

## ЧИСЛЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИВЕДЕННЫХ УПРУГИХ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТРУБЧАТОГО ЗАПОЛНИТЕЛЯ

В последнее время трубчатый наполнитель (ТЗ) из полимерных композиционных материалов (ПКМ) находит все более широкое применение в авиационной технике [1]. Вследствие реализации интегральной сборки сэндвичевые конструкции с ТЗ обладают высокой прочностью, жесткостью и ресурсом, а также меньшим количеством дефектов, возникающих в процессе производства. Кроме того, для ТЗ не характерно накопление влаги в процессе эксплуатации, свойственное сотовому наполнителю.

Одним из важнейших этапов проектирования конструкций с ТЗ является проведение поперечных расчетов в одном из программных комплексов метода конечных элементов (МКЭ), в котором трубки обычно заменяются («размазываются») некоторым сплошным ортотропным материалом. Зная приведенные ФМХ такого материала, можно судить о напряженно-деформированном состоянии (НДС) всей проектируемой панели с ТЗ при заданных внешних нагрузках.

Ранее нами в работе [2] согласно разработанной методике было осуществлено аналитическое определение приведенных упругих ФМХ ТЗ с учетом клеевого слоя между трубками и без него. Параметры ТЗ, принятые при синтезе его приведенных ФМХ, показаны на рис. 1.

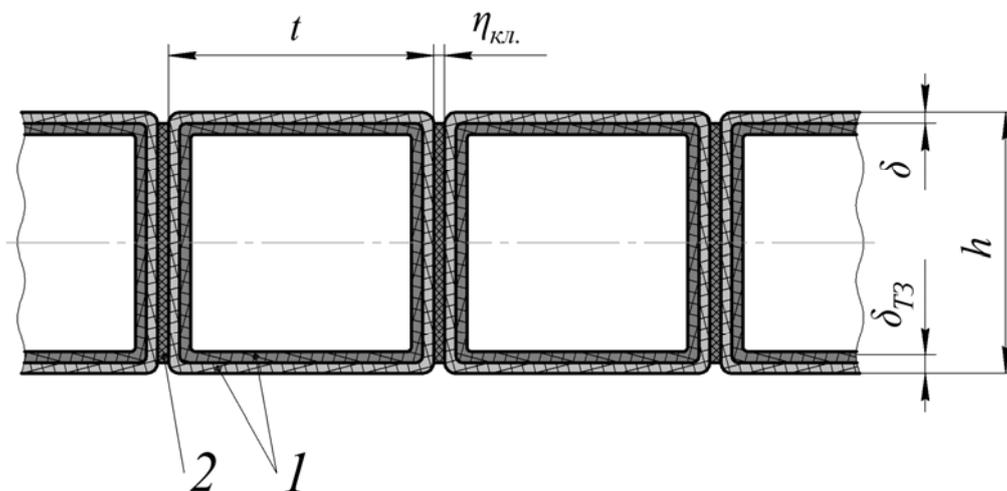


Рисунок 1 – Фрагмент ТЗ:

1 – монослой, 2 – клеевой слой

$t$  – ширина трубки;  $h$  – высота трубки;  $\delta_{ТЗ}$  – суммарная толщина трубчатого элемента;  $\delta$  – толщина одного монослоя трубчатого элемента;  $\eta_{кл}$  – толщина клея-связующего между трубчатыми элементами

Результаты синтеза приведенных ФМХ ТЗ представлены в табл. 1.  
Таблица 1 – Аналитические зависимости для определения приведенных ФМХ ТЗ

