

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ СТЕРЖНЕЙ ИЗ КОМПОЗИТОВ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВНУТРЕННЕГО НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

При проектировании силовых элементов авиационных и космических объектов широко используются полимерные композиционные материалы, позволяющие снизить массу конструкции, обеспечить требуемый уровень прочности и жесткости, реализовать специальные требования. При производстве таких конструкций неоднократно сталкивались с явлениями незапланированного изменения формы конструкции и даже с разрушением изделий и, особенно, составных агрегатов. Природа и физика таких явлений достаточно сложны и складываются из нескольких различных проявлений. Для инженеров-проектировщиков требуются методики учета величин короблений на этапе разработки агрегатов. Так, например, метод конечных элементов, безусловно, используют при проектировании техпроцессов, но такие подходы зачастую трудно интегрировать с существующими классическими методиками проектирования и они являются достаточно ресурсоемкими.

Как было указано в работе [1], проблема поводов длинномерных профилей сопровождается изгибно-крутильным деформированием даже для структур с одной осью симметрии и сбалансированной структурой стеночных элементов. В указанной работе было предложено проанализировать механизм искривления и скручивания профилей, нагруженных самоуравновешенным внутренним напряженным состоянием (характерным для слоистых ПКМ) на базе аналогии с внецентренным действием осевой силы. При этом для исключения учета влияния краевых эффектов торцы стержней на соответствующей длине предлагалось "отсекать". Согласно разработанной методике продольное силовое взаимодействие между любыми двумя элементами складчатого профиля с толщинами δ_1 и δ_2 (шириной b) выражается зависимостями [1]

$$\sigma_{1x} = \frac{K1}{\delta_1}; \quad \sigma_{2x} = -\frac{K1}{\delta_2^*}; \quad (1)$$

$$K1 = \frac{1}{(\Pi_{1x} + \Pi_{2x})} \left[\frac{C\delta_1}{k^2} (\mu_{1zx}\Pi_{1z} + \mu_{2zx}\Pi_{2z}) \left(\text{chkz} + \text{shkz} \frac{1 - \text{chkb}}{\text{shkb}} - 1 \right) - (\varepsilon_{10x} - \varepsilon_{20x}) \right],$$

где δ_2^* – эквивалентная толщина одной из соединяемых деталей, которая имеет дополнительные элементы (например стенки); μ_{1zx} , μ_{2zx} , μ_{1xz} , μ_{2xz} – коэффициенты Пуассона соединяемых деталей; Π_{1x} , Π_{2x} , Π_{1z} , Π_{2z} – податливости деталей, определяемые зависимостями

$$\Pi_{1x} = \frac{1}{\delta_1 E_{1x}}; \quad \Pi_{2x} = \frac{1}{\delta_2^* E_{2x}}; \quad \Pi_{1z} = \frac{1}{\delta_1 E_{1z}}; \quad \Pi_{2z} = \frac{1}{\delta_2^* E_{2z}};$$

$$C = \frac{\varepsilon_{10x} - \varepsilon_{20x}}{\delta_1 \Pi_c (\Pi_{1x} + \Pi_{2x})} (\mu_{1xz} \Pi_{1x} + \mu_{2xz} \Pi_{2x}) + \frac{\varepsilon_{10z} - \varepsilon_{20z}}{\delta_1 \Pi_c};$$

$$k^2 = \frac{\Pi_{1z} + \Pi_{2z}}{\Pi_c} - \frac{(\mu_{1zx} \Pi_{1z} + \mu_{2zx} \Pi_{2z})}{\Pi_c (\Pi_{1x} + \Pi_{2x})} (\mu_{1xz} \Pi_{1x} + \mu_{2xz} \Pi_{2x});$$

$\Pi_c = \delta_c / G_c$ – податливость соединительного слоя; ε_{10x} , ε_{20x} – суммарные свободные (температурные и усадочные) деформации, например от температуры $\varepsilon_{10x} = \alpha_{1x} \Delta T$, $\varepsilon_{20x} = \alpha_{2x} \Delta T$.

