарності часового ряду, у різних формулюваннях [1].

За умови відповідності часового ряду гіпотезі H_0 вказана статистика має v – розподіл [1], який інколи також називають розподілом Фішера.

Надалі досліджується статистика

$$F(x_n, N, M) = |\ln v(x_n, N, M)|$$

яка широко використовується також в дисперсійно-аналізі для перевірки рівності середніх у стовпцях матриці ознак. При проведенні статистичного моделювання коротка дисперсія визначалась на вибірці в N відліків часового ряду, а довга на вибірці у $M = 2N$ відліків.

Така інтерпретація обумовлена вимогами практичного застосування, а саме, найшвидшого встановлення наявності тренду. Необхідність забезпечити незалежність відліків вирішувальної статистики потребує уникати повторних (співпадаючих) відліків часового ряду, однак така вимога дуже погіршує швидкість критерію.

На практиці інколи, згідно пропозиції І. В. Єгорова (F –критерій) для формування короткої дисперсії використовується ковзне вікно. Така модифікація дозволяє визначати рівень розвитку тренду, що може бути ефективно використано для діагностики технічного стану ГТД. Але F –критерій має найбільший час спрацювання із параметричних критеріїв та найгіршу швидкість, і тому потребує вибірок значного об'єму.

Згідно [1] статистика F за умови відповідності часового ряду гіпотезі H_0 нормалізується при $N \geq 30$.

Найбільш суттєвим результатом проведених досліджень є підтвердження шляхом аналітичних оцінок та шляхом статистичного моделювання тези про те, що:

- статистика $F(x_n, N, M)$ дійсно нормалізується з довірчою ймовірністю 0,99 по критерію χ^2 , при $N = 20$, як для гіпотези H_0 так за прийняття СМПД (2) як альтернативи;
- функція щільності ймовірності статистики $v(x_n, N, M)$ є Гауссовою з вставленими параметрами.

Отримана характеристика виявлення лінійного тренду в вибірках, а саме залежність потужності критерію

$$P_F = 1 - \beta_F = P_F(k_a)$$

для $N = 20$, при заданому рівні значущості $\alpha = \text{const.}$, що є ймовірністю помилок першого роду (хибних тривог).

Отримана оперативна характеристика критерію, а саме залежність потужності критерію від рівня значущості при різних значеннях параметру тренду $P_F(\alpha, k_a)$.

На ілюстраціях рис. 4, рис. 5 представлені отримані результати дослідження потужності критерію.

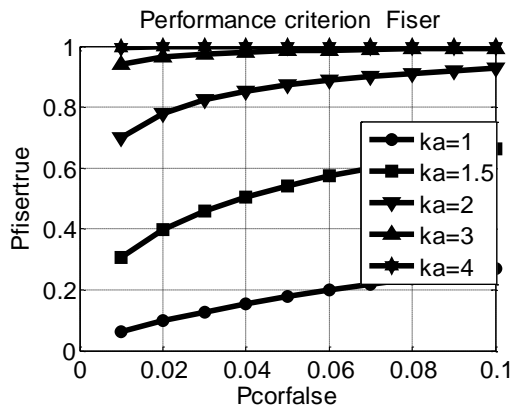


Рис. 4. Залежність потужності F-критерію від параметру тренду k_a

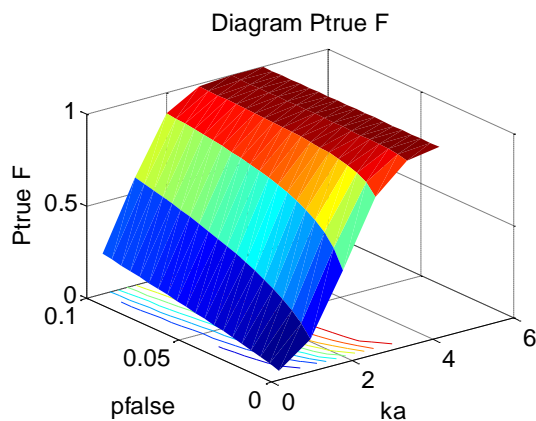


Рис. 5. Оперативна характеристика F-критерію

В загальному випадку при довільних значеннях ступеней свободи N, M статистика $F(x_n, N, M)$ для альтернативи H_1 має опис у вигляді нецентрального розподілу Фішера, що утруднює її практичне застосування. На практиці, як це було обґрунтовано, $N \geq 20, M > N$, і тому нормалізація статистики є важливим фактором, оскільки спрощує визначення порогового рівню спрацювання критерію для відповідного рівню значущості.

