

УДК 629.735.33.023.44.002.3: 620.22-419

Я. С. Карпов, д-р техн. наук,
М. А. Шевцова, канд. техн. наук

**АНАЛИЗ РЕШЕНИЙ НЕКОТОРЫХ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ
ИНЖЕНЕРИИ СЛОИСТЫХ КОМПОЗИТОВ УЧЕНЫМИ КАФЕДРЫ
КОМПОЗИТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ И АВИАЦИОННОГО
МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЯ ХАРЬКОВСКОГО
АВИАЦИОННОГО ИНСТИТУТА**

**ЧАСТЬ 1. ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУРЫ СЛОИСТЫХ КОМПОЗИТОВ
И КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЛОНЖЕРОННОГО КРЫЛА**

Инженерия композитных материалов (КМ) прошла путь от эйфории по поводу реальных возможностей решения проблем металлических конструкций через некоторое разочарование в связи со множеством специфических чисто композитных проблем до понимания необходимости развертывания систематических исследований в области композитов, в том числе компонентов и их взаимодействия в материале, определения статических, динамических, климатических и других свойств, расчета на прочность, проектирования и изготовления композитных конструкций и т.д. Большинство проблем инженерии КМ связано с их специфическими свойствами, среди которых наиболее существенными являются:

- формирование свойств материала одновременно с изготовлением детали и отсутствие каких-либо способов изменения характеристик материала после формования;
- невозможность прямой экспериментальной или достоверной косвенной проверки реализуемых свойств монослоя в пакете, по которым осуществляется проектирование;
- наличие в слоях температурных, усадочных и пуассоновых дополнительных напряжений, которые не проявляются при стандартных испытаниях образцов однонаправленного КМ, и их величину в пакете можно оценить только косвенно для частных структур;
- разнородность и разномодульность на растяжение и сжатие, вызвавшие необходимость пересмотра существующих нормативных документов по экспериментальному определению физико-механических характеристик;
- принципиальные отличия поведения композитов от металлов при статических, циклических, динамических, контактных и других видах внешних воздействий, что обусловило необходимость пересмотра некоторых традиционных и разработки новых подходов к конструированию изделий.

Изучением и решением множества проблем, связанных с этими и

другими особенностями композитов, занимаются множество фирм, исследовательских центров и университетов во всем мире. Все преследуют цель обеспечения надежного и безопасного функционирования изделий при существенном снижении энергоемкости и затрат на обслуживание всего жизненного цикла. Среди учебных заведений заметное место занимает Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», в котором более 50 лет проводятся комплексные исследования различных аспектов создания авиакосмических и других конструкций из полимерных слоистых композитов. Впервые в СССР были изготовлены закрылки и фюзеляж самолета АН-2 из стеклопластиков под руководством профессора, д.т.н. Гайдачука В.Е., одного из основоположников системного исследования и применения КМ в Украине. В целях информирования научной и инженерной общественности, обеспечения кооперирования различных организаций и исключения дублирования работ представляется актуальным и необходимым обзор решения некоторых фундаментальных проблем инженерии композитов в Харьковском авиационном институте. Среди них: создание теории проектирования структуры КМ и типовых узлов и деталей; разработка ряда принципиально новых конструктивно-технологических решений (КТР) соединений высоконагруженных деталей; синтез методологии проектировочного и поверочного расчетов на прочность авиаконструкций из слоистых КМ; вскрытие механизма изгибно-крутильных деформаций тонкостенных стержней с неоднородным поперечным сечением и математическое описание напряженно-деформированного состояния; оптимизация температурно-временного режима полимеризации термореактивных связующих и возможность повышения их прочностных свойств; обоснование нового подхода к оперативному прогнозированию усталостной долговечности и др. Такой обзор при систематическом проведении и доведении до сообщества инженеров-исследователей позволит, с одной стороны, ускорить процесс внедрения КМ, а с другой – оптимизировать структуру и содержание научных исследований в различных организациях путем развития специализации и кооперации.

1. Оптимизация параметров структуры слоистых композитов

От структуры композитов (количества слоев, их углов армирования и последовательности укладки по толщине) зависят их физико-механические характеристики, а значит, и эффективность применения, поэтому проектирование структуры КМ является фундаментальной проблемой разработки любой конструкции. До настоящего времени отсутствует полное и корректное решение этой задачи, которая в классе ортотропных КМ формулируется следующим образом - определить такие значения толщины слоев δ_i , их углов армирования φ_i и их общего коли-

чества в пакете n , которые при заданной плотности ρ_i каждого из них доставляли бы минимум массе (рис. 1):

$$G = ab \sum_{i=1}^n \delta_i \rho_i \quad (1)$$

при обеспечении прочности каждого слоя в форме какого-либо критерия прочности, например максимальных напряжений или Мизеса – Хилла:

$$F_{1ic} \leq \sigma_{1i} \leq F_{1ip};$$

$$F_{2ic} \leq \sigma_{2i} \leq F_{2ip};$$

$$\tau_{12i} \leq F_{12i}; \quad (2)$$

$$\frac{\sigma_{1i}^2}{F_{1i}^2} - \frac{\sigma_{1i}\sigma_{2i}}{F_{1i}F_{2i}} + \frac{\sigma_{2i}^2}{F_{2i}^2} + \frac{\tau_{12i}^2}{F_{12i}^2} \leq 1.$$

Здесь F_{1i}, F_{2i}, F_{12i} – соответствующие пределы прочности КМ i -го слоя на растяжение (р) и сжатие (с):

$$F_{1i} = \begin{cases} F_{1ip} & \text{при } \sigma_{1i} > 0; \\ F_{1ic} & \text{при } \sigma_{1i} < 0; \end{cases} \quad F_{2i} = \begin{cases} F_{2ip} & \text{при } \sigma_{2i} > 0; \\ F_{2ic} & \text{при } \sigma_{2i} < 0. \end{cases}$$

Напряжения в слоях $\sigma_{1i}, \sigma_{2i}, \tau_{12i}$ определяются формулами

$$\sigma_{1i} = \bar{E}_{1i} \left[\varepsilon_x (\cos^2 \varphi_i + \mu_{21i} \sin^2 \varphi_i) + \varepsilon_y (\sin^2 \varphi_i + \mu_{12i} \cos^2 \varphi_i) + \gamma_{xy} (1 - \mu_{21i}) \sin \varphi_i \cos \varphi_i \right];$$

$$\sigma_{2i} = \bar{E}_{2i} \left[\varepsilon_x (\sin^2 \varphi_i + \mu_{12i} \cos^2 \varphi_i) + \varepsilon_y (\cos^2 \varphi_i + \mu_{21i} \sin^2 \varphi_i) + \gamma_{xy} (\mu_{12i} - 1) \sin \varphi_i \cos \varphi_i \right]; \quad (3)$$

$$\tau_{12i} = G_{12i} \left[(\varepsilon_y - \varepsilon_x) \sin 2\varphi_i + \gamma_{xy} \cos 2\varphi_i \right],$$

