УДК 629.7:531 В.А. Шабохин, канд. техн. наук

ОСОБЕННОСТИ СОЗДАНИЯ ВРАЩАЮЩИХСЯ ТРОСОВЫХ СИСТЕМ

Актуальность и постановка задачи

Космические тросовые системы (ТС) разнообразны по назначению и направлены на повышение характеристик микроспутников и традиционных космических аппаратов.

Относительно новым направлением в области ТС являются системы с протяженностью от десятков до сотен метров со стабилизированным вращением.

В частности, вращающиеся ТС, имеющие два тела, соединенных между собой гибкой связью (ГС), эффективно использовать для определения разрешающей способности и паспортизации наземных средств контроля космического пространства.

Целью работы было исследование особенностей создания вращающихся ТС с протяженностью указанной выше.

Решение задачи

Известно, что основными кинематическими параметрами рабочего режима движения вращающейся связки являются расстояния между телами, скорость вращения и масса концевых тел.

Для расчета указанных выше параметров связки использованы известные аналитические зависимости плоского движения связки из двух точечных масс и невесомой ГС длиной ℓ в орбитальной системе координат для круговой орбиты без учета внешних сил*:

$$\begin{aligned} \ell'' &= \ell \cdot [(\delta' + 1)^2 + 3\cos^2\delta - 1] + T_{пр} \cdot \ell; \\ \delta'' &= -2 \cdot \frac{\ell'}{\ell} \cdot (\delta + 1) - \frac{3}{2}\sin 2\delta, \end{aligned} \qquad (1)$$

где δ – угол между ГС и направлением из притягивающего центра в центр масс связки;

ℓ', δ' – первые производные длины ГС и угла между ГС и направлением из притягивающего центра в центр масс связки по истинной аномалии орбиты u;

---

* Шабохин В.А. Принципы построения вертикальной цепи тел с использованием гибких связей / В.А. Шабохин // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». - Х., 2009. - Вып.58 (2) – С. 106 - 113.

ℓ'', δ'' – вторые производные длины ГС и угла между ГС и направлением из притягивающего центра в центр масс связки по истинной аномалии орбиты *u;*

$T_{пр}$ – приведенное усилие натяжения в нити, связанное с истинной аномалией усилием T :

$$T = m_{пр}\Omega^2 \ell T_{пр};$$

$$m_{пр} = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2};$$

m_1, m_2 – массы конечных тел;

T – сила натяжения ГС;

Ω – орбитальная угловая скорость.

Уравнения (1) описывают режим связанного движения связки при $T \neq 0$, в случае $\ell'' = \ell' = 0$. Тогда уравнения (1) запишем в виде

$$\delta'' = -\frac{3}{2} \cdot \sin 2\delta; \qquad -T_{пр} = (\delta' + 1)^2 + 3\cos^2 \delta. \tag{2}$$

Первый интеграл первого уравнения в (1) имеет вид

$$(\delta')^2 = h - 3\sin^2 \delta, \tag{3}$$

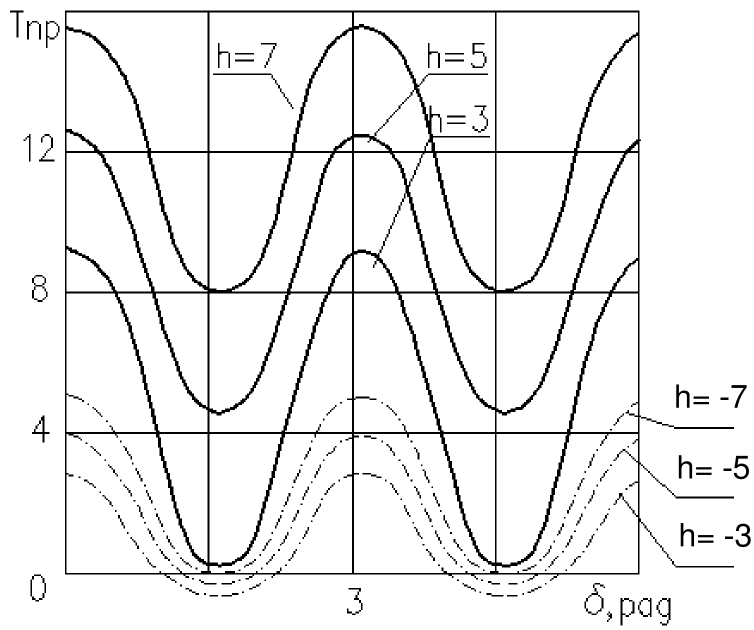
где h – постоянная интегрирования, характеризующая величину относительной начальной скорости вращения связки.