Доля перераспределенного усилия σ_{Bx} в дополнительном элементе находится из условия неразрывности материала в точке соединения элементов [2]:

$$\sigma_{Bx} = \frac{\varepsilon_{10x} - \varepsilon_{20x}}{\delta_2^* (\Pi_{1x} + \Pi_{2x})} - c, \quad (2)$$

где $c = \frac{1}{\delta_2 b + \delta_b b_b} \left[\sigma_{2x} (\delta_2 - \delta_2^*) b + \frac{\varepsilon_{10x} - \varepsilon_{20x}}{\delta_2^* (\Pi_{1x} + \Pi_{2x})} \delta_b b_b \right]$; δ_b , b_b – толщина и длина того дополнительного элемента, влияние которого нужно учесть.

Таким образом, при известных физических характеристиках и геометрии соединяемых деталей можно определить величины напряжений, приложенных к тонкостенному профилю.

В работе [2] рассмотрена также вторая важная сторона рассмотренной проблемы – получение зависимостей, связывающих компоненты перемещений ζ , ξ , η , θ в пространстве произвольных точек сечения профиля с внешними силовыми факторами. При наличии только лишь продольных усилий, приложенных к торцам стержня, общая система разрешающих уравнений преобразуется к следующей:

$$\left. \begin{aligned} \zeta(EF) + \sigma_x = 0; & \quad -\frac{\partial^4 \xi}{\partial x^4} (EI)_y = 0; \\ -\frac{\partial^4 \eta}{\partial x^4} (EI)_z = 0; & \quad -\frac{\partial^4 \theta}{\partial x^4} (EI)_\omega + \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} (GI_d) = 0, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где ζ – продольное удлинение профиля (постоянно по длине); $\xi(x)$ – перемещение в горизонтальной плоскости, $\eta(x)$ – перемещение в вертикальной плоскости; $\theta(x)$ – угол закручивания профиля.

Следует отметить, что при анализе деформированного состояния составного анизотропного профиля положение системы координат для записи зависимостей (3) следует выбирать с учетом следующих ограничений:

– оси z и y должны совпадать с механическими главными центральными осями сечения;

– для определения механических секториальных характеристик сечения следует выбрать положение полюса в механическом центре изгиба составного сечения, а начало отсчета – в главной механической нулевой секториальной точке сечения.

Наложенные ограничения требуют проведения дополнительных расчетов (значительных по объему) по нахождению механических и секториальных характеристик конкретного сечения.

Далее, используя предложенную в [1, 2] методику перехода от составного профиля, нагруженного равномерно распределенными по элементам профиля напряжениями, перейдем к варианту внецентренно сжатого профиля, нагруженного внешними сосредоточенными силовыми факторами. В общем случае этими факторами являются изгибающие моменты M_y , M_z (в двух взаимно перпендикулярных плоскостях) и бимомент B , который создает “чистое” кручение.

Так как в используемой модели стержня внешние силовые факторы не изменяются по длине, то для интегрирования 2-го, 3-го и 4-го уравнений системы (3) можно использовать так называемые естественные дифференциальные зависимости между элементарными силовыми факторами и следующие граничные условия:

– при $x=0$ (на любом из торцов стержня) прогиб упругой линии в соответствующей плоскости равен нулю ($\xi=0$ и $\eta=0$);

– при $x=0$ и $x=l$ (l – длина стержня без отсеченных зон краевого эффекта) угол поворота упругой линии стержня равен нулю ($d\xi/d\eta=0$), а величина бимоментов B на торцах численно известна.