где средние деформации пакета $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ находят из уравнений физического закона для ортотропного КМ:

$$\varepsilon_x = \frac{N_x B_{22} - N_y B_{12}}{B_{11} B_{22} - B_{12}^2}; \quad \varepsilon_y = \frac{N_y B_{11} - N_x B_{12}}{B_{11} B_{22} - B_{12}^2}; \quad \gamma_{xy} = \frac{q_{xy}}{B_{33}},$$

где N_x, N_y, q_{xy} – действующие погонные усилия (см. рис. 1);

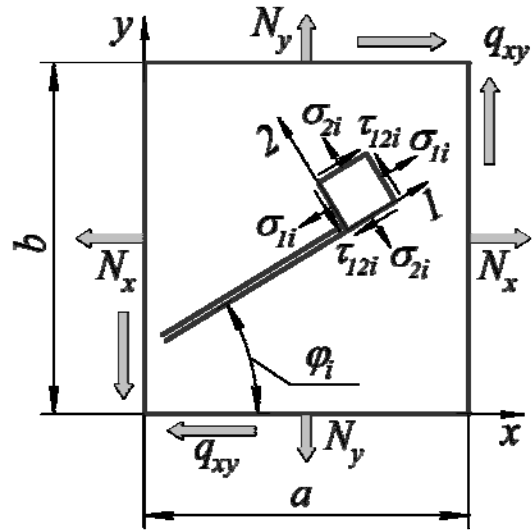


Рисунок 1 - Схема действующих усилий на панель и напряжения в слоях

$B_{11}, B_{12}, B_{22}, B_{33}$ – осевые жесткости пакета слоев КМ.

После подстановки формул (3) в критерий (2) получено неравенство [1-3]

$$\begin{aligned} & \cos^4 \varphi_i (d_{1i} \varepsilon_x^2 + d_{2i} \varepsilon_y^2 + d_{4i} \varepsilon_x \varepsilon_y) + \sin^4 \varphi_i (d_{1i} \varepsilon_y^2 + d_{2i} \varepsilon_x^2 + d_{4i} \varepsilon_x \varepsilon_y) + \\ & + \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i \left[4d_{3i} (\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + d_{4i} (\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2) + 2\varepsilon_x \varepsilon_y (d_{1i} + d_{2i}) \right] + \\ & + \gamma_{xy}^2 \left[d_{3i} + \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i (d_{1i} + d_{2i} - 4d_{3i} - d_{4i}) \right] + \\ & + \gamma_{xy} \sin \varphi_i \cos \varphi_i \left\{ \cos^2 \varphi_i \left[\varepsilon_x (2d_{1i} - 4d_{3i} - d_{4i}) - \varepsilon_y (2d_{2i} - 4d_{3i} - d_{4i}) \right] + \right. \\ & \left. + \sin^2 \varphi_i \left[\varepsilon_y (2d_{1i} - 4d_{3i} - d_{4i}) - \varepsilon_x (2d_{2i} - 4d_{3i} - d_{4i}) \right] \right\} \leq 1, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{где } d_{1i} = \bar{E}_{1i}^2 \left(\frac{1}{F_{1i}^2} + \frac{\mu_{21i}^2}{F_{2i}^2} - \frac{\mu_{21i}}{F_{1i} F_{2i}} \right); \quad d_{2i} = \bar{E}_{2i}^2 \left(\frac{\mu_{12i}^2}{F_{1i}^2} + \frac{1}{F_{2i}^2} - \frac{\mu_{12i}}{F_{1i} F_{2i}} \right);$$

$$d_{3i} = \frac{G_{12i}^2}{F_{12i}^2}; \quad d_{4i} = \bar{E}_{1i} \bar{E}_{2i} \left(\frac{2\mu_{12i}}{F_{1i}^2} + \frac{2\mu_{21i}}{F_{2i}^2} - \frac{1 - \mu_{12i} \mu_{21i}}{F_{1i} F_{2i}} \right).$$

Поиск оптимальной структуры среди равнопрочных, т.е. при зависимостях (2) или (4) в виде равенств, методом неопределенных множителей Лагранжа показал, что для одного расчетного случая рациональной является структура $[\pm\varphi_1, \pm\varphi_2]$ со всеми вытекающими частными случаями в зависимости от соотношения внешних нагрузок N_x, N_y, q_{xy} и физико-механических характеристик материала. К аналогичным результатам приводит решение задачи при ограничениях в виде неравенств (2) или (4) с помощью теории Куна - Таккера [2, 4 - 7]. При нескольких расчетных случаях (одна и та же структура работоспособна для нескольких вариантов нагружения) класс оптимальных структур расширяется и к схеме армирования $[\pm\varphi_1, \pm\varphi_2]$ добавляется $[0, \pm\varphi, 90]$ [3]. Наложение конструктивно-технологического ограничения в виде целого числа монослоев препрега (арматуры) для каждого угла принципиально не меняет тип структуры композита, а несколько расширяет интервал углов, в пределах которого условия прочности выполняются.

В качестве примера в табл. 1, 2 приведены результаты оптимизации структуры композита на основе однонаправленной ленты для двух и трех расчетных случаев при $N_x = N_y = q_{xy} = 1$ кН/мм и толщине монослоя $\delta_0 = 0,08$ мм.

Из приведенных данных, а также с учетом содержащихся в [3] результатов следует, что за редкими исключениями, связанными с дис-

кретным характером изменения толщины, структура $[0, 90, \pm \varphi]$ удовлетворяет всем требованиям разработчиков изделий из композитов. Если в этой схеме армирования принять $\varphi = 45^\circ$, то суммарная толщина увеличивается незначительно и происходит перераспределение материала между слоями [3, 7].

Для многих элементов конструкций более жестким является ограничение на устойчивость. Наиболее часто его принимают в виде

$$-\frac{N_x}{N_{xкр}} - \frac{N_y}{N_{yкр}} + \frac{q_{xy}^2}{q_{xyкр}^2} \leq 1, \quad (5)$$

где $N_{xкр}$, $N_{yкр}$, $q_{xyкр}$ – критические усилия при изолированном сжатии по осям x и y и на сдвиг, которые в общем случае определяются зависимостью следующего вида:

$$\{N_{xкр}, N_{yкр}, q_{xyкр}\} = \{K_x, K_y, K_{xy}\} \pi^2 \frac{\sqrt{D_1 D_2}}{ab}. \quad (6)$$

Здесь K_x, K_y, K_{xy} – коэффициенты опирания, вычисляемые по формулам, приведенным в [8], и по таблицам из работ [3, 9]. Изгибные жесткости D_1 и D_2 для симметричного пакета слоев относительно срединной поверхности, который при равной массе является более жестким на изгиб, вычисляют по формулам

$$\begin{aligned} D_1 &= 2 \sum_{i=1}^{n/2} b_{11i} \left[\frac{\delta_i^3}{12} + \delta_i \left(\sum_{k=1}^i \delta_k - \frac{\delta_i}{2} \right)^2 \right]; \\ D_2 &= 2 \sum_{i=1}^{n/2} b_{22i} \left[\frac{\delta_i^3}{12} + \delta_i \left(\sum_{k=1}^i \delta_k - \frac{\delta_i}{2} \right)^2 \right], \end{aligned} \quad (7)$$

где b_{11i}, b_{22i} – осевые жесткости слоя.