Наименование ФМХ	Аналитическая зависимость	
	С учетом наличия клеевого слоя между трубками	Без учета наличия клеевого слоя между трубками
Модуль упругости вдоль оси X	$E_{\text{прив.}X}^A = \frac{t + \eta_{\text{кл.}}}{h} \times \frac{1}{\frac{t - 2\delta_{\text{ТЗ}}}{2\delta_{\text{ТЗ}}} + \frac{\delta_{\text{ТЗ}}}{h} \frac{E_{\text{КМ}}}{E_{\text{ТКМ}}} + \frac{\eta_{\text{кл.}}}{h} \frac{E_{\text{КМ}}}{E_{\text{КЛ}}}} E_{\text{КМ}}$	$E_{\text{прив.}X}^A = \frac{2\delta_{\text{ТЗ}}}{h} E_{\text{КМ}}$
Модуль упругости вдоль оси Y	$E_{\text{прив.}Y}^A = \frac{h}{t} \times \frac{1}{\frac{h - 2\delta_{\text{ТЗ}}}{2\delta_{\text{ТЗ}}} + \frac{\delta_{\text{ТЗ}}}{t} \frac{E_{\text{КМ}}}{E_{\text{ТКМ}}} + \frac{h}{t} \frac{E_{\text{КМ}}}{E_{\text{КЛ}}}} E_{\text{КМ}}$	$E_{\text{прив.}Y}^A = \frac{2\delta_{\text{ТЗ}}}{t} E_{\text{КМ}}$
Модуль упругости вдоль оси Z	$E_{\text{прив.}Z}^A = \frac{1}{\frac{h}{2\delta_{\text{ТЗ}}(h + t - \delta_{\text{ТЗ}})} + \frac{E_{\text{КМ}}}{E_{\text{КЛ}}}} E_{\text{КМ}}$	$E_{\text{прив.}Z}^A = \frac{2(h + t)\delta_{\text{ТЗ}}}{h \cdot t} E_{\text{КМ}}$
Модуль сдвига в плоскости XY	$G_{\text{прив.}XY}^A = \frac{\delta_{\text{ТЗ}}^3}{h^2 t} E_{\text{КМ}}$	$G_{\text{прив.}XY}^A = \frac{\delta_{\text{ТЗ}}^3}{h^2 t} E_{\text{КМ}}$
Модуль сдвига в плоскости YZ	$G_{\text{прив.}YZ}^A = \frac{2\delta_{\text{ТЗ}} + \eta_{\text{кл.}} \frac{G_{\text{КЛ}}}{G_{\text{КМ}}}}{t + \eta_{\text{кл.}}} G_{\text{КМ}}$	$G_{\text{прив.}YZ}^A = \frac{2\delta_{\text{ТЗ}}}{t} G_{\text{КМ}}$
Модуль сдвига в плоскости ZX	$G_{\text{прив.}ZX}^A = \frac{2\delta_{\text{ТЗ}}}{h} G_{\text{КМ}}$	$G_{\text{прив.}ZX}^A = \frac{2\delta_{\text{ТЗ}}}{h} G_{\text{КМ}}$

В таблице приняты следующие обозначения:  $E_{\text{КМ}}$ ,  $G_{\text{КМ}}$  – модуль упругости и сдвига материала трубчатого элемента;  $E_{\text{КЛ}}$ ,  $G_{\text{КЛ}}$  – модуль упругости и сдвига клеящего между трубками;  $E_{\text{прив.}X}^A$ ,  $E_{\text{прив.}Y}^A$ ,  $E_{\text{прив.}Z}^A$  – приведенные модули упругости при растяжении (сжатии) в направлении осей X, Y и Z, найденные аналитически;  $G_{\text{прив.}XY}^A$ ,  $G_{\text{прив.}ZX}^A$ ,  $G_{\text{прив.}YZ}^A$  – приведенные модули сдвига для плоскостей, параллельных координатным, найденные аналитически.

Для оценки достоверности полученных аналитических результатов необходимо провести серию натурных экспериментов, которые являются весьма дорогостоящими. Поэтому обоснованным является предварительное проведение серии численных экспериментов в программном комплексе МКЭ с возможной последующей оценкой и корректировкой полученных результатов [3, 4].

Известно, что определение ФМХ материалов проводится только на стандартизированных образцах согласно действующим нормативным документам. Однако в настоящее время отсутствуют какие-либо стандартизированные методики проведения физических либо численных экспериментов над ТЗ. Поэтому при численном определении упругих ФМХ ТЗ примем следующие параметры для геометрической модели из системы трубок образца, приведенные на рис. 2 и в табл. 2.