Тогда аналитические зависимости, связывающие изгибающие моменты и крутящий бимомент с соответствующими перемещениями мгновенного центра вращения сечения будут выглядеть так

$$\xi(x) = \frac{M_y x^2}{2(EI)_y}; \quad \eta(x) = \frac{M_z x^2}{2(EI)_z}; \quad \theta(x) = \frac{B}{GI_d} \left(\operatorname{ch} \frac{kx}{l} - \operatorname{th} kl \cdot \operatorname{sh} \frac{kx}{l} - 1 \right). \quad (4)$$

В общем случае величина бимоментов определяется интегрированием напряжений $\int_s \sigma_x \cdot \omega_i ds$ по контуру s тонкостенной модели профиля

с учетом указанных выше ограничений.

Для экспериментальной проверки предложенного подхода был изготовлен ряд профилей (длиной около 900 мм), геометрическая форма которых была затем затабулирована в характерных точках относительно выбранной базовой системы координат. В связи с этим следует сделать следующие замечания:

– для сравнения практически замеренных отклонений профилей с теоретически рассчитываемыми следует дополнить описанную выше процедуру модулем геометрического определения координат тех точек, которые можно измерять физически в ходе экспериментов. Так, например, доступ к некоторым полостям швеллерного сечения в ходе замеров его геометрии был затруднен;

– со временем (через три месяца) было отмечено снижение величины коробления профилей (на 10...15%), геометрию которых уже замеряли;

– при использовании механической измерительной системы, оснащенной индикатором часового типа, жесткость его пружины также оказала влияние на измеренные прогибы.

В качестве примера рассмотрим пример анализа НДС углового профиля с накладкой, изображенного на рисунке 1.

