

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ СИММЕТРИЧНОГО КЛЕЕВОГО СОЕДИНЕНИЯ. УПРУГОПЛАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЕФОРМИРОВАНИЯ КЛЕЯ

В большинстве современных моделей напряженно-деформированного состояния (НДС) клеевых соединений предполагается упругий закон деформирования соединяемых слоев и клеевого слоя. Однако ряд авторов отмечает, что линейно-упругая модель деформирования не всегда приемлема для описания деформирования клеевого слоя, поскольку при достижении некоторых напряжений связь напряжений с деформациями может отличаться от линейной [1, 2].

НДС клеевого слоя может быть описано с различной степенью приближения, однако чаще всего исследователи используют одномерные модели. Наиболее простой моделью НДС соединения является модель Фолькерсена [1]. Эта модель служит базой для ряда других более сложных моделей и чаще всего используется для обобщения моделей в различных направлениях, например на задачи динамики [3] или на учет ширины соединения [4]. Значительное количество работ посвящено развитию модели Фолькерсена в направлении учета нелинейного закона деформирования клея. В частности, в работе [5] предлагается прямой численный метод, позволяющий получить решение при произвольной зависимости напряжений в клее от деформаций. Во многих работах предполагается, что связь сдвиговых деформаций γ с касательными напряжениями в клее τ может быть приближенно описана упругопластическим законом (рис. 1). Исследования НДС соединений с упругопластическими клеями проводились Харьковском авиационном институте еще в 70-х годах прошлого века, при этом использовался вариационный подход к построению решения данной задачи (например, [6] и другие работы).

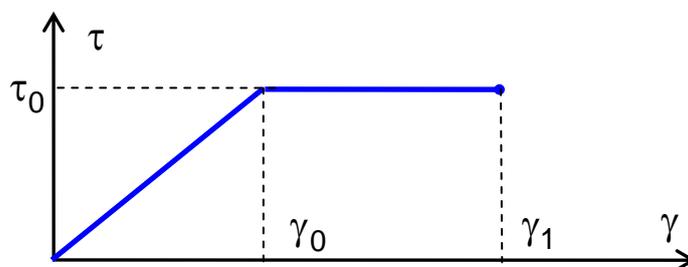


Рисунок 1 – Связь напряжений с деформациями

Кроме того, в ЦАГИ также в те же годы уделялось внимание решению данной задачи. Например, в работе [7] полагается, что у

концов соединения имеются участки пластической деформации и предложены алгоритмы, реализующие последовательное уточнение длины участков пластической деформации. При этом на каждой итерации проводится расчет НДС соединения.

В данной работе развивается этот же подход, однако предлагается методика, согласно которой не требуется проводить расчеты НДС на каждой итерации, а длина участка пластической деформации определяется отдельно из соответствующего трансцендентного уравнения. Также найдены границы применимости предложенного подхода и проведены параметрические исследования НДС соединения.

Постановка задачи. Для повышения прочности соединений соединяемые детали выполняют равной жесткости, т.е. $E_1\delta_1 = E_2\delta_2$, где E_m и δ_m – соответственно модуль упругости и толщина соответствующего соединяемого слоя. В авиационных конструкциях, как правило, применяются симметричные двухсрезовые соединения, для анализа НДС которых в силу симметрии может рассматриваться половина толщины и длины соединения (рис. 2).