Второе уравнение в (1) с учетом (3) дает выражение для $T_{пр}$:

$$-T_{пр} = h + 3\cos^2 \delta \pm 2\sqrt{h - 3\sin^2 \delta}. \tag{4}$$

Значение δ отсчитывается от вертикали и при совпадении относительной и абсолютной скоростей связки $(\delta' > 0)$ знак в формуле (4) соответствует "+", а при несовпадении $(\delta' > 0)$ соответственно "–". На рисунке приведены изменения $T_{пр}$ в зависимости от δ, рассчитанные по уравнению (4) для величин энергии h в окрестности граничных значений.

Из (4) следует, что с увеличением h растет и величина $T_{пр}$. Из графика видно, что при значениях *h=3* и δ, кратных π, получаем максимальное значение $T_{пр}$*=9,46*, а при значениях δ, кратных $\frac{\pi}{2}$, – *T=0*. Так как нас интересует связанное движение *($T_{пр}$>0)*, то из (4) получаем граничное условие натяжения связки при совпадении абсолютной и относительной угловых скоростей связки $h \geq 3$.



Приведенное натяжение в связи в зависимости от угла поворота связки

При вращении связки в противоположную сторону условие $T_{пр} > 0$ реализуется при $h \geq 7$. В этом случае $T_{пр} = 4{,}7$.

При значении $h = -3$ и $\delta = 0$ из (4) получаем $T_{пр} = 3$. Этот случай соответствует расположению связки по вертикали.

Таким образом, максимальные величины будут:

$$\begin{aligned} &T^{+}{}_{пр\max} \geq 9{,}46 \quad (h \geq 3) \\ &T^{-}{}_{пр\max} \geq 4{,}7 \quad (h \geq 7) \\ &T_{пр_{верт}} = 3 \quad (h = -3) \end{aligned} \tag{5}$$

Соотношения (5) определяют предельные значения начальных условий и минимальные усилия, которые должна выдерживать связь для существования вращения связки по орбитальному движению и против него, а также для её вертикального расположения.

Из (5) видно, что для связки, вращающейся против орбитального движения, усилия в связи примерно в два раза меньше, чем для связки вращающейся по орбитальному движению.

Рассмотрим возможность упрощения уравнений (2). По условию

$$\delta' = \frac{d\delta}{du} = \frac{d\delta}{d(\Omega t)} = \frac{1}{\Omega} \cdot \frac{d\delta}{dt} = \frac{1}{\Omega} \cdot \dot{\delta}, \tag{6}$$

где t – время.

Рассмотрим возможность реализации угловых скоростей связки в диапазоне $\dot{\delta} = 0{,}1...0{,}8\ c^{-1}$. В этом случае для $\dot{\delta} > 0{,}1\ c^{-1}$ в соответствии с (6) выполняется неравенство $\delta' > \frac{0{,}1}{\Omega}$, что для средней высоты полета $(\Omega = 10^{-3}\ c^{-1})$ соответствует $\delta' > 100$. В выражении (3) членом $3\sin^2\delta$ можно пренебречь. Тогда выражение (3) можно представить в виде $(\delta')^2 = h$, т.е. угловую скорость связки для решения этой задачи можно считать постоянной.

Членом $(3\cos^2\delta - 1)$ также можно пренебречь и второе равенство (2) примет вид

$$T_{пр} \approx (\delta' + 1)^2.$$

Следовательно, для определения усилия Т в связке, вращающейся со скоростью $\dot{\delta}$ в инерциальном пространстве, можно пользоваться формулой

$$T = m_{пр} \cdot \dot{\delta}^2 \cdot \ell, \qquad (7)$$

а уравнения плоского движения связки при $T > 0$ можно записать в виде

$$\ell'' = \ell(\delta' + 1)^2 + T_{пр}\ ;$$

$$\delta'' = -2\frac{\ell'}{\ell}(\delta' + 1).$$

Рассмотрим влияние прочностных характеристик материала ГС на параметры тросовой системы. Усилие натяжения в связи определяется гравитационной составляющей согласно (7) и величиной центробежной силы $F_ц$ для связи, обладающей массой $m_{ГС}$:

$$F_ц = \frac{m_{ГС}}{2}\dot{\delta}^2\frac{\ell}{4}, \qquad (8)$$

где $\dot{\delta}$ – угловая скорость связки;
ℓ – длина ГС.

Рассмотрим случай, когда две массы m_1 и m_2 связаны весомой нитью постоянного сечения с массой $m_{ГС} = \rho_{ГС} \cdot S \cdot \ell$, где $\rho_{ГС}$ и S – плотность материала и площадь поперечного сечения нити.