Таблица 2 – Принятые геометрические параметры образца ТЗ для виртуальных испытаний

Параметр	Высота трубки $h$ , мм	Ширина трубки $t$ , мм	Длина трубки $A$ , мм	Количество трубок $n$	Схема армирования
Величина	24	24	680	26	$(\pm 45^\circ)$

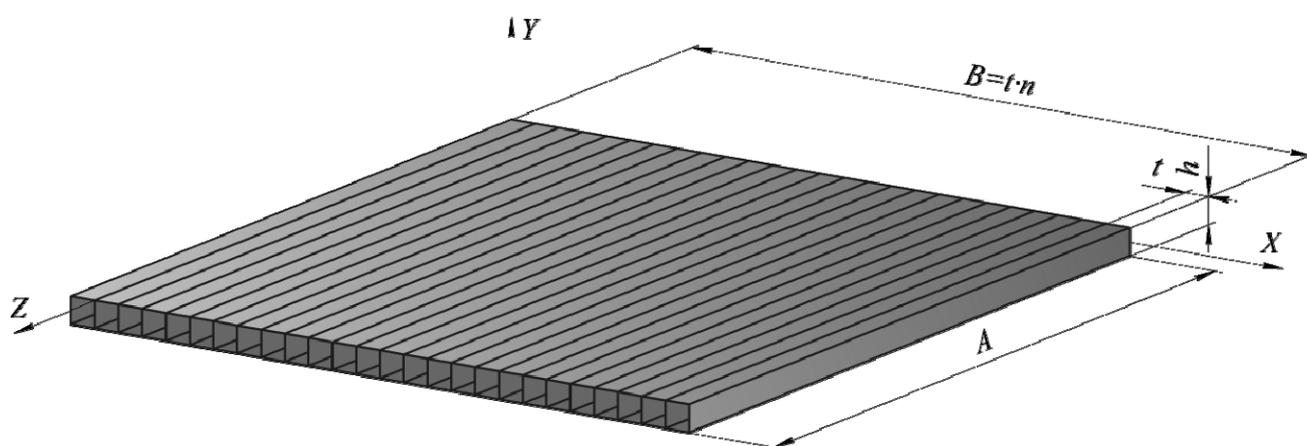


Рисунок 2 – Принятая геометрическая модель системы трубок для проведения серии численных экспериментов в программном комплексе МКЭ

Данная конфигурация образца была выбрана из условия минимизации влияния различных краевых эффектов, которые могут возникнуть в ходе проведения численного эксперимента.

При проведении исследований был рассмотрен ТЗ, для изготовления которого планируется использовать стеклопластик Т-10-14 со связующим ЭДТ-69Н. Схема армирования системы трубок –  $\pm 45^\circ$ . Используемые ФМХ монослоя и клеевого слоя приведены в табл. 3.

Таблица 3 – ФМХ монослоя, применяемого для изготовления ТЗ стеклопластика и клеевого слоя

Характеристика	Угол укладки	Материал	
		Стеклопластик	Клеевой слой
Модуль упругости $E$ , ГПа	$0^\circ$	32,4	10
	$\pm 45^\circ$	16,8	
	$90^\circ$	26,3	
Модуль сдвига $G$ , ГПа	$0^\circ - 90^\circ$	3,24	3,85
	$\pm 45^\circ$	8,95	
Коэффициент Пуассона $\nu$	$0^\circ - 90^\circ$	0,07	0,3
	$\pm 45^\circ$	0,57	
Модуль упругости в трансверсальном направлении $E_{ТКК}$ , ГПа		10	
Толщина $\delta$ , мм		0,24	0,08

При разбиении на конечные элементы (КЭ) полученной геометрической модели был использован четырехузловой многослойный оболочечный элемент с изгибными и мембранными свойствами для пространственного анализа [5]. Каждая из поверхностей, моделирующая полки и стенки элемента трубчатой конструкции, была разбита особым образом, учитывающим её расположение. Так, все полки, а также крайние стенки представляют собой два монослоя с углами укладки  $+45^\circ$  и  $-45^\circ$ . Склеенные стенки трубок моделировались четырьмя либо пятью слоями. Пять слоев использовались в том случае, когда в процессе проведения численного эксперимента учитывалось наличие клеевого слоя между трубками.

При моделировании монослоев трубчатых элементов особое внимание было уделено тому, как они располагаются относительно друг друга. В этом случае учитывалась технология изготовления ТЗ, то есть слои моделировались таким образом, чтобы угол укладки  $-45^\circ$  находился внутри трубки, а  $+45^\circ$  – снаружи. Размеры КЭ были выбраны таким образом, чтобы обеспечить достаточную сходимость полученных результатов с минимальными затратами ресурсов и времени, необходимого для проведения численного эксперимента.