Из зависимостей (5) – (7) видно, что для устойчивости важна последовательность укладки слоев. Минимизация целевой функции (1) при ограничении (5) в виде равенства (избыточная устойчивость не нужна) методом неопределенных множителей Лагранжа приводит к оптимальной структуре $[\pm \varphi]$, а при нескольких расчетных случаях – к схеме армирования $[\pm \varphi_1, \pm \varphi_2]$ или $[0, 90, \pm \varphi]$ [2, 3].

Решение задачи при ограничениях на прочность и устойчивость принципиально не меняет тип оптимальной структуры, а искомые параметры зависят от того, какое из ограничений является активным. Как видно из рис. 2, оптимальный угол армирования по устойчивости во многом зависит от размеров панели и редко совпадает с оптимумом по прочности [2].

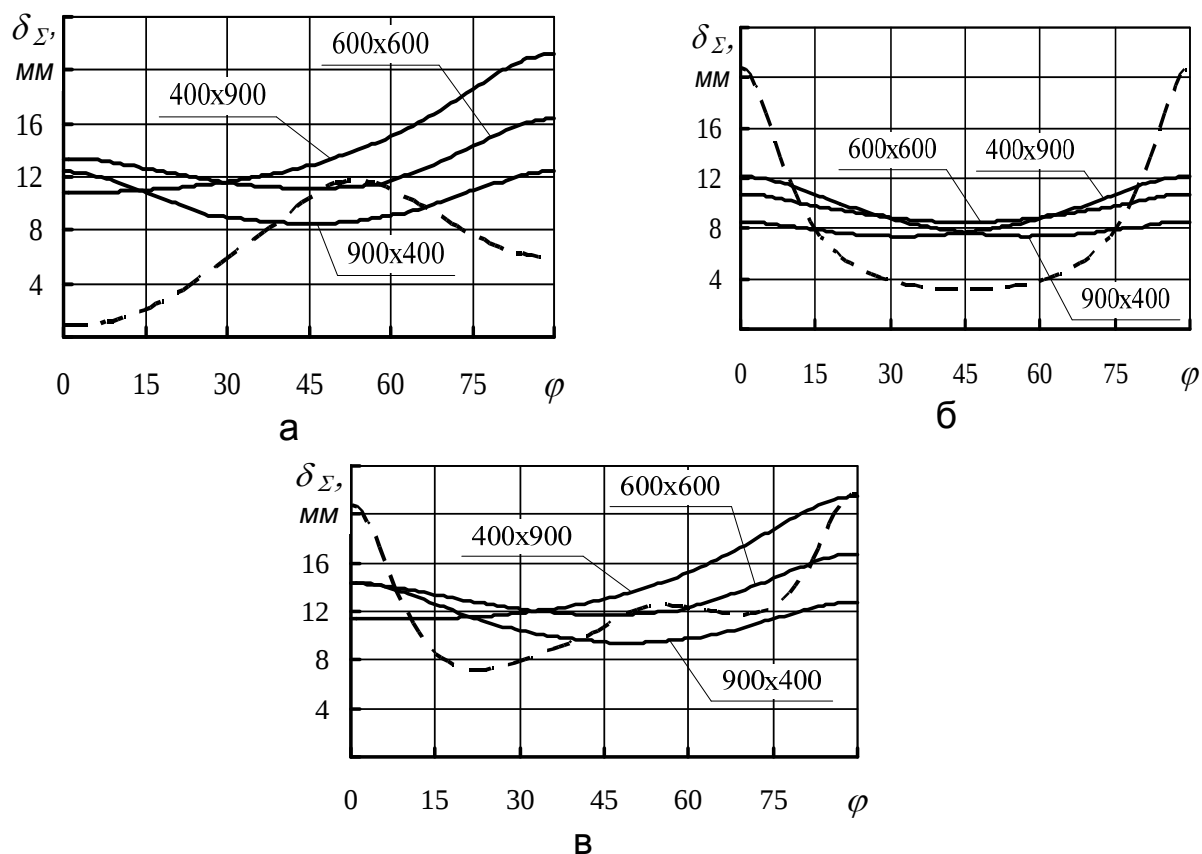


Рисунок 2 – Графики зависимости толщины композитной панели от угла армирования по условиям прочности (штриховая линия) и устойчивости (сплошные линии):

а – $N_x = -1 \text{ кН/мм}$, $N_y = q_{xy} = 0$; б – $N_x = N_y = 0$, $q_{xy} = 1 \text{ кН/мм}$;

в – $N_x = -1 \text{ кН/мм}$, $N_y = 0$, $q_{xy} = 1 \text{ кН/мм}$

Для многих элементов конструкций, таких, например, как обшивка крыла, важно ограничение на прогиб во избежание нерегламентированного изменения аэродинамического профиля. Рассмотрена задача поиска оптимальной структуры, обеспечивающего выполнение условия непревышения прогиба заданной величины [8]:

$$W = 0,0166 \frac{Pa^2 b^2}{\frac{D_1}{c^2} + 2D_3 + D_2 c^2} \leq W_0. \quad (8)$$

Минимизация целевой функции (1) при изолированном ограничении (8), которое в таком случае может приниматься в виде равенства, методом неопределенных множителей Лагранжа приводит к оптимальной структуре $[\pm\varphi]$, т.е. такой же, как и для устойчивости, что вполне объяснимо [2, 6, 7].