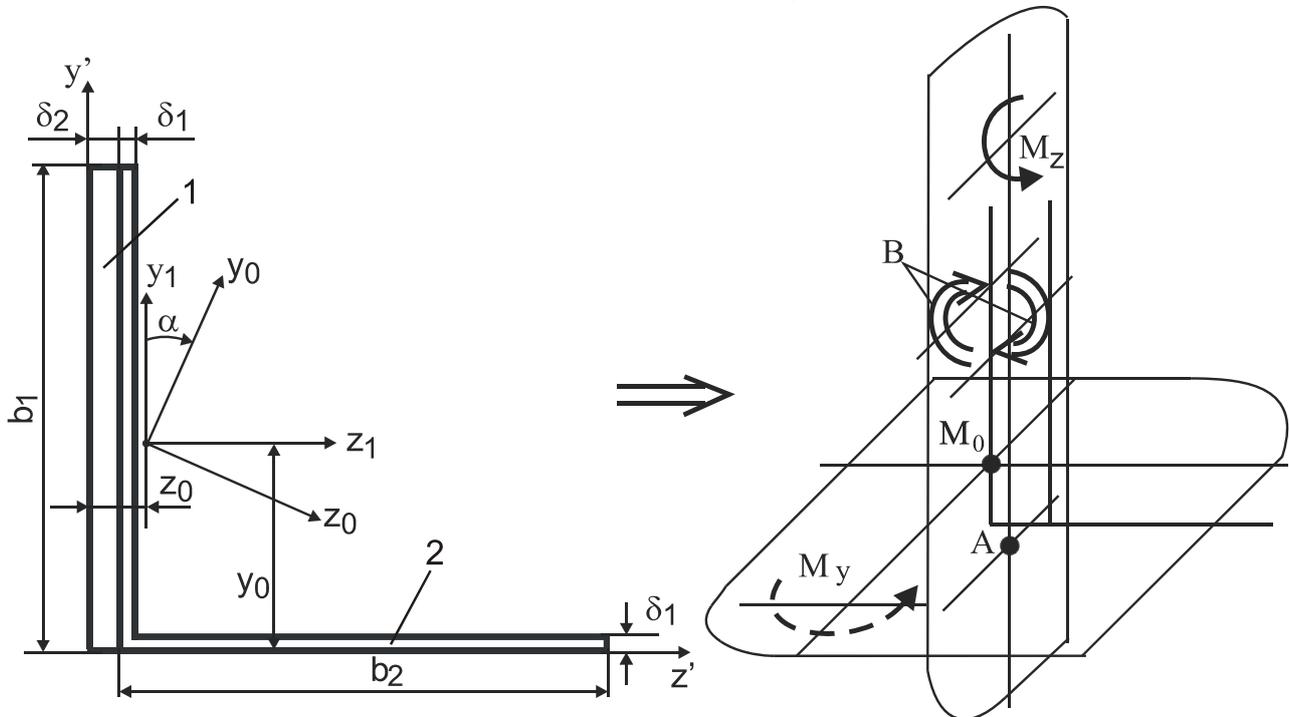


Рисунок 1 – Геометрия углового профиля с усиливающей накладкой и переход к его тонкостенной модели, нагруженной приведенными изгибающими и крутящим бимоментом; А – механический центр изгиба; M_0 – механическая главная нулевая секториальная точка

Геометрические размеры и физические характеристики, которые были использованы для расчета и выдержаны при проведении экспериментов: $b_1=17,5$ мм; $b_2=16,5$ мм; $\delta_1=0,5$ мм; $\delta_2=1,0$ мм; $E_{2x}=100$ ГПа, $E_{1x}=50$ ГПа; $E_{2z}=10$ ГПа; $E_{1z}=20$ ГПа; $\alpha_{2x}=-2 \cdot 10^{-6}$ 1/К; $\alpha_{1x}=8 \cdot 10^{-6}$ 1/К; $\alpha_{2z}=30 \cdot 10^{-6}$ 1/К; $\alpha_{1z}=8 \cdot 10^{-6}$ 1/К; $\mu_{2xz}=0,35$; $\mu_{2zx}=0,035$; $\mu_{1xz}=0,7$; $\mu_{1zx}=0,7$. Перепад температуры ΔT при изготовлении профиля составляет 115° . Детали соединяются клеем толщиной $\delta_c=0,1$ мм и модулем сдвига $G_c=5$ ГПа. Суммарные свободные температурные деформации деталей: $\varepsilon_{10x}=9,2 \cdot 10^{-4}$; $\varepsilon_{20x}=-2,3 \cdot 10^{-4}$; $\varepsilon_{10z}=9,2 \cdot 10^{-4}$; $\varepsilon_{20z}=34,5 \cdot 10^{-4}$.

Тогда по формулам (1) и (2) найдем напряжения в элементах профиля: $\sigma_{1z}^{\max}=15,1$ МПа; $\sigma_{2z}^{\max}=-14,4$ МПа; $\sigma_{1x}^{\max}=-38,9$ МПа; $\sigma_{2x}^{\max}=37,2$ МПа; $\sigma_{Bx}=-29,5$ МПа; $c=-9,3$ МПа. Равнодействующая напряжений $R=339$ Н.

По формулам (4) найдем зависимость перемещений мгновенного центра вращения и угол поворота сечений: $\eta(x)=8,8x^2$, $\xi(x)=22,5x^2$

(причем в правую часть следует подставлять значение координаты x в метрах, а сами перемещения выражаются в миллиметрах),
 $\theta(x) = 1,32^\circ \left(\frac{1 - \operatorname{ch}kl}{\operatorname{sh}kl} \operatorname{sh}(kx) + \operatorname{ch}(kx) - 1 \right)$. Т.е. максимальный угол поворота образуется посередине длины и составляет 1,32 градуса относительно торца стержня.

Как было указано выше, при замерах перемещений было принято, что компоненты перемещений некоторых точек пренебрежимо малы или совпадают (точки 1 и B, а также 2 и 4) (рисунок 2).