Тогда условие прочности запишем в виде

$$T_{гр} + F_ц < \sigma_д \cdot S, \qquad (9)$$

где σ_∂ – допустимый предел прочности.

Так как $T_{гр}$ определяется из (7), а $F_ц$ – из (8), то условие (9) при вращении относительно центра масс связки примет вид

$$m_{пр} \cdot \dot{\delta}^2 \cdot \ell + \frac{1}{8} \cdot \rho_{ГС} \cdot S\ell^2 \cdot \dot{\delta}^2 < \sigma_\partial \cdot S. \qquad (10)$$

После преобразований из (10) получим

$$\ell < \frac{1}{\dot{\delta}} \sqrt{\frac{\sigma_\partial}{\left(\frac{m_{пр}}{m_{ГС}} + \frac{1}{8}\right) \cdot \rho_{ГС}}}. \qquad (11)$$

Рассмотрим выражение (11) при следующих предположениях:

1. При $m_1 = m_2 = m,\ m_{пр} = \frac{m}{2}$ $\qquad \ell \cdot \dot{\delta} \le \sqrt{\frac{\sigma_\partial}{\left(\frac{m}{2m_{ГС}} + \frac{1}{8}\right) \cdot \rho_{ГС}}}.$

2. При $m_1 = m_2 = m_{ГС}$ $\qquad \ell \cdot \dot{\delta} \le \sqrt{\frac{8\sigma_\partial}{5\rho_{ГС}}}.$ $\qquad$ (12)

3. При $m_1 = 0$ $\qquad \ell \cdot \dot{\delta} \le 2\sqrt{\frac{2\sigma_\partial}{\rho_{ГС}}}.$

Последний случай является предельным, так как предполагает отсутствие массы на конце связки и определяет предельно допустимые значения длины ГС (или угловой скорости) до разрыва ГС.

Запишем (12) в виде

$$\frac{\ell \cdot \dot{\delta}}{2} \le \sqrt{\frac{2\sigma_\partial}{\rho_{ГС}}}.$$

Левая часть полученного выражения соответствует максимальной линейной скорости конца ГС – V_{max}. В частности, используя в качестве ГС нити из СВМ ($\rho_{ГС}$ = 1,5·10^3 кгс/м^3, σ_∂= 10^3 н/м^2), получаем значение V_{max} = 1,143·10^3 м/с, а произведение $\ell \cdot \dot{\delta} \le$2,268км·с. Например, расчет, проведенный по формуле (12) для угловой скорости вращения связки $\dot{\delta}$ = 8 об/мин, дает максимально возможную длину ГС – 2,73 км. При наличии конечной массы допустимая величина длины (или угловой скорости) уменьшается.

Так, при увеличении конечной массы до 10 кг максимальная длина ГС не может превышать 1,17 км для того же значения угловой скорости.

Из (10) можно получить выражения для определения максимально возможной длины ГС, угловой скорости, массы тел и площади сечения ГС:

$$\ell = -\frac{4m_{пр}}{\rho_{ГС} \cdot S} + \sqrt{\left(\frac{4m_{пр}}{\rho_{ГС} \cdot S}\right)^2 + \frac{8 \cdot \sigma_{\partial}}{\rho_{ГС} \cdot \dot{\delta}^2}};$$

$$\dot{\delta}^2 = \frac{8 \cdot \sigma_{\partial} \cdot S}{\rho_{ГС} \cdot S \cdot \ell + 8 \cdot \ell \cdot m_{пр}};$$

$$m_{пр} = \frac{\sigma_{\partial} \cdot S}{\ell \cdot \dot{\delta}^2} - \frac{m_{ГС}}{8};$$

$$S = \frac{8 \cdot m_{пр} \cdot \ell \cdot \dot{\delta}^2}{8 \cdot \sigma_{\partial} - \rho_{ГС} \cdot \ell^2 \cdot \dot{\delta}^2}.$$

Таким образом, для вращающейся связки существует ограничение по длине и (или) угловой скорости в зависимости от прочностных и весовых характеристик материала ГС и направления вращения связки.

Из полученных соотношений следует, что увеличение длины связки возможно при снижении угловой скорости, а уменьшение длины – при увеличении массы концевых тел.

Выводы

1. Исследованные особенности создания вращающейся связки двух тел с длиной гибкой связи между телами от десятков до сотен метров показали техническую возможность реализации таких тросовых систем.
2. Получены аналитические выражения для расчета основных кинематических параметров рабочего режима движения связки.
3. Результаты проведенных исследований могут быть использованы при проектировании космических аппаратов.

Поступила в редакцию 10.10.09.
Рецензент: д-р техн. наук, ст. науч. сотр. В.И. Сливинский УкрНИИТМ, г. Днепропетровск