Таблица 1 - Оптимальные параметры КМ для двух расчетных случаев

Тип и параметры структуры		Расчетные случаи						
$[\pm\varphi_1, \pm\varphi_2]$	$2\delta_1$, мм	1,52	0,16	1,44	5,12	0,88	4,48	0,24
	$2\delta_2$, мм	1,60	4,48	1,92	0	4,8	0	4,8
	δ_Σ , мм	3,12	4,64	3,36	5,12	5,68	4,48	5,04
	φ_1°	0	0	0	27	0	45	0
	φ_2°	83	36	69	0	60	0	31
$[0, 90, \pm\varphi]$	δ_1 , мм	1,52	0,16	1,44	0,08	0,88	0	0,24
	δ_2 , мм	0	0	1,6	0	0	0	0
	$2\delta_3$, мм	1,6	4,48	0,32	4,8	4,8	4,48	4,8
	δ_Σ , мм	3,12	4,64	3,36	4,88	5,68	4,48	5,04
	φ°	83	36	30	28	60	45	31

Таблица 2 - Оптимальные параметры структуры КМ при трех расчетных случаях нагружения

Тип и параметры структуры		Расчетные случаи						
$[\pm\varphi_1, \pm\varphi_2]$	$2\delta_1$, мм	2,56	0,16	0,64	2,56	0,16	0,8	1,84
	$2\delta_2$, мм	2,56	6,08	6,08	4,48	6,08	4,8	5,44
	δ_Σ , мм	5,12	6,24	6,72	7,04	6,24	5,6	7,28
	φ_1°	59	0	8	69	0	90	0
	φ_2°	31	45	44	40	46	30	51
$[0, 90, \pm\varphi]$	δ_1 , мм	0,8	0,16	0,64	1,12	0,16	0	0,88
	δ_2 , мм	0	0	0	0,08	0	0,8	0,96
	$2\delta_3$, мм	4,48	6,08	6,08	5,76	6,08	4,8	5,12
	δ_Σ , мм	5,28	6,24	6,72	6,96	6,24	5,6	6,96
	φ°	56	45	44	52	46	30	45

Если спроектирована структура композита по прочности и устойчивости и при этом не выполняется условие (8), то путем логических рассуждений обоснован вывод о том, что для удовлетворения всего комплекса ограничений (прочностные, по устойчивости, по жесткости и конструктивно-технологические) оптимальную структуру следует искать в классе $[\pm\varphi_1, \pm\varphi_2]$ или $[0, 90, \pm\varphi]$.

Следует отметить, что одна из первых попыток проектирования структуры ортотропного композита минимальной массы была предпринята на основе стержневой структурной модели [10], в соответствии с которой оптимальной оказалась структура $[0, 90, \pm 45]$ [11]. Неполнота этого решения связана с особенностью представления слоистого композита системой стержней, для которой, как известно, минимум массы соответствует статически определимой конструкции.

Приведенные выше результаты оптимизации структуры КМ по условиям прочности и устойчивости панели были получены в предположении о непрерывном характере параметров δ и φ , что позволило использовать метод неопределенных множителей Лагранжа и теоремы Куна – Таккера [2, 5]. Толщина пакета не может быть произвольной величиной и должна соответствовать целому, а для устойчивости – четному количеству монослоев. Это фактически означает округление значений толщины в большую сторону, что равносильно появлению запасов прочности или устойчивости, т.е. при численной реализации разработанных методик ограничения используются фактически в виде неравенств.

Несмотря на достигнутые практически важные результаты, отсутствуют достаточно убедительные доводы в пользу окончательности полученных решений задачи оптимизации структуры слоистого композита. Например, нет ли лучшего решения среди анизотропных структур, особенно для прямоугольных панелей (пластин), или среди неравнопрочных, хотя последнее широко исследовано численными методами и вывод об оптимальности равнопрочных структур подтвержден. Все рассматриваемые структуры являются статически неопределимыми, вследствие чего при термомеханическом нагружении в слоях возникают дополнительные внутренние самоуравновешенные напряжения и тогда необходимо проектировать структуру композита с учетом температуры. Для многих практических задач важен не минимум массы, а экстремумы других целевых функций, и тогда поиск наилучшей структуры может осуществляться по описанным методикам. Широкий спектр применяемых материалов и решаемых задач обосновывает необходимость учета нелинейности – физической и (или) геометрической. Перечень возможных направлений научного поиска можно продолжить.

2. Проектирование многолонжеронного крыла

Применение КМ наиболее эффективно в конструкциях с детерминированным характером нагружения их элементов, когда в полном объеме реализуются высокие удельные прочность и жесткость вдоль волокон. К таким конструкциям относится многолонжеронное крыло с неработающей на изгиб обшивкой. В этом случае панели между лонжеронами могут рассматриваться как бесконечно длинные, а для них в условиях сдвига рациональным является армирование по хорде крыла и тогда их включение в изгиб является минимальным. Количество лонжеронов и площади их полок влияют на распределение потоков касательных усилий по контурам, а значит, и на массу обшивки. В связи с этим возникает проблема рационального распределения материала по лонжеронам, особенно при существенной разнопрочности композитов на растяжение и сжатие. В работах [3, 12 - 17] подробно исследована задача проектирования многолонжеронного крыла на основе расчетной схемы тонкостенного стержня. Рассмотрены две проектные зависимости распределения площадей полок лонжеронов и одна – для изгибающего момента:

$$f_{\epsilon i} = f_{\epsilon 1} \frac{(y_{\epsilon i} - y_0)^{\kappa}}{(y_{\epsilon 1} - y_0)^{\kappa}}; f_{H i} = f_{H 1} \frac{(y_{H i} - y_0)^{\kappa}}{(y_{H 1} - y_0)^{\kappa}}; \quad (9)$$

$$f_{\epsilon i} = A_{\epsilon} \left(\sin \frac{\pi y_{\epsilon i}}{2y_{\epsilon}^*} \right)^{\kappa}; \quad f_{H i} = A_H \left(\sin \frac{\pi y_{H i}}{2y_H^*} \right)^{\kappa};$$

$$\frac{M_i}{M_{i+1}} = \frac{(y_{\epsilon i} - y_{H i})^{\kappa}}{(y_{\epsilon, i+1} - y_{H, i+1})^{\kappa}}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (10)$$

где $f_{\epsilon i}$, $f_{H i}$ – площадь поперечного сечения верхней и нижней полок с координатами $y_{\epsilon i}$ и $y_{H i}$; M_i – изгибающий момент в i -м лонжероне; y_0 – координата центра тяжести; $\kappa, A_{\epsilon}, A_H, y_{\epsilon}^*, y_H^*$ – оптимизируемые (проектные) параметры

Условия прочности полок записаны в виде критерия максимальных деформаций. Так как при различных расчетных случаях полки лонжеронов могут

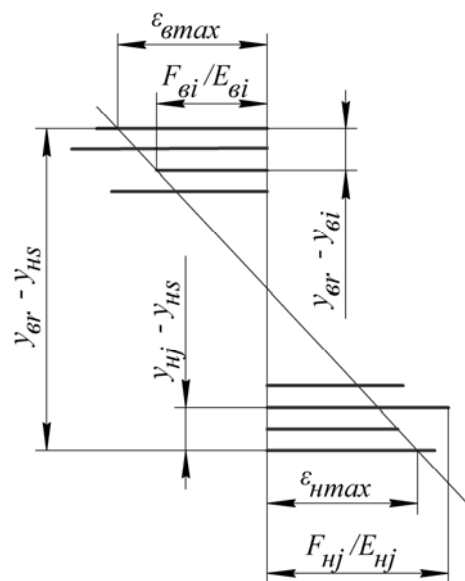


Рисунок 3 - Схема поиска предельных деформаций полок лонжеронов

быть как сжатыми, так и растянутыми, то с помощью схемы, показанной на рис. 3, разработана методика определения предельной деформации верхней и нижней полок, обеспечивающей выполнение условий прочности для всех полок и расчетных случаев.