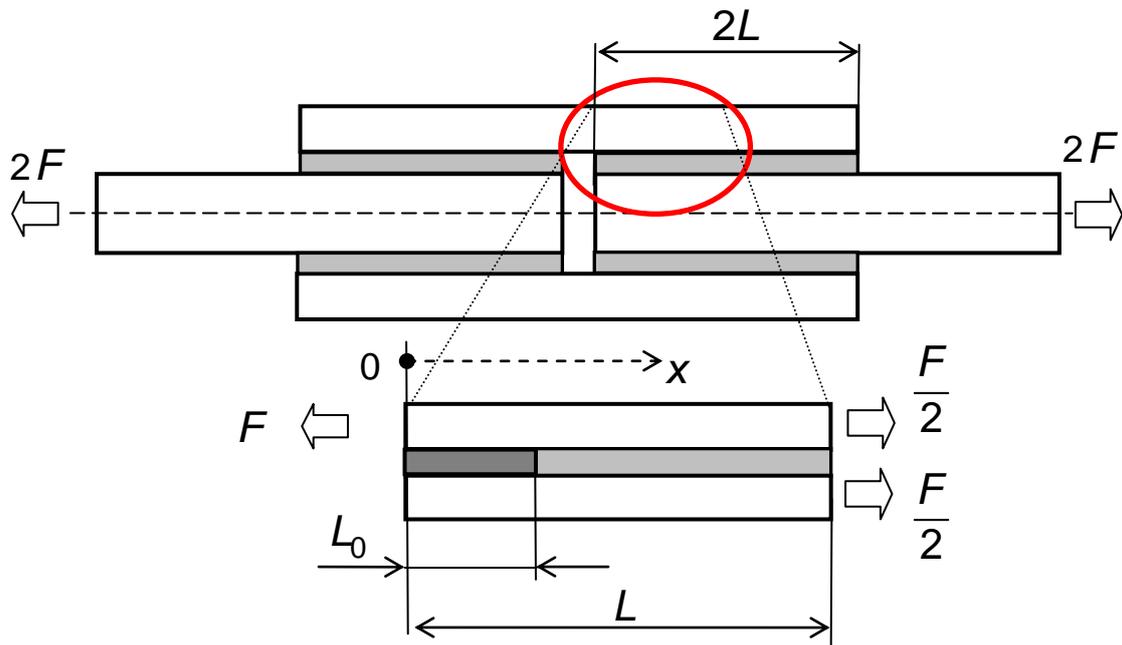


Рисунок 2 – Схема нагружения соединения и рассматриваемый участок склейки

Толщину соединяемых слоев и модуль упругости обозначим δ и E , жесткость слоя на растяжение-сжатие – $B = \delta E$, толщину и модуль сдвига клеевого слоя – соответственно δ_0 и G_0 . Длина области склейки – $2L$, однако в силу симметрии в дальнейшем будем рассматривать половину длины склейки L (рис. 2).

Построение решения. Очевидно, что при незначительной нагрузке F касательные напряжения в клеевом слое невелики ($\tau < \tau_0$), а значит, клей деформируется как линейно-упругое тело по всей длине соединения. В этом случае продольные перемещения слоев описываются известными формулами [1]:

$$\begin{aligned} U_1 &= C_1 + C_2 x + C_3 \operatorname{ch}(\theta x) + C_4 \operatorname{ch}(\theta(x-L)); \\ U_2 &= C_1 + C_2 x - C_3 \operatorname{ch}(\theta x) - C_4 \operatorname{ch}(\theta(x-L)), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\theta = \sqrt{\frac{2G_0}{\delta_0 E \delta}}$, а константы C_1, \dots, C_4 находим из краевых условий

$$U_1|_{x=0} = 0, \quad \frac{dU_2}{dx}|_{x=0} = 0, \quad \frac{dU_1}{dx}|_{x=L} = \frac{F}{2\delta E}, \quad \frac{dU_2}{dx}|_{x=L} = \frac{F}{2\delta E}. \quad (2)$$

Начало координат в данном случае находится у левого конца рассматриваемого участка склейки (см. рис. 2).

Краевые условия (2) приводят к выражениям для коэффициентов

$$C_1 = \frac{F \operatorname{coth}(\theta L)}{2B\theta}; \quad C_2 = \frac{F}{2B}; \quad C_3 = 0; \quad C_4 = -\frac{F}{2B\theta \operatorname{sh}(\theta L)}.$$

Напряжения в клее

$$\tau = G_0 \gamma = \frac{G_0}{\delta_0} (U_2 - U_1) = \frac{G_0}{\delta_0} \frac{F}{B \operatorname{sh} \theta L} \cdot \operatorname{ch} \theta(x-L). \quad (3)$$

Предельное усилие F_0 , до которого ($F < F_0$) клей работает как линейно-упругое тело, определяется условием

$$\tau(0) = \tau_0. \quad (4)$$

Откуда находим

$$F_0 = \frac{\tau_0 \delta_0 B \theta}{G_0} \operatorname{th}(\theta L). \quad (5)$$

Если приложенная нагрузка $F > F_0$, у левого края соединения образуется область $x \in [0; L_0]$ (см. рис. 2), где деформации клея будут пластическими.