Однак слід мати на увазі, що нормалізація статистики взагалі не означає близькості відповідних квантилів, які задані рівнями значущості в області високих значень довірчої ймовірності.

Останнє повинно бути доведено, наприклад, пропонуємо шляхом статистичного моделювання із застосуванням ансамблів вибірок значного об'єму.

Статистичне моделювання виконане для вихідних даних та в умовах, що співпадають з умовами щодо критерію ВКК.

Автори надають перевагу F-критерію завдяки його робастності, добрій інтерпретуємості та надійності висновків. Але його явний недолік щодо швидкодії обмежує застосування вибірками достатнього об'єму. Слід також вказати на чутливість вказаного критерію до ексцесу вибірки.

2.2.3. Критерій рівності середніх (Стюдента)

Критерій рівності середніх (Стюдента) широко застосовується в прикладній статистиці для визначення відмінності вибірових середніх значень у різних вибірках, зокрема також як трендовий критерій для визначення відмінності вибірових середніх значень у суміжних вибірках.

Статистика критерію має відомий вигляд [1]. При статистичному моделюванні послідовно розглядалися пари суміжних вибірок, кожна розміром в N відліків часового ряду, на протязі довжини всієї вибірки в 220 відліків, яка відповідає СМПД (2).

Найбільш суттєвим результатом проведених досліджень є підтвердження шляхом аналітичних оцінок та шляхом статистичного моделювання тези про те, що:

- статистика $St(x_n, N)$ дійсно нормалізується з довірчою ймовірністю 0,99 по критерію χ^2 , але тільки при $N \geq 30$, як для гіпотези H_0 так за прийняття СМПД (2) як альтернативи;
- функція щільності ймовірності статистики $St(x_n, N)$ підпорядковується розподілу Стюдента з вставленими параметрами, що залежать від параметру тренду, та з $G = 2N - 2$ ступенями свободи.

Отримана характеристика виявлення лінійного тренду в вибірках, а саме залежність потужності критерію

$$P_{St} = 1 - \beta_{St} = P_{St}(k_a)$$

для $N = 20$, при заданому рівні значущості $\alpha = \text{const.}$, що є ймовірністю помилок першого роду (хибних тривог).

Отримана оперативна характеристика критерію, а саме залежність потужності критерію від рівня значущості при різних значеннях параметру тренду $P_{St}(\alpha, k_a)$.

На ілюстраціях рис. 6, рис. 7 представлені отримані результати дослідження потужності критерію Стюдента, який використовується як трендовий критерій.

Статистика рівності середніх Стюдента в суміжних вибірках часового ряду, яка використовується в якості трендового критерію, також нормалізується при $N \geq 30$, що не задовольняє вихідним припущенням. Тому доцільно використовувати розпо-

діл Стюдента для аналізу такої статистики за отриманих умов. Таке ускладнення не є суттєвим, оскільки розподіл Стюдента є загальновідомим та табуюваним. Переваги пропонованої статистики складаються у високій потужності, у порівнянні з трендовими критеріями класу ВКК та F-критерію і пов'язаними з ним. Як це встановлено, статистика рівності середніх нечутлива до ексцесу. Але швидкість розглядаємої статистики не є досить високою, оскільки перший її відлік може бути отримано лише на $(2N+1)$ -му кроці за умови незалежності відліків.