Методика основана на введении понятия базового расчетного случая и определении таких значений проектных деформаций, при которых найденные для него значения площадей полок обеспечивают прочность для всех режимов эксплуатации.

В качестве базового расчетного случая может быть принят один из имеющихся или искусственно созданный. Это позволило синтезировать следующие зависимости для расчета проектных деформаций для базового расчетного случая, по которому проектируется сечение крыла:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{\text{в max}}^{(Б)} &= \min_{i,t} \left[\frac{M_x^{(Б)}}{M_x^{(t)}} \left(\frac{F_{\text{ei}}^{(t)}}{E_{\text{ei}}} \frac{y_{\text{вр}} - y_{\text{HS}}}{y_{\text{ei}} - y_{\text{HS}}} - \varepsilon_{\text{H max } i}^{(Б)} \frac{y_{\text{ei}} - y_{\text{вр}}}{y_{\text{ei}} - y_{\text{HS}}} \right) \right]; \\
 \varepsilon_{\text{H max}}^{(Б)} &= \min_{j,t} \left[\frac{M_x^{(Б)}}{M_x^{(t)}} \left(\frac{F_{\text{Hj}}^{(t)}}{E_{\text{Hj}}} \frac{y_{\text{вр}} - y_{\text{HS}}}{y_{\text{вр}} - y_{\text{Hj}}} - \varepsilon_{\text{в max } j}^{(Б)} \frac{y_{\text{HS}} - y_{\text{Hj}}}{y_{\text{вр}} - y_{\text{Hj}}} \right) \right]; \\
 \varepsilon_{\text{H max } i}^{(Б)} &= \min_{j,t} \left[\frac{M_x^{(Б)}}{M_x^{(t)}} \left(\frac{F_{\text{Hj}}^{(t)}}{E_{\text{Hj}}} \frac{y_{\text{ei}} - y_{\text{HS}}}{y_{\text{ei}} - y_{\text{Hj}}} - \frac{F_{\text{ei}}^{(t)}}{E_{\text{ei}}} \frac{y_{\text{HS}} - y_{\text{Hj}}}{y_{\text{ei}} - y_{\text{Hj}}} \right) \right]; \\
 \varepsilon_{\text{в max } j}^{(Б)} &= \min_{i,t} \left[\frac{M_x^{(Б)}}{M_x^{(t)}} \left(\frac{F_{\text{ei}}^{(t)}}{E_{\text{ei}}} \frac{y_{\text{вр}} - y_{\text{Hj}}}{y_{\text{ei}} - y_{\text{Hj}}} - \frac{F_{\text{Hj}}^{(t)}}{E_{\text{Hj}}} \frac{y_{\text{ei}} - y_{\text{вр}}}{y_{\text{ei}} - y_{\text{Hj}}} \right) \right].
 \end{aligned} \tag{11}$$

В этих формулах обозначено: $M_x^{(Б)}, M_x^{(t)}$ – изгибающий момент базового и рассматриваемого расчетных случаев; $F_{\text{ei}}^{(t)}, F_{\text{Hj}}^{(t)}$ – пределы прочности материала i -й верхней и j -й нижней полки для t -го расчетного случая, которые принимают значение «на растяжение» или «на сжатие» в зависимости от знака (направления) изгибающего момента; $E_{\text{ei}}, E_{\text{Hj}}$ – модуль упругости материала полки; $y_{\text{вр}}, y_{\text{HS}}, y_{\text{ei}}, y_{\text{Hj}}$ – координаты наиболее удаленных от нейтральной оси полок и рассматриваемых; i, j – номер верхней и нижней полки соответственно, принимающий значение $i, j = 1, \dots, n$ (n – количество лонжеронов); $t = 1, \dots, m$ – номер расчетного случая.

Для оценки влияния характера распределения площади полок трех лонжеронов по хорде крыла в табл. 3 приведены результаты расчета по двум расчетным случаям. Толщина обшивки определялась из условия восприятия действующих потоков касательных усилий, вычисляемых по

традиционной методике для многозамкнутого контура поперечного сечения [15, 17].

Таблица 3 - Характеристика сечения трехлонжеронного крыла

Параметр κ	Распределение (9)			Распределение (10)		
	Погонная масса, $\frac{кг}{м}$			Погонная масса, $\frac{кг}{м}$		
	полок	обшивки и стенок	сечения в целом	полок	обшивки и стенок	сечения в целом
0,5	6,18	24,2	30,38	8,81	25,4	34,21
1	5,70	23,9	29,60	8,36	24,9	33,26
2	5,06	23,5	28,56	7,56	24,1	31,66
3	4,71	23,3	28,01	6,89	24,0	30,89
4	4,52	23,3	27,82	6,37	23,5	29,87

Эти данные, а также содержащиеся в работах [3, 12–17] свидетельствуют о том, что, во-первых, площади полок лонжеронов необходимо оптимизировать совместно с обшивкой и, во-вторых, характер задаваемой функции распределения жесткости лонжеронов по хорде крыла существенно влияет на его массу. Общепринятым для металлических конструкций значением $\kappa = 2$ в распределении (10) следует пользоваться с большой осторожностью, особенно при нескольких расчетных случаях, потому что это значение получено из условия равенства прогибов лонжеронов с одинаковыми полками и с расположением их нейтральных линий в одной плоскости.

Дальнейшие исследования необходимо проводить с учетом других важных ограничений, таких, как регламентируемые аэроупругие свойства, изгибные и крутильные деформации и др.