Для определения упругих ФМХ ТЗ необходимо провести серию численных экспериментов с различными граничными условиями, соответствующими рассматриваемой схеме закрепления и нагружения полученной КЭ модели. При этом определение приведенных ФМХ ТЗ осуществлялось путем задания граничных условий КЭ модели, осреднения перемещений узлов модели вдоль соответствующей оси в плоскости, к

которой приложена нагрузка на ТЗ, вычисления напряжения в поперечном сечении, относительного перемещения поперечного сечения ТЗ и модулей упругости.

Модули сдвига определялись на основании допущения, что ТЗ заменяется сплошной однородной средой. Из этого вытекает, что для него должны выполняться зависимости

$$\left. \begin{aligned} G_{XY} &= G_{YX}; \\ G_{YZ} &= G_{ZY}; \\ G_{ZX} &= G_{XZ}. \end{aligned} \right\}$$

Это позволило провести лишь три численных эксперимента для определения модулей сдвига в соответствующих плоскостях вместо шести. В данном случае методика проведения эксперимента также предусматривала приложение некоторой сдвигающей силы к элементам ТЗ. Затем в результате статического анализа проводилось осреднение перемещений узлов КЭ модели, вычисление напряжения и относительного сдвига поперечного сечения ТЗ и на основании полученных результатов – определение модуля сдвига ТЗ.

Сгенерированная КЭ модель образца ТЗ показана на рис. 3.

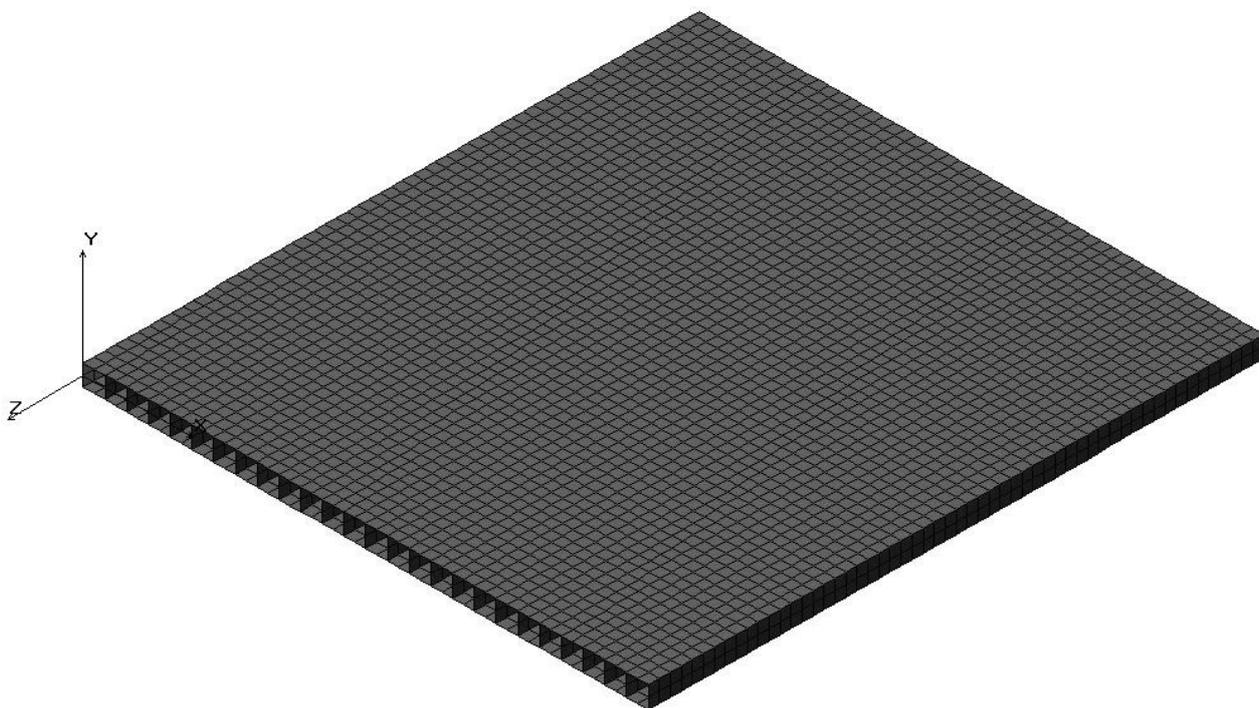


Рисунок 3 – Конечно-элементная модель системы трубок для определения приведенных ФМХ ТЗ