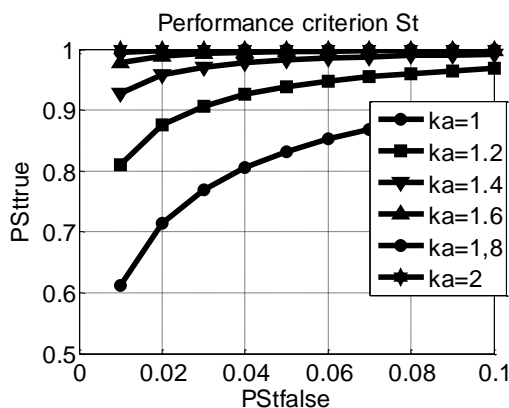


Рис. 6. Залежність потужності критерію Стюдента від параметру тренду k_a

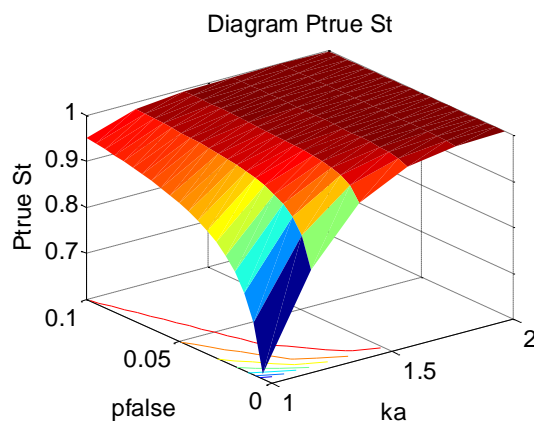


Рис. 7. Оперативна характеристика критерію Стюдента

Статистичне моделювання виконане в умовах, що співпадають з умовами щодо критерію ВКК та F-критерію,

2.2.4. Порівняння критеріїв тренду за потужністю

Розглянемо наступні залежності для кожного із порівнювальних критеріїв:

- доповнення $P=1-\beta=P(k_a)$ до ймовірності β відкинути гіпотезу H_1 в тому випадку, коли вона є априорі вірною. Такі залежності характеризують потужності порівнювальних критеріїв в залежності від параметрів лінійного тренду та наведені на рис. 8.

- оперативні характеристики критеріїв: залежності вказаної ймовірності від ймовірності помилок першого роду α (рис. 9).

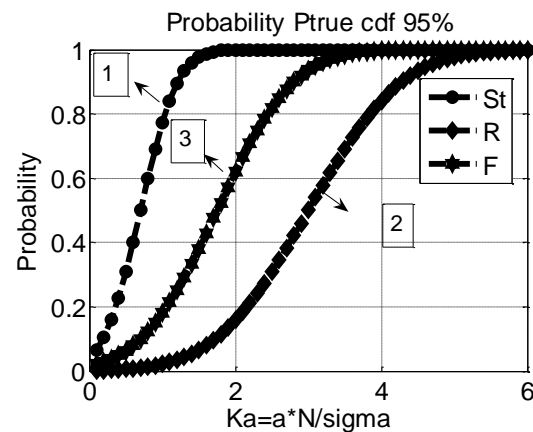


Рис. 8. Залежність потужності статистик від параметру тренду k_a , для $\alpha=0,05$:

1 – критерій Стюдента, 2 – критерій ВКК, 3 – критерій Фішера

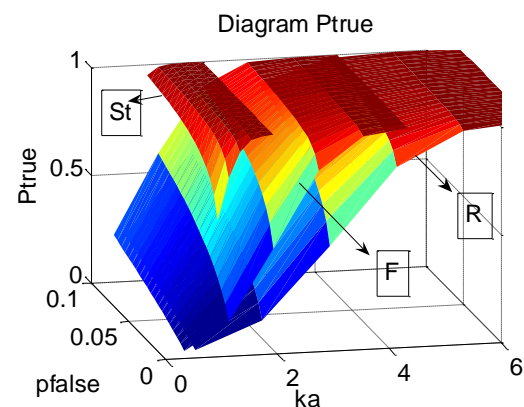


Рис. 9. Оперативні характеристики критеріїв: St – критерій Стюдента, R – критерій ВКК, F – критерій Фішера

Порівняння критеріїв дає можливість встановити наступні результати.