3. Проектирование лонжеронов и балок

Для однолонжеронных, в т.ч. подкосных, крыльев необходимая изгибная прочность и жесткость обеспечиваются лонжероном, размещаемым чаще всего в месте максимальной толщины профиля. Разработана методика определения рациональных параметров элементов поперечного сечения лонжерона (рис. 4), включающая в себя:

а) обоснование формы и структуры поперечного сечения

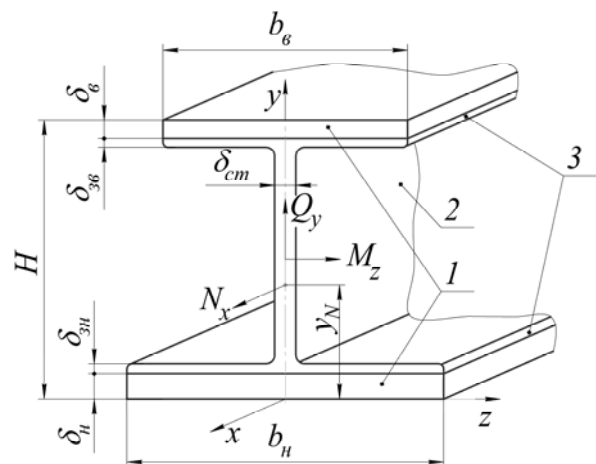


Рисунок 4 - Схема поперечного сечения лонжерона

1 – полки; 2 – стенка; 3 – заплечики

балки из композитов, отличающейся наличием заплечиков стенки для обеспечения требуемой несущей способности соединения полков со стенкой (склеивания, приформовки, механического соединения и др.) и для разгрузки полков от касательных напряжений, возникающих в однонаправленной полке, которая не приспособлена для их восприятия (см. классический расчет тонкостенных профилей с открытым контуром поперечного сечения);

б) оптимизацию конструктивных параметров δ_e , δ_H , δ_{cm} , b_e , b_H (см. рис. 4), доставляющих минимум погонной массе при обеспечении прочности полков, стенки и их соединения между собой, устойчивости сжатой полки и стенки, регламентированного максимального прогиба и конструктивно-технологических ограничений (формирование толщины из целого (четного) числа монослоев арматуры, размещение механического крепежа при соединении лонжерона с обшивкой и др.). В целях повышения оперативности расчетов обоснован ряд упрощений, в т.ч.:

- при $(\delta_e \text{ или } \delta_H)/H \leq 0,284$ можно пренебречь собственной изгибной жесткостью полков (погрешность составит менее 5%);

- при $(\delta_e \text{ или } \delta_H)/H \leq 0,05 \dots 0,2$, $(b_e \text{ или } b_H)/H \leq 0,05 \dots 0,5$; $\delta_{cm}/H \leq 0,032$ и $E_p/E_{cm} = 3 \dots 10$ можно пренебречь изгибной жесткостью стенки с заплечиками;

- при $(\delta_e \text{ или } \delta_H)/H \leq 0,05$ и одинаковом материале полков в расчетах допустимо не учитывать переменный характер распределения напряжений по толщине полков [19].

Ввиду неопределенности знаков напряжений в полках на этапе проектирования и связанной с этим невозможностью назначения предельных напряжений F_e и F_H получены необходимые условия для определения толщины полков по следующим формулам [19]:

$$\delta_e = 2 \frac{M_z + N_x (y_N + H_{эф} - H)}{2H_{эф} \epsilon_e F_e - N_x}; \quad \delta_H = 2 \frac{-M_z + N_x (H_{эф} - y_N)}{2H_{эф} \epsilon_H F_H - N_x}, \quad (12)$$

где $H_{эф} = H - \frac{1}{2}(\delta_e + \delta_H)$ – эффективная высота лонжерона.

Показано, что при использовании компьютерных технологий проектирования целесообразно организовать итерационный процесс вычислений путем задания $H_{эф} = (0,85 \dots 0,95)H$ вместо решения системы уравнений (12) относительно δ_e и δ_H . Это связано с тем, что аналитическое решение приводит к некоторым парадоксам для некоторых сочетаний свойств материала полков [3, 19, 20];

в) при нескольких расчетных случаях с ограничением на прочность полков в виде

$$F_{\text{вс}} \leq \frac{2M_{zj} + N_{xj} (2y_{nj} - 2H - 2H_{\text{эф}} + \delta_{\text{в}})}{2H_{\text{эф}} b_{\text{в}} \delta_{\text{в}}} \leq F_{\text{вр}}; \quad (13)$$

$$F_{\text{нс}} \leq \frac{-2M_{zj} + N_{xj} (2H_{\text{эф}} - 2y_{nj} + \delta_{\text{н}})}{2H_{\text{эф}} b_{\text{н}} \delta_{\text{н}}} \leq F_{\text{нр}}$$

разработана методика оптимизации на основе задания базового расчетного случая, для которого определяются такие пределы напряжения $F_{\text{в}}^{(\text{Б})}$ и $F_{\text{н}}^{(\text{Б})}$, при которых найденные по ним значения толщины полок по нагрузкам базового расчетного случая обеспечивали их прочность для всех условий эксплуатации. Например, при базовом расчетном случае в виде чистого изгиба толщина полок определяется следующими формулами [19, 20]:

$$\delta_{\text{в}} = \frac{M_z^{(\text{Б})}}{H_{\text{эф}} b_{\text{в}} F_{\text{в}}^{(\text{Б})}}; \quad \delta_{\text{н}} = \frac{-M_z^{(\text{Б})}}{H_{\text{эф}} b_{\text{н}} F_{\text{н}}^{(\text{Б})}};$$

$$F_{\text{в}}^{(\text{Б})} = \min(F_{\text{в}1}, F_{\text{в}2}); \quad F_{\text{н}}^{(\text{Б})} = \max(F_{\text{н}1}, F_{\text{н}2});$$

$$F_{\text{в}1} = \min_r \left[\frac{M_z^{(\text{Б})} (2H_{\text{эф}} b_{\text{в}} F_{\text{вр}} - N_{xr})}{2H_{\text{эф}} b_{\text{в}} [M_{xr} + N_{xr} (y_{nr} + H_{\text{эф}} - H)]} \right]; \quad (14)$$

$$F_{\text{в}2} = \min_s \left[\frac{M_z^{(\text{Б})} (-2H_{\text{эф}} b_{\text{в}} F_{\text{вс}} - N_{xs})}{2H_{\text{эф}} b_{\text{в}} [M_{zs} + N_{xs} (y_{ns} + H_{\text{эф}} - H)]} \right];$$

$$F_{\text{н}1} = \min_r \left[\frac{M_z^{(\text{Б})} (-2H_{\text{эф}} b_{\text{н}} F_{\text{нр}} - N_{xr})}{2H_{\text{эф}} b_{\text{н}} [-M_{zr} + N_{xr} (H_{\text{эф}} - y_{nr})]} \right];$$

$$F_{\text{н}2} = \min_s \left[\frac{M_z^{(\text{Б})} (2H_{\text{эф}} b_{\text{н}} F_{\text{нс}} - N_{xs})}{2H_{\text{эф}} b_{\text{н}} [-M_{zs} + N_{xs} (H_{\text{эф}} - y_{ns})]} \right]. \quad (15)$$

Здесь r, s – номера расчетных случаев, при которых верхняя (нижняя) полка растянута или сжата соответственно;

г) во многих практических задачах на балку (лонжерон) накладыва-ется ограничение по прогибу (рис. 5). Оптимизация параметров методом неопределенных множителей Лагранжа для изопериметрической задачи приводит к следующей системе интегрально-алгебраических уравнений для определения потребных площадей полок лонжерона $f_{\text{в}}$ и $f_{\text{н}}$:

$$f_{\theta}^2 = \frac{M_z(\ell - x_0)}{w_0 E_{\theta} H_{\text{эф}}^2} \int_0^{x_0} \frac{E_{\theta} f_{\theta} + E_H f_H}{E_H f_H} f_{\theta} dx; \quad (16)$$

$$\frac{f_H^2}{f_{\theta}^2} = \frac{\rho_{\theta} E_{\theta}}{\rho_H E_H},$$

где x_0 – координата точки, где ограничен прогиб (рис. 5, а, б).

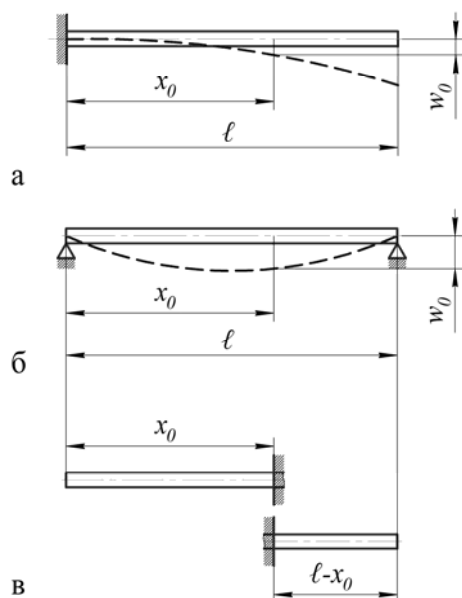


Рисунок 5 - Схема определения прогиба балки с помощью теоремы Кастильяно

Балку на двух опорах или лонжерон с подкосом можно представить в виде двух балок с фиктивной заделкой в сечении максимального прогиба $x = x_0$ (рис. 5, в) и нагруженных реакциями опор, что позволяет унифицировать расчеты;

д) синтезирована методика определения рациональных параметров стенки лонжерона, которая может быть однородной, с заполнителем, подкрепленной стойками или синусоидальной. Для всех этих КТР получены расчетные зависимости и показано, что

необходимо оптимизировать структуру КМ стенки в классе $[\pm\varphi]$, которая является рациональной и для прочности и для устойчивости. В табл. 4 в качестве примера приведены данные расчета сдвиговых критических усилий стенки для толщины, найденной из условия прочности ($H = 250 \text{ мм}$, $Q_y = 200 \text{ кН}$). Из табл. 4 следует известный факт, что угол армирования стенки стремится к короткой стороне [8];

е) композиты полков и заплечиков стенки (см. рис. 4) имеют разную структуру и, следовательно, разные физико-механические характеристики. При совместном растяжении или сжатии из-за отличающихся поперечных деформаций в элементах балки возникают дополнительные пуассоновы напряжения в направлении оси z (см. рис. 4), которые для КМ полки со структурой $[0^\circ]$ являются нежелательными. Аналогичное явление, связанное с различными коэффициентами линейного температурного расширения, приводит к дополнительным температурным напряжениям. Путем некоторых обоснованных упрощений синтезированы расчетные зависимости для определения напряжений в соединении полков с заплечиками и в них самих [3, 19]. Эти дополнительные напря-

жения трудно учитывать при проектировании из-за неизвестности геометрических и структурных параметров. Кроме того, для лонжеронов крыла следует принимать во внимание также взаимодействие с обшивкой, поэтому поверочный расчет на прочность становится необходимым этапом разработки;

Таблица 4 - Зависимость толщины стенки и критических усилий $q_{кр}$ от угла армирования и соотношения размеров

φ°			0	± 15	± 30	± 45	± 60	± 75	90
$\delta_{ст}$			10,66	5,68	2,82	2,22	2,82	5,68	10,66
$q_{кр},$ Н/мм	$\frac{a}{H}^*$	0,4	25700	4450	616	268	387	1999	10200
		1,0	4958	887	134	71,5	134	860	4958
		2,0	1830	364	68,8	45,6	103	730	4184
		4,0	1415	274	54	38,9	93,6	690	4014
		8,0	1299	247	49,7	37,0	91,2	679	3968

* a – расстояние между нервюрами

ж) предложен ряд КТР балок и лонжеронов из композитов, обеспечивающих удовлетворение большинства требований по технологии сборки и взаимодействию с другими конструктивными элементами. Разработана и экспериментально проверена универсальная оснастка с самоустанавливающимися элементами, позволяющая формировать лонжероны как из препрегов, так и методами пропитки под давлением или под вакуумом, (рис. 6) с регламентируемыми размерами [3, 19].

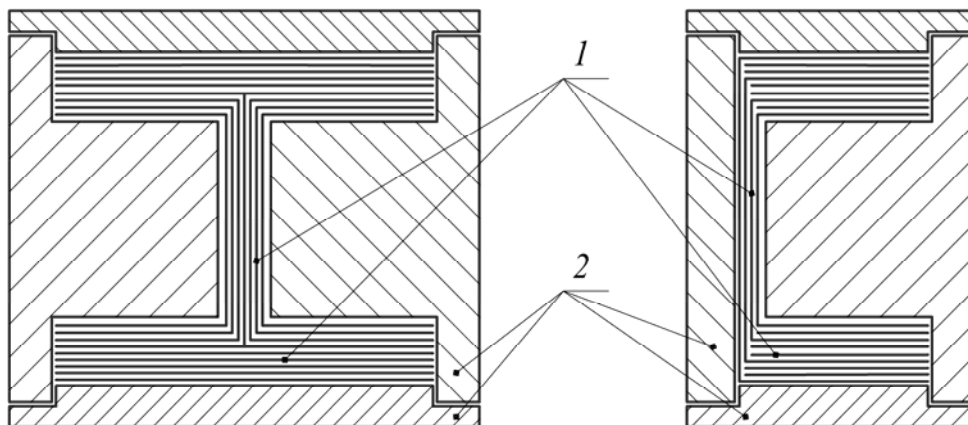


Рисунок 6 - Самоустанавливающаяся оснастка для формирования лонжеронов: 1 – слои препрега (ленты, ткани); 2 – элементы оснастки

Такая оснастка позволяет мультиплицировать давление и при некоторых условиях можно обойтись без автоклава. Если элементы оснастки достаточно жесткие, то возможно интегральное изготовление лонжерона с трехслойной стенкой [18];

з) на основе анализа работы балок и лонжеронов в зонах опор и стыковых узлов сформулированы принципы их конструирования в зонах неоднородности напряженно-деформированного состояния [3, 19].

Методика проектирования балок и лонжеронов и предложенные КТР экспериментально апробированы в ХАИ и других организациях [23], в результате чего сформулированы практические рекомендации и обозначены некоторые нерешенные проблемы. Так, в силу неоднородности напряженного поля в зоне стыковых узлов и опор и вдоль всех кромок возникает необходимость учета этих явлений на стадии проектирования, для чего необходимы как адекватные модели определения НДС, так и эффективные алгоритмы оптимизации.

Выводы

На основе тщательного анализа основных особенностей слоистых композитных материалов в Харьковском авиационном институте сформулированы и решены некоторые важные задачи проектирования конструкций из КМ, среди которых:

а) оптимизация параметров структуры композита, т.е. определение количества слоев, их толщины и угла армирования. В результате обоснованы типы рациональных структур при произвольном спектре внешних нагрузок, обеспечивающих минимум массы при удовлетворении условий прочности, устойчивости и жесткости, а также конструктивно-технологических ограничений;

б) определение рациональных параметров распределения материала по полкам и стенкам многолонжеронного крыла, построенная на основе нескольких проектных зависимостей площадей полок лонжеронов от координаты их расположения по хорде крыла;

в) оптимизация параметров балок и лонжеронов из разнопрочных композитов под действием изгибающего момента, перерезывающей и осевой сил с учетом ограничения на прогиб в произвольном сечении.

Эти результаты служат основой для обоснования практических инженерных рекомендаций по разработке конструкций из слоистых полимерных композитов.

Список использованных источников

1. Карпов, Я. С. Оптимизация структуры композиционного материала панелей летательных аппаратов при ограничениях по прочности, устойчивости и прогибу / Я. С. Карпов // Проблемы прочности. – К., 2004. – № 6. – С. 33 – 47.

2. Карпов, Я. С. Оптимизация структуры композитных панелей при ограничениях по прочности и устойчивости / Я. С. Карпов, П. М. Гагауз // Проблемы прочности. – К., 2010. – № 6. – С. 5 – 12.

3. Карпов, Я. С. Проектирование деталей и агрегатов из компози-

тов: учебник / Я. С. Карпов. – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2010. – 768 с.

4. Гагауз, П. М. О равнопрочных и равнонапряженных структурах композиционных материалов / П. М. Гагауз // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2012. – Вып. 2(70). – С. 42 – 51.

5. Гагауз, П. М. Необходимые условия оптимальности структуры композиционного материала в континуальной постановке задачи оптимального армирования при ограничениях по прочности / П. М. Гагауз // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2012. – Вып. 3(71). – С. 23 – 29.

6. Гагауз, П. М. Оптимальные схемы армирования в задачах о прочности слоистых композиционных материалов / П. М. Гагауз // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2012. – Вып. 4(72). – С. 31 – 35.

7. Карпов, Я. С. Проектирование оболочек вращения из композиционных материалов: учеб. пособие / Я. С. Карпов, О. С. Муравицкий. – Х. : Харьк. авиац. ин-т, 1997. – 88 с.

8. Васильев, В. В. Механика конструкций из композиционных материалов / В. В. Васильев. – М. : Машиностроение, 1988. – 272 с.

9. Проектирование и конструктивно-технологические решения панелей из композиционных материалов: учеб. пособие / Я. С. Карпов, П. М. Гагауз, Ф. М. Гагауз и др. – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2010. – 180 с.

10. Гайдачук, В. Е. Структурная модель симметрично-армированного композиционного материала / В. Е. Гайдачук, Я. С. Карпов // Прочность конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. – Х. : Харьк. авиац. ин-т, 1981. – Вып. 6. – С. 28 – 37.

11. Карпов, Я. С. Проектирование рациональной структуры симметрично-армированных композиционных летательных аппаратов материалов / Я. С. Карпов // Вопросы оптимизации силовых конструкций: сб. науч. тр. – Х. : Харьк. авиац. ин-т, 1983. – Вып. 4. – С. 95 – 101.

12. Карпов, Я. С. Методика проектирования лонжеронного крыла из композиционных материалов / Я. С. Карпов // Авиационно-космическая техника и технология. – Х. : Гос. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 1998. – Вып. 6. – С. 195 – 204.

13. Гагауз, Ф. М. Проектирование многолонжеронного крыла из композиционных материалов / Ф. М. Гагауз // Авиационно-космическая техника и технология. – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2005. – № 2(18). – С. 28 – 32.

14. Гагауз, Ф. М. Итерационный метод проектирования сечения крыла большого удлинения из композиционных материалов / Ф. М. Га-

гауз // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2006. – Вып. 1 (44). – С. 109 – 113.

15. Гагауз, Ф. М. Рациональное проектирование силовых элементов сечения крыла из композиционных материалов / Ф. М. Гагауз // Авиационно-космическая техника и технология. – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2006. – № 2(28). – С. 56 – 58.

16. Гагауз, Ф. М. Оценка остаточной несущей способности при проектировании многолонжеронного крыла из композиционных материалов // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2006. – Вып. 4(47). – С. 100 – 105.

17. Карпов, Я. С. Проектирование и конструктивно-технологические решения лонжеронного крыла из композиционных материалов: учеб. пособие / Я. С. Карпов, Ф. М. Гагауз, П. М. Гагауз. – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2004. – 143 с.

18. Бычков, С. А. Проектирование и конструктивно-технологические решения балок и лонжеронов из композиционных материалов: учеб. пособие / С. А. Бычков, Я. С. Карпов, А. А. Мудрый. – Х. : Харьк. авиац. ин-т, 1997. – 85 с.

19. Карпов, Я. С. Проектирование и конструктивно-технологические решения балок и лонжеронов из композиционных материалов: учеб. пособие / Я. С. Карпов, Ф. М. Гагауз, И. В. Лялюхина. – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2010. – 124 с.

20. Лялюхина, И. В. Проектирование балок из композитов при нескольких расчетных случаях нагружения / И. В. Лялюхина // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2011. – Вып. 1(65). – С. 38 – 48.

21. Конструкция и технология изготовления лонжерона из композиционных материалов / Э. С. Гильманов, Я. С. Карпов, В. П. Копычко и др. // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. – Х. : Харьк. авиац. ин-т, 1985. – С. 3 – 7.

22. Карпов, Я. С. Рациональная конструкция лонжерона крыла из композиционных материалов / Я. С. Карпов, В. П. Копычко // Вопросы проектирования и технология производства конструктивных элементов летательных аппаратов: сб. науч. тр. – Х. : Харьк. авиац. ин-т, 1986. – С. 4 – 9.

23. Карпов, Я. С. Соединения деталей и агрегатов из композиционных материалов / Я. С. Карпов. – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2006. – 359 с.

Поступила в редакцию 26.10.2015.

*Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.Е. Гайдачук,
Национальный аэрокосмический университет
им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков.*