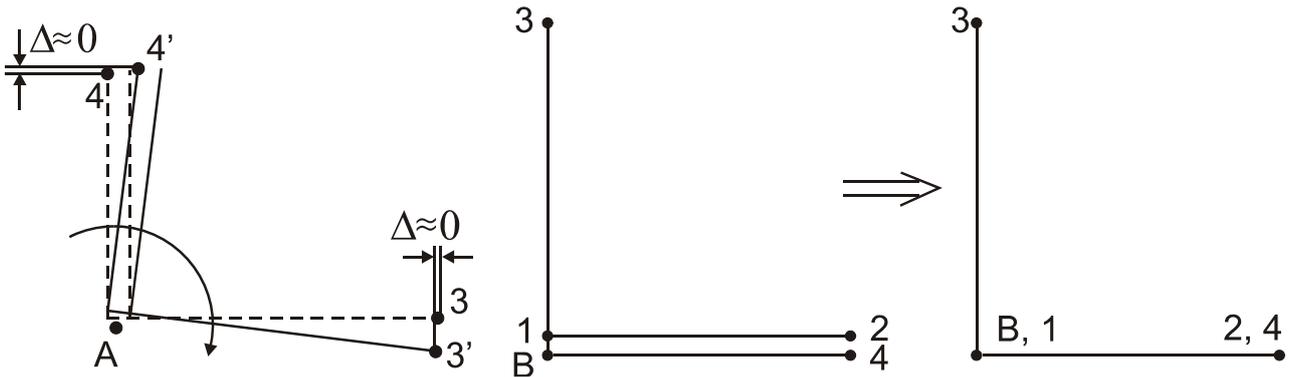


Рисунок 2 – Упрощения, принятые при замере профиля

Окончательно для практической реализации аналитического расчета отклонений уголкового профиля с накладкой могут быть рекомендованы следующие формулы:

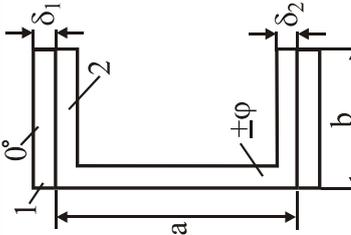
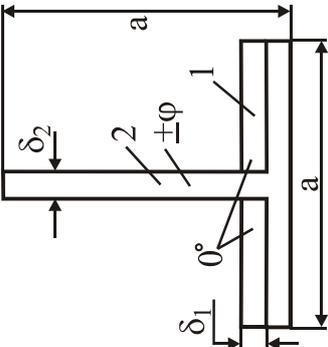
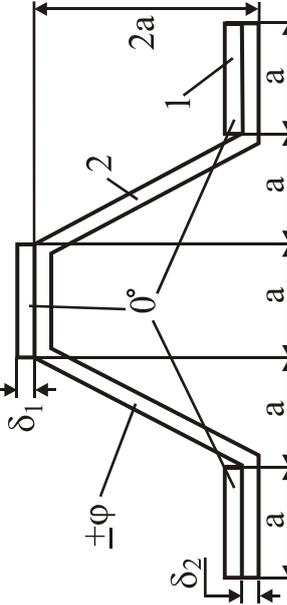
$$\begin{aligned} \eta_3^\Sigma(x) &= \eta(x) + \sqrt{(l_2 - r_z)^2 + r_y^2} \cdot \sin\theta(x); & \eta_1^\Sigma(x) &= \eta(x) + \sqrt{(\delta - r_z)^2 + r_y^2} \cdot \sin\theta(x); \\ \eta_B^\Sigma(x) &= \eta(x) - \sqrt{r_z^2 + r_y^2} \cdot \sin\theta(x); & \eta_4^\Sigma(x) &\cong \eta(x), & \eta_2^\Sigma(x) &\cong \eta(x); \\ \xi_3^\Sigma(x) &\cong \xi(x), & \xi_2^\Sigma(x) &= \xi(x) + \sqrt{(l_1 + r_y)^2 + (\delta - r_z)^2} \cdot \sin\theta(x); & & \\ \xi_4^\Sigma(x) &= \xi(x) + \sqrt{(l_1 + r_y)^2 + r_z^2} \cdot \sin\theta(x); & \xi_1^\Sigma(x) &\cong \xi(x); & \xi_B^\Sigma(x) &\cong \xi(x); \\ l_1 &= b_1 - \delta_1/2; & l_2 &= b_2 - \delta_2/2; & \delta &= (\delta_1 + \delta_2)/2; & r_z &= |z'_A - \delta_2/2 - \delta|, & r_y &= |y'_A - \delta_3/2|, \end{aligned} \quad (5)$$

где z'_A, y'_A – координаты механического центра изгиба профиля в осях z', y' (рисунок 1).