На внутреннем участке $x \in (L_0; L]$ перемещения несущих слоев описываются зависимостями (1). А на участке $x \in [0; L_0]$ касательные напряжения в клее постоянны по величине и равны τ_0 . В этом случае уравнения равновесия имеют вид

$$\frac{d^2 U_1^*}{dx^2} + \frac{\tau_0}{B} = 0; \quad \frac{d^2 U_2^*}{dx^2} - \frac{\tau_0}{B} = 0.$$

Проинтегрировав, получим:

$$U_1^* = -\frac{\tau_0}{B} \frac{x^2}{2} + S_1 x + S_2; \quad U_2^* = \frac{\tau_0}{B} \frac{x^2}{2} + S_3 x + S_4, \quad (6)$$

где S_1, \dots, S_4 – константы интегрирования.

Для определения восьми констант C_1, \dots, C_4 (1) и S_1, \dots, S_4 (6) составим систему из восьми краевых условий и условий сопряжения:

$$\left. \frac{dU_2^*}{dx} \right|_{x=0} = 0; \quad U_1^*(L_0) = U_1(L_0); \quad U_2^*(L_0) = U_2(L_0); \quad \left. \frac{dU_2^*}{dx} \right|_{x=L} = \frac{F}{2B},$$

$$U_1^*(0) = 0; \quad \left. \frac{dU_1^*}{dx} \right|_{x=L_0} = \left. \frac{dU_1}{dx} \right|_{x=L_0}; \quad \left. \frac{dU_2^*}{dx} \right|_{x=L_0} = \left. \frac{dU_2}{dx} \right|_{x=L_0}; \quad \left. \frac{dU_1}{dx} \right|_{x=L} = \frac{F}{2B}.$$

Откуда находим

$$S_1 = \frac{F}{B}; \quad S_2 = S_3 = 0; \quad S_4 = \frac{(2\tau_0 L_0 - F)}{B\theta} \coth(\theta(L_0 - L)) - \frac{L_0^2 \tau_0 - L_0 F}{B};$$

$$C_1 = \frac{S_4}{2}; \quad C_2 = \frac{S_1}{2}; \quad C_3 = 0; \quad C_4 = \frac{2\tau_0 L_0 - F}{2\theta B \operatorname{sh}(\theta(L_0 - L))}.$$

Здесь L_0 является неизвестной величиной, которая зависит от величины приложенной нагрузки F . Из условия равенства касательных напряжений на краю упругой области пределу текучести клея $\tau(L_0) = \tau_0$ получим трансцендентное уравнение относительно L_0 :

$$(2\tau_0 L_0 - F) \coth(\theta(L_0 - L)) - \frac{\tau_0 \delta_0 \theta B}{G_0} = 0. \quad (7)$$

Решив данное уравнение относительно L_0 каким-нибудь численным методом, например, методом секущих, находим неизвестную длину участка пластичности L_0 . А зная L_0 , вычисляем коэффициенты C_1, \dots, C_4 и S_1, \dots, S_4 по приведенным выше формулам.

Численные примеры. Рассмотрим клеевое соединение двух алюминиевых пластинок одинаковой толщины: $2L = 30$ мм, $E = 72$ ГПа, $\delta = 1,5$ мм, $G = 0,6$ ГПа, $\delta_0 = 0,2$ мм, $\tau_0 = 15$ МПа. Соответствующее усилие F_0 (5) составит $F_0 = 127000$ Н/м (около 130 кгс/см).

На рис. 3 показаны графики касательных напряжений в клее при нагрузке (а) $F = 196000$ Н/м и (б) $F = 294000$ Н/м, что соответствует нагрузке в 200 и 300 кгс/см соответственно.

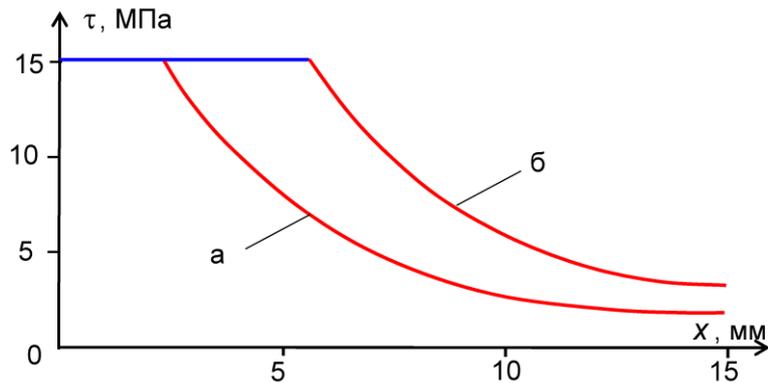


Рисунок 3 – Напряжения в клее при продольной нагрузке $F = 196000$ Н/м (а), $F = 294000$ Н/м (б)

Горизонтальная площадка у левого края графика – область пластической деформации клея, где касательные напряжения постоянны: $\tau = \tau_0$. Как видно из графиков, появление под воздействием нагрузки незначительной области пластической деформации в клее обеспечивает повышение несущей способности клеевого соединения в несколько раз.

Соответствующие графики сдвиговых деформаций в клеевом слое (определяемых как разность перемещений несущих слоев, отнесенная к толщине клеевого слоя) показаны на рис. 4.

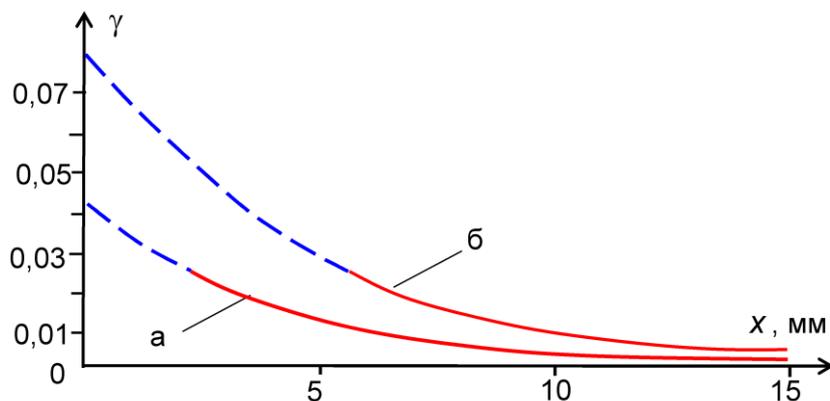


Рисунок 4 – Сдвиговая деформация в клеевом слое

Штриховой линией показаны графики деформаций в зоне пластической деформации клеевого слоя. Сравнив деформации γ в точке $x = 0$ с известными предельными деформациями γ_1 (рис. 1), можно оценить несущую способность соединения.

Интерес представляет задача проектирования соединения, т.е. подбор оптимальных параметров соединения, которые обеспечивают заданную несущую способность при минимальной, например, массе соединения. Однако решение такой задачи имеет определенные затруднения, связанные с тем, что деформация у края склейки практически не зависит от длины соединения и алгоритмы определения

длины области склейки по заданной нагрузке оказываются расходящимися.

Зависимость деформаций в клеевом слое от длины соединения $2L$ при нагрузке $F = 196000$ Н/м (200 кгс/см) показана на рис. 5. Рассматривались значения L , равные 10, 15 и 20 мм.

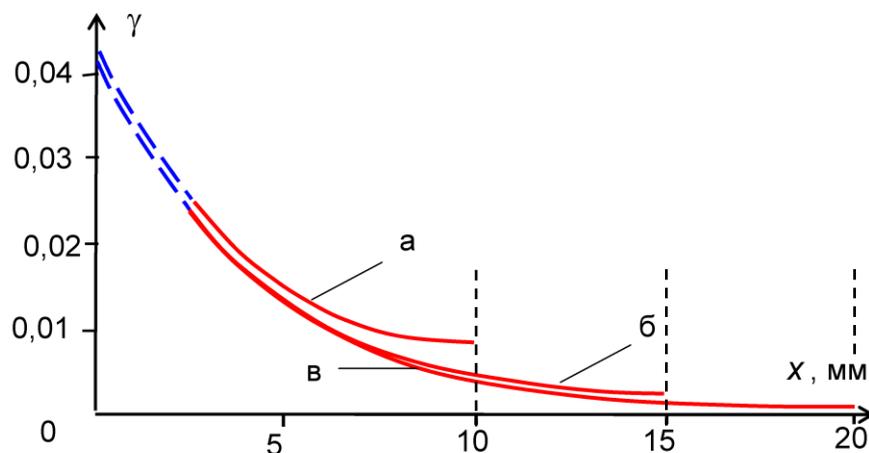


Рисунок 4 – Сдвиговая деформация в клеевом слое при $L = 10$ мм (а), $L = 15$ мм (б) и $L = 20$ мм (в)

Расчеты показывают, что длина области пластической деформации L_0 также мало зависит от длины области склейки $2L$.

При проведении испытаний образцов соединений на разрыв часто возникает задача определения упругих характеристик клея по диаграмме растяжения. В данном случае на диаграмме растяжения будет присутствовать линейный (при $F < F_0$) и нелинейный ($F > F_0$) участки. В качестве примера зависимости перемещений от прилагаемой нагрузки на рис. 5 показан график деформаций γ в точке $x = 0$.

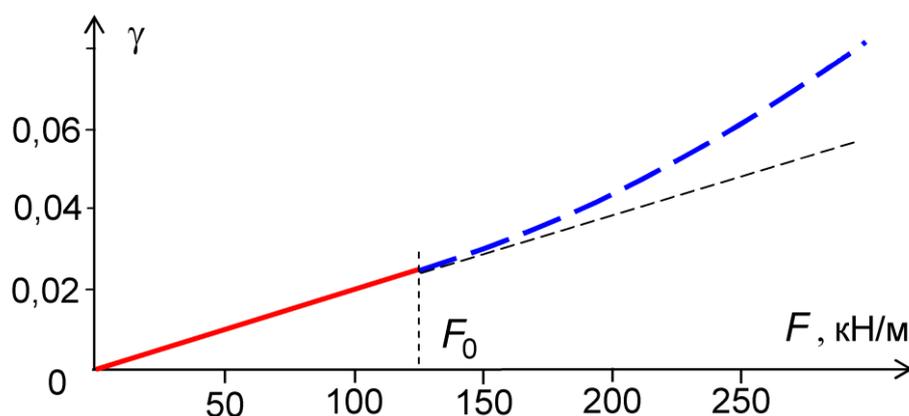


Рисунок 5 – График зависимости от нагрузки деформации в клею на краю соединения

Выводы. Модель клеевого соединения Фолькерсена обобщена на упругопластическую модель деформирования клея. Получено аналитическое решение задачи о нахождении НДС соединения. Размер

области пластической деформации клея определяется из полученного в работе трансцендентного уравнения.

Показано, что пластическое деформирование клея в области больших деформаций обеспечивает значительное повышение несущей способности соединения. Дальнейшее развитие предлагаемого подхода может быть направлено в следующих направлениях:

- 1) моделирование закона деформирования клея более общим билинейным законом;
- 2) введение в модель соединения Голанда и Рейсснера упругопластического закона деформирования клея.

Список использованных источников

1. Da Silva Lucas, F.M. Analytical models of adhesively bonded joints—Part I: Literature survey [Text] / Lucas F.M. da Silva, P.J.C. Neves, R.D. Adams, J.K. Spelt // Int. J. of Adh. & Adh. – 2009, V.29, p. 319–330.
2. Davis M. Principles and practices of adhesive bonded structural joints and repairs [Text] / M. Davis, D. Bond // Int. J. of Adh. & Adh. –1999, Vol. 19, pp. 91–105.
3. Куреннов, С.С. Динамические напряжения в клеевом соединении. Модель Фолькерсена [Текст] / С. С. Куреннов // Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. – 2014. – № 4. – С. 108–115.
4. Kurennov, S.S. A Simplified Two-Dimensional Model of Adhesive Joints. Nonuniform Load [Text] / S.S. Kurennov // Mechanics of Composite Materials. September – 2015, Vol. 51, Issue 4, pp. 479–488.
5. Lee K. J. The non-linear analysis of tapered bonded joints [Text] / K.J. Lee // Computers & Struc. – 1995, Vol. 56, № 4, p. 637–643.
6. Брушковский А.Л. Расчет стеклопластиковых агрегатов, сочлененных накладками на упруго-пластичных клеях [Текст] / А.Л. Брушковский, В.Е. Гайдачук, Л.А. Колесников // Самолетостроение техника воздушного флота. – Х.: ХГУ, 1970, Вып 23, – С. 49–55.
7. Хватан А.М. Расчет клеевого соединения с учетом пластичности клея [Текст] / А.М. Хватан // Ученые записки ЦАГИ. – 1979, Т. 10, № 4. – С. 140–143.

Поступила в редакцию 07.09.2016.

*Рецензент: д-р техн. наук, проф. Я.С. Карпов,
Национальный аэрокосмический университет
им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков.*