1. Критерій Стюдента дозволяє встановити наявність тренду з високою довірчою ймовірністю навіть при помітному темпі його розвитку. Критерій ВКК має найгірші характеристики по вказаному показнику, а критерій Фішера займає проміжне положення.

2. Оперативна характеристика критерію Стьюдента розташовується завжди вище оперативних характеристик критеріїв ВКК та Фішера. Критерій ВКК в рамках використаних допущень має найгіршу оперативну характеристику.

Таким чином, потужність критерію Стьюдента, в рамках допущень СМПД (2) та за обраними алгоритмами формування статистик, суттєво перевищує потужність порівнювальних критеріїв Фішера та ВКК у діапазоні рівней значущості $\alpha = 0,01 \dots 0,1$ та рівней розвитку лінійного тренду $k_a = 1 \dots 6$.

Слід наголосити, що пропонуване порівняння має важливе значення, оскільки умовна ціна помилки першого (хибна тривога) або другого (пропуск тренду) роду зазвичай суттєво відрізняється. В першому випадку прийняття невірної рішення означає необгрунтоване зняття об'єкту з експлуатації та витрати на "outage", а в другому випадку – пропуск розвитку аварійної ситуації та можлива втрата об'єкту та значні супутні втрати.

Критерії тренду можуть порівнюватися за різними показниками [2] і пропонуваний підхід не є переважним, але суттєво необхідним.

Заключення

Запропонований підхід до оцінки потужностей критеріїв тренду шляхом введення нової обгрунтованої статистичної моделі породження даних та комплексним застосуванням методу аналітичних оцінок і статистичного моделювання, дозволяє

виконати обгрунтований вибір таких критеріїв за мінімізацією ймовірностей хибних рішень.

Порівняння розглянутих трендових критеріїв за потужністю при рівних значеннях ймовірності помилки першого роду дозволяє встановити перевагу критерію Стьюдента.

Розгляд більш складних статистичних моделей породження даних, зокрема, що враховують негаусівський розподіл вихідних даних, становить перспективи подальших досліджень.

Література

1. Korn, G. A. *Mathematical Handbook* / G. A. Korn, T. M. Korn. – McGraw-Hill Book, 1968. – 832 p.
2. Епифанов, С. В. Выбор эффективных критериев тренда для алгоритмов параметрической диагностики [Текст] / С. В. Епифанов, Б. А. Щербань, Ю. В. Черкасов // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2012. – №8 (95). – С. 232–240.

References

1. Korn, G. A., Korn, T. M. *Mathematical Handbook*. McGraw-Hill Book, 1968. 832 p.
2. Yepifanov, S. V., Scherban, B. A. Cherkasov, Y. V. Vibor effektivnih criteriiv trenda dla algoritmov parametricheskoy diagnostiki [Effective Trend Criteria Selection For Application In Parametric Diagnostic Algorithm]. *Aviacijno-kosmicna tehnika i tehnologija – Aerospace technic and technology*, 2012, no. 8 (95), pp. 232–240.

Надійшла до редакції 31.05.2020, розглянута на редколегії 15.08.2020

ОЦЕНКА МОЩНОСТИ КРИТЕРИЕВ ТРЕНДА

В. Ф. Миргород, И. М. Гвоздева

Предлагается подход к выбору и сравнению критериев, которые применяются при анализе временных рядов параметров регистрации технического состояния силовых и энергетических установок на основе газотурбинных двигателей. Подход основан на установленных важной характеристики трендовых критериев, а именно мощности таких критериев, которые рассматриваются как критерии различения сложных гипотез. Для анализа предлагается статистическая модель порождения данных в виде совокупности детерминированной трендовой и случайной составляющих. Детерминированная составляющая рассматривается в виде линейного приближения ее разложения в ряд Тейлора. Такое допущение обосновывается необходимостью выявить тренд на наиболее коротком промежутке времени, на котором трендовая составляющая допускает линейное приближение. Случайная составляющая принимается в виде выборки из генеральной совокупности независимых случайных величин, которые имеют нормальное распределение. Для анализа избраны наиболее распространенные критерии тренда: критерий Стьюдента равенства средних; критерий отношения дисперсий Фишера; корреляционный критерий и его разновидности. Опорная гипотеза имеет вид принадлежности временного ряда к выборке из генеральной совокупности независимых случайных величин, а альтернатива - принадлежности к выборке с линейным трендом. Трендовые статистики соответствующих критериев сформированы на скользящему или секционном непересекающемся окне анализа заданной размерности. Параметром развития тренда избрано отношения прироста тренда за время анализа к СКО случайной составляющей. Для рассмотренных трендовых критериев получены зависимости их мощности от параметра