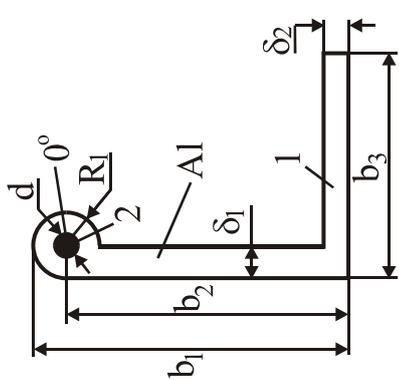
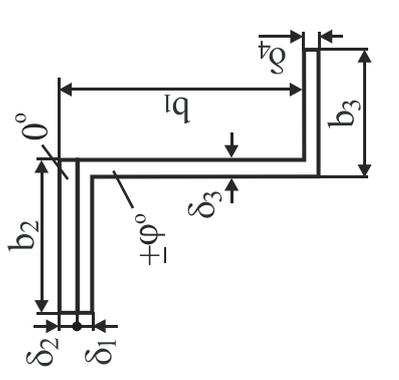
Результаты сравнения экспериментально замеренных и рассчитанных аналитически перемещений позволили сделать вывод о том, что относительная погрешность составляет 3...34%, причем большие значения погрешности соответствуют малым по абсолютной величине отклонениям.

На основании анализа типовой номенклатуры авиационных профилей для последующего анализа было выбрано семь поперечных сечений с неоднородным профилем по контуру, для которых согласно предложенной процедуре были получены аналитические выражения для перемещений мгновенного центра вращения в двух плоскостях и для максимального значения угла вращения (таблица).

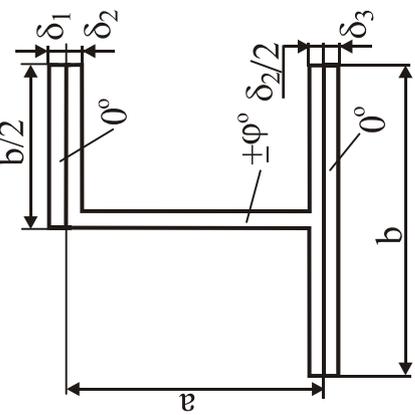
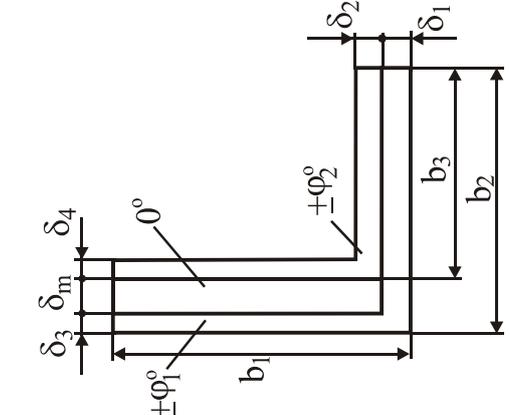
Результаты расчета НДС типовых составных композитных профилей