В качестве примера на рис. 4 показаны КЭ модель системы трубок с граничными условиями для определения модуля упругости  $E_{\text{прив.Х}}^{\text{МКЭ}}$  с соответствующей им картиной распределения линейных перемещений.

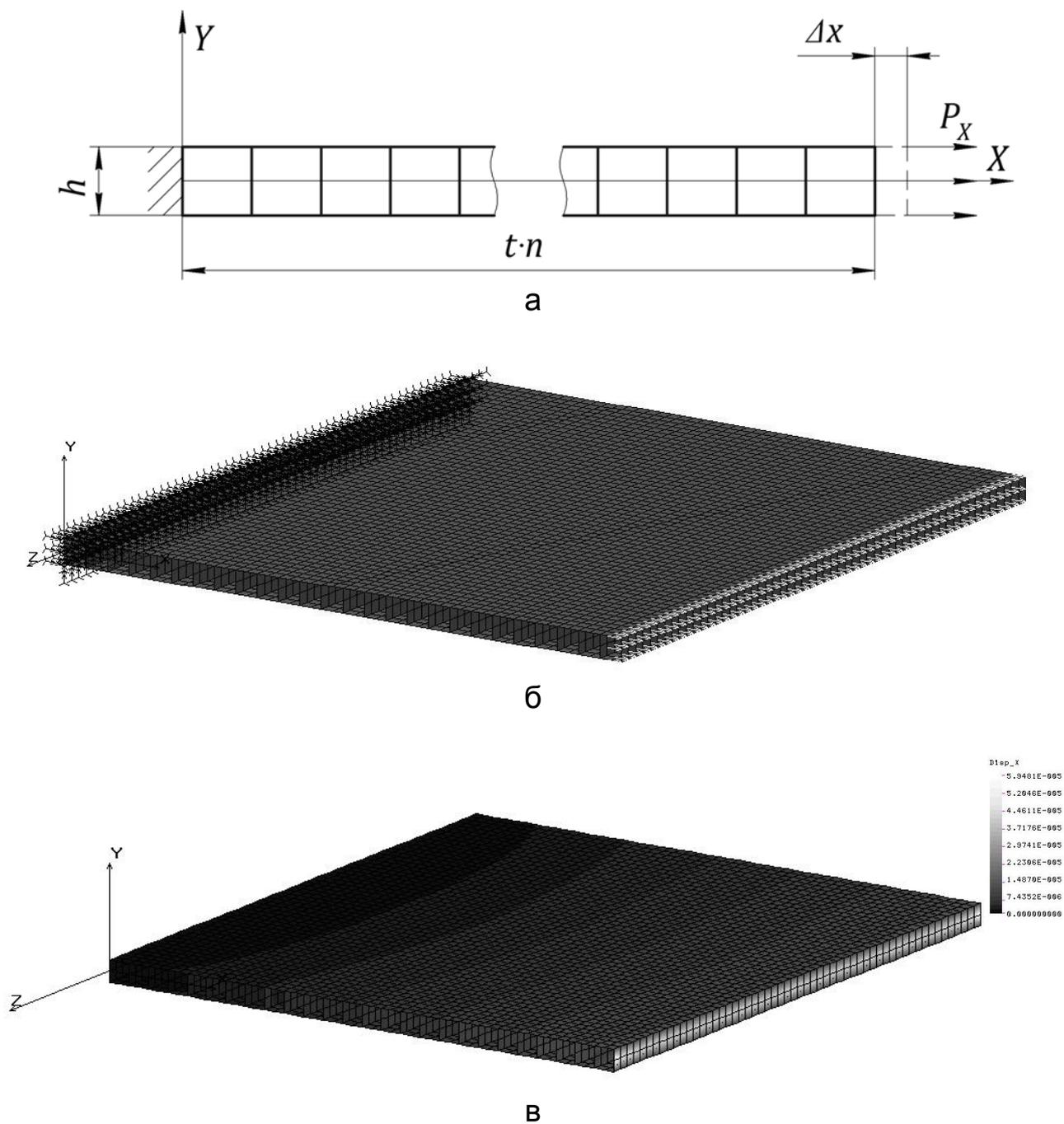


Рисунок 4 – Определение приведенного модуля упругости ТЗ вдоль оси X:

- а – схема нагружения и закрепления системы трубок;
- б – соответствующие в программном комплексе МКЭ граничные условия;
- в – полученная картина линейных перемещений вдоль оси X

В табл. 4 представлены результаты сравнения аналитического расчета и численного эксперимента для модулей упругости и сдвига ТЗ.

Таблица 4 – Сравнение полученных результатов

№ п/п	Наименование ФМХ	Численное значение			
		Аналитический результат		Результат численного эксперимента	
		без учета клеевого слоя	с учетом клеевого слоя	без учета клеевого слоя	с учетом клеевого слоя
1	Модуль упругости вдоль оси X, МПа	672	687	580	585
2	Модуль упругости вдоль оси Y, МПа	672	653	784	822
3	Модуль упругости вдоль оси Z, МПа	1344	1174	917	957
4	Модуль сдвига в плоскости XY, МПа	0,134		0,212	0,218
5	Модуль сдвига в плоскости YZ, МПа	358	370	576	589
6	Модуль сдвига в плоскости ZX, МПа	358		128	130

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1. Для всех исследуемых упругих характеристик ТЗ наличие клеевого слоя незначительно влияет как на аналитические, так и численные результаты.

2. ФМХ, определенные по аналитическим моделям ТЗ, в различной степени отличаются от соответствующих характеристик, полученных на основе конечно-элементных моделей. При этом различия в модулях упругости первого рода существенно меньше, чем в модулях сдвига. Причины этих расхождений имеют комплексный характер. Что касается аналитических зависимостей модулей упругости первого рода от геометрических параметров ТЗ и физических характеристик их материала, то здесь основной причиной их неточности является, по-видимому, довольно грубые допущения, принятые при учете характера деформирования элементов ТЗ под воздействием соответствующих усилий. Это относится и к модулям сдвига.

Установить количественные значения этих отклонений от предполагаемых истинных величин с той или иной степенью приближения можно только ценой усложнения соответствующих математических моделей за счет принятия более строгих допущений о характере деформирования элементов ТЗ.

Сами же истинные величины приведенных ФМХ ТЗ, казалось бы, можно установить на основе физического эксперимента на натуральных об-

разцах ТЗ. Однако эти величины также будут зависеть от формы и размеров соответствующих образцов, условий их закрепления и схемы испытаний, стандарты на которые для ТЗ не установлены\*. Ожидать установления истинных значений приведенных ФМХ ТЗ, во всяком случае в ближайшее время, бесперспективно несмотря на значительные материальные и временные затраты на изготовление и испытания образцов ТЗ. В то же время прогресс компьютерных технологий сделал привлекательным использование конечно-элементной поддержки для установления искомым ФМХ путем виртуальных испытаний образцов, реализованных выше. Однако степень достоверности полученных результатов также зависит от ряда факторов, к которым прежде всего следует отнести:

- геометрическую форму и размеры образцов;
- выбор и точность реализации схемы закрепления образцов при том или ином виде нагружения;
- способ воспроизведения вида нагрузки, соответствующей установлению той или иной ФМХ;
- размеры и вид конечных элементов, на которые разбивается соответствующий образец.

В связи с этим установление количественных значений отклонений ФМХ ТЗ от предполагаемых истинных величин, как и в случаях, рассмотренных выше, также представляется весьма затруднительным.