развития тренда и вероятности ошибки первого рода (ошибочная тревога), а также оперативные характеристики критериев. Анализ выполнен методами аналитических оценок и статистического моделирования. Установлено, что в случае альтернативы статистики корреляционного критерия и критерия Фишера быстро нормализуются, а статистика Стьюдента своего вида не изменяет. Сравнение трендовых критериев по мощности при равных значениях вероятности ошибки первого рода позволяет установить преимущество критерия Стьюдента, а худшие показатели имеет корреляционный критерий. Получение показателей мощности критериев тренда имеет важное значение для прикладных применений, поскольку позволяет установить вероятность ошибки второго рода (пропуск тренда).

Ключевые слова: диагностика; газотурбинный двигатель; временные ряды; тренд; критерии; мощность критерия; статистическое моделирование.

ESTIMATION OF POWER OF TREND CRITERIA

V. Myrhorod, I. Hvozdeva

An approach to the selection and comparison of the criteria that are used in the analysis of time series of registration parameters of the technical camp of power and power plants based on gas turbine engines is proposed. The approach is based on established important characteristics of trending criteria, namely the power of such criteria, which are considered as criteria for distinguishing complex hypotheses. For analysis, we propose a statistical model for generating data in the form of a combination of deterministic trends and random components. A deterministic component is considered as a linear approximation of its expansion in a Taylor series. This assumption is justified by the need to show a trend in the shortest period of time at which the trend component allows a linear approximation. A random compound is taken as a sample of a general population of independent random variables that have a normal distribution. For analysis, the most common trend criteria were selected: Student's criterion for equality of means; Fisher dispersion ratio criterion; correlation criterion and its varieties. The supporting hypothesis has the form of belonging of a time series to a sample from the general set of independent random variables, and an alternative is belonging to a sample with a linear trend. Trend statistics of the relevant criteria generated on a moving or sectional disjoint analysis window of a given dimension. The trend development parameter was selected as the ratio of the trend growth during the analysis to the standard deviation of the random component. For the considered trend criteria, the obtained dependences of their power on the trend development parameter and the probability of an error of the first kind (erroneous alarm), as well as the operational characteristics of the criteria. The analysis was performed by the methods of analytical estimates and statistical modeling. It has been established that in the case of an alternative, the statistics of the correlation criterion and the Fisher criterion are quickly normalized, and student statistics do not change their type. A comparison of trending power criteria with equal values of the probability of an error of the first kind allows us to establish the advantage of the Student criterion, and the correlation criterion has the worst performance. Obtaining indicators of the power of trend criteria are important for applied applications since it allows you to establish the probability of the second kind of error (skipping a trend).

Keywords: diagnostics; gas turbine engine; time series; trend criteria; criterion power; statistical modeling.

Миргород Володимир Федорович – д-р техн. наук, ст. наук. співробітник АТ «Елемент», Одеса, Україна.

Гвоздева Ірина Маратівна – д-р техн. наук, ст. наук. співробітник АТ «Елемент», Одеса, Україна.

Volodymyr Mirgorod – Doctor of science, senior scientist JSC «Element», Odesa, Ukraine,
e-mail: v.f.mirgorod@gmail.com, ORCID Author ID: 0000- 0001- 8361-1672.

Iryna Gvozdeva – Doctor of science, senior scientist JSC «Element», Odesa, Ukraine,
ORCID Author ID: 0000- 0001- 5797- 0559.