Тип профиля	Характерные размеры	Напряжения в элементах, МПа	Зависимости для определения перемещений центра вращения
<p>1</p> 	<p>2</p> <p>$a=75$, $b=44$, $\delta_1=1$ мм, $\delta_2=0,5$ мм</p>	<p>3</p> <p>$\sigma_{2X}^{\max} = -39,1$, $\sigma_{1X}^{\max} = +36,8$, $\sigma_{bx} = -30,1$</p>	<p>4</p> <p>$\eta(x)=3,8x^2$; $\xi(x)=4,6x^2$; $\theta_{\max}=5,7^\circ$</p>
	<p>$a=40$, $\delta_1=1$ мм, $\delta_2=1$ мм</p>	<p>$\sigma_{2X}^{\max} = -38,2$, $\sigma_{1X}^{\max} = +38,7$, $\sigma_{bx} = -29,6$</p>	<p>$\eta(x)=4,7x^2$; $\xi(x)=0$; $\theta_{\max}=0$</p>
	<p>$a=20$, $\delta_1=1$ мм, $\delta_2=0,5$ мм, $f_1=3a\delta_1=60$ мм², $f_2=(3+2\sqrt{5})a\delta_2=74,8$ мм²</p>	<p>$\sigma_{2X}^{\max} = -35,2$, $\sigma_{1X}^{\max} = +45,0$, $\sigma_{bx} = -27,7$</p>	<p>$\eta(x)=9,2x^2$; $\xi(x)=0$; $\theta_{\max}=0$</p>

Продолжение таблицы

1	2	3	4
	<p> $b_1 = 60 \text{ мм}$, $b_2 = 50 \text{ мм}$, $b_3 = 40 \text{ мм}$, $\delta_1 = 3 \text{ мм}$, $\delta_2 = 2 \text{ мм}$, $d = 5 \text{ мм}$, $R_1 = 10 \text{ мм}$, $E_0 = 220 \text{ ГПа}$, $E_{Al} = 72 \text{ ГПа}$, $G_0 = 25 \text{ ГПа}$, $G_{Al} = 27,7 \text{ ГПа}$, $f_1 = (\pi/4) \cdot (D_1^2 - d^2) +$ $(b_2 - D_1/2) \cdot \delta_1 + (b_3 - \delta_1) \cdot \delta_1 =$ $= 486,5 \text{ мм}^2$, $f_2 = (\pi/4) \cdot d^2 = 19,5 \text{ мм}^2$ </p>	<p> $\sigma_{2X}^{\max} = 428,0$, $\sigma_{1X}^{\max} = -17,0$ </p>	<p> $\eta(x) = 3,2x^2$; $\xi(x) = 1,2x^2$; $\theta_{\max} = 1,4^\circ$ </p>
	<p> $b_1 = 120 \text{ мм}$, $b_2 = 80 \text{ мм}$, $b_3 = 60 \text{ мм}$, $\delta_1 = 4 \text{ мм}$, $\delta_2 = 2 \text{ мм}$, $\delta_3 = 5 \text{ мм}$, $\delta_4 = 3 \text{ мм}$, $E_\varphi = 72 \text{ ГПа}$; $E_0 = 120 \text{ ГПа}$, $G_\varphi = 27,7 \text{ ГПа}$, $G_0 = 6 \text{ ГПа}$, $f_2 = b_2 \delta_1 + b_3 \delta_4 +$ $+(b_1 - \delta_1 - \delta_4) \delta_3 = 1065 \text{ мм}^2$, $f_1 = b_2 \cdot \delta_2 = 160 \text{ мм}^2$ </p>	<p> $\sigma_{2X}^{\max} = -10,8$ $\sigma_{1X}^{\max} = +93,4$, $\sigma_{bX} = -10,2$ </p>	<p> $\eta(x) = 12,3x^2$; $\xi(x) = 15,6x^2$; $\theta_{\max} = 4,3^\circ$ </p>