Определенную степень достоверности имеет, на наш взгляд, близость результатов определения тех или иных ФМХ ТЗ, полученных по аналитическим моделям и при МКЭ-поддержке. Поэтому представляется оправданным, в связи с тем, что использование аналитических зависимостей для определения ФМХ ТЗ не сопряжено с какими бы то ни было затратами, а получение ФМХ ТЗ при МКЭ-поддержке в каждом конкретном случае требует определенных дополнительных затрат, использовать в проектировочных расчетах изделий авиационной и ракетно-космической техники из ПКМ с ТЗ откорректированные аналитические зависимости с помощью постоянных коэффициентов, устанавливающих отношение

$$K_i^* = \frac{\text{ФМХ}_{\text{прив } i}^A}{\text{ФМХ}_{\text{прив } i}^{\text{МКЭ}}} \quad (1)$$

при последующем определении  $\text{ФМХ}_{\text{прив } i}^A$  для новых ПКМ и геометрических параметров ТЗ. При этом, учитывая отмеченную приближенность такого подхода, в качестве  $K_i^*$  необходимо выбирать в запас то значе-

---

\* Известно, что на испытания образцов сотового заполнителя существуют многочисленные стандарты, результаты испытаний по которым в ряде случаев существенно отличаются.

ние, которое меньше единицы, а в случае, когда оно превышает единицу, принимать  $K_j^* = 1$ .

Тогда на основании проведенных выше численных экспериментов и сравнения их результатов с полученными по аналитическим моделям (табл. 4) представляется оправданным ввести следующие значения корректирующих коэффициентов для соответствующих ФМХ ТЗ, представленные в табл. 5.

Таблица 4 – Рекомендуемые корректирующие коэффициенты для аналитических значений приведенных ФМХ ТЗ

№ п/п	Наименование ФМХ	$\frac{\Phi M X_{прив i}^A}{\Phi M X_{прив i}^{MKЭ}}$	Корректирующий коэффициент $K_j^*$
1	Модуль упругости вдоль оси X, МПа	1,16	1
2	Модуль упругости вдоль оси Y, МПа	0,85	0,85
3	Модуль упругости вдоль оси Z, МПа	1,47	1
4	Модуль сдвига в плоскости XY, МПа	0,625	0,625
5	Модуль сдвига в плоскости YZ, МПа	0,625	0,625
6	Модуль сдвига в плоскости ZX, МПа	2,75	1

Последнее, однако, не исключает дальнейших исследований в направлении повышения точности как аналитических, так и конечно-элементных моделей, которые, по-видимому, должны привести или к сближению, или к совпадению результатов.

#### Список использованных источников

1. Двейрин, А.З. Анализ эффективности внедрения интегральных конструкций с трубчатыми элементами из полимерных композиционных материалов [Текст] / А.З. Двейрин, Е.В. Майорова // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Вып. 4 (68).– Х., 2011. – С. 65 – 77.

2. Гайдачук, В.Е. Приведенные физико-механические характеристики трубчатого заполнителя для трехслойных конструкций летательных

аппаратов [Текст] / В.Е. Гайдачук, А.В. Кондратьев, Е.В. Омельченко // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Вып. 44. – Х., 2009. – С. 67 – 78.

3. Оценка физико-механических характеристик углесотопласта различной схемы армирования при помощи МКЭ-поддержки [Текст] / В.Е. Гайдачук, В.В. Кириченко, А.В. Кондратьев, В.И. Сливинский // Эффективность сотовых конструкций в изделиях авиационно-космической техники : сб. материалов IV междунар. науч.-практ. конф. / Укр. НИИ технологий машиностроения. – Днепропетровск, 2011. – С. 54 – 59

4. МКЭ-поддержка экспериментов по определению полного набора упругих констант ортотропных полимерных композитов [Текст] / В.А. Акопьян, В.Н. Аксенов, Е.В. Рожков и др. // Теория и практика технологий производства изделий из композиционных материалов и новых металлических сплавов (ТПКММ). Идентификация и моделирование свойств материалов и технологических процессов : труды 5-й Московской междунар. конф. 24-27 апреля 2007; под ред. К.В. Фролова, О.С. Сироткина, В.С. Боголюбова. – М.: Знание, 2008. – С. 437 – 442.

5. Статические и динамические расчеты транспортных и энергетических сооружений на базе программного комплекса COSMOS/M [Текст] / С.В. Елизаров, А.В. Бенин, В.А. Петров и др. – СПб.: Иван Федоров, 2004. – 260 с.

*Поступила в редакцию 01.03.2012.*

*Рецензент: канд. техн. наук, проф. В.В. Кириченко,  
Национальный аэрокосмический университет  
им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков.*