Продолжение таблицы

1	2	3	4
 <p>Diagram of an L-shaped cross-section with dimensions: a, b, $b/2$, δ_1, δ_2, δ_3, and rotation angle φ_0.</p>	<p>$b = 60$ мм, $a = 46$ мм, $\delta_1 = 0,9$ мм, $\delta_2 = 2,1$ мм, $\delta_3 = 1,05$ мм, $E_\varphi = 50$ ГПа; $E_0 = 100$ ГПа, $G_0 = 26$ ГПа, $G_\varphi = 16,5$ ГПа; $f_1 = (a + b - 3\delta_2 / 2)\delta_2 = 209,4$ мм^2; $f_2 = (\delta_3 + \delta_1 / 2)b = 90$ мм^2</p>	<p>$\sigma_{2X}^{\max} = -31,2$, $\sigma_{1X}^{\max} = +62,7$, $\sigma_{bx} = -26,6$</p>	<p>$\eta(x) = 4,2x^2$; $\xi(x) = 3,8x^2$; $\theta_{\max} = 2,4^\circ$</p>
 <p>Diagram of an L-shaped cross-section with dimensions: δ_3, δ_m, δ_4, b_1, b_3, b_2, δ_2, δ_1, and rotation angles φ_1 and φ_2.</p>	<p>$b_1 = 60$ мм, $b_2 = 50$ мм, $b_3 = 47$ мм, $\delta_1 = 2$ мм, $\delta_2 = 1$ мм, $\delta_3 = 2$ мм, $\delta_4 = 1$ мм, $\delta_m = 1$ мм, $E_{\varphi 1} = 72$ ГПа; $E_0 = 120$ ГПа, $E_{\varphi 2} = 72$ ГПа; $G_1 = 27,7$ ГПа, $G_0 = 6$ ГПа, $G_2 = 27,7$ ГПа $f_1 = \delta_m(b_1 - \delta_1) = 58$ мм^2. $f_2 = [b_1 \cdot \delta_3 + (b_2 - \delta_3) \cdot \delta_1] +$ $+ [(b_1 - \delta_1) \cdot \delta_4 + (b_2 - \delta_4) \cdot \delta_2] =$ $= 323$ мм^2</p>	<p>$\sigma_{2X}^{\max} = -16,6$, $\sigma_{1X}^{\max} = +84,4$, $\sigma_{bx} = -15,4$</p>	<p>$\eta(x) = 2,2x^2$; $\xi(x) = 3,4x^2$; $\theta_{\max} = 1,2^\circ$</p>

По результатам экспериментальных исследований коробления швеллеров и уголковых профилей с разным соотношением сторон полок были сделаны следующие выводы:

а) так, снижение ширины свободной полки (без накладки) на 25% позволяет снизить величину ее вертикального перемещения профиля на 10...18%, хотя при этом вертикальное искривление усиленной полки увеличивается на 15...20%;

б) снижение длины свободной полки уголкового профиля на 25% позволяет уменьшить горизонтальные искривления профиля, характеризующиеся перемещениями, на 10...25%;

в) для профиля со структурой $\pm 45^\circ$ абсолютные значения всех перемещений контура больше. При укорачивании длины усиленной полки на 25% абсолютные прогибы в горизонтальной и вертикальной плоскостях снижаются на 15...25%;

г) укорачивание длины усиленных полок швеллерного сечения на 25% позволяет снизить абсолютные перемещения точек контура и угол закручивания контура на 15...25%.

Таким образом, приведены результаты экспериментальных исследований коробления тонкостенных профилей из композитных длинномерных профилей с неоднородным поперечным сечением, которые нагружены внутренним напряженным состоянием. Проведенные эксперименты показали достаточную сходимость короблений, измеренных экспериментально, с теми что были рассчитаны аналитически.

Список использованных источников

1. Карпов, Я.С. Подход к определению напряженно-деформированного состояния стержней из композиционных материалов с учетом внутреннего самоуравновешенного напряженного состояния [Текст] / Я.С. Карпов, В.Н. Павленко, И.М. Тараненко // Авиационно-космическая техника и технология: науч.-техн. журнал. – Вып. 1(68). – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2010. – С. 26 - 33.

2. Тараненко, И.М. Метод расчета температурного напряженно-деформированного состояния композитных стрингеров панелей обшивки [Текст]: дис. ... канд. техн. наук: 05.07.02 / Тараненко Игорь Михайлович. – Х., 2011. – 152 с.

Поступила в редакцию 11.06.2012.

*Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.Е. Гайдачук,
Национальный аэрокосмический университет
им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков*