

УЧЕТ ПОВЫШЕННЫХ ТЕМПЕРАТУРЫ И ВЛАЖНОСТИ ВОЗДУХА ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ОСНОВНЫХ МАСШТАБОВ ПОДОБИЯ В СЛУЧАЕ УДОВЛЕТВОРЕНИЯ КРИТЕРИЕВ ФРУДА, РЕЙНОЛЬДСА И МАХА

Одной из возможных комбинаций совместно удовлетворяемых критериев подобия при исследовании динамики полёта натурального летательного аппарата (ЛА) с помощью экспериментального воздушного судна (ЭВС) является комбинация критериев Фруда Fr , Рейнольдса Re и Маха M [1].

Для одновременного удовлетворения подобия по критериям Фруда Fr , Рейнольдса Re и Маха M необходимо, чтобы параметры атмосферы на высотах подобия удовлетворяли равенству [1]

$$\frac{g_1 v_1}{a_1^3} = \frac{g_2 v_2}{a_2^3}, \quad (1)$$

где g – ускорение силы тяжести; v – коэффициент кинематической вязкости воздуха; a – скорость звука в набегающем потоке (здесь и далее индекс “1” определяет отношение критерия или показателя к потоку, обтекающему натуральный ЛА, а индекс “2” – к потоку, обтекающему ЭВС).

В соответствии с данными Стандартной атмосферы (СА) [2] такое соотношение выполняется только при равенстве высот полета натурального ЛА и ЭВС, что приводит к равенству единице масштабов подобия основных параметров натурального ЛА и ЭВС (линейных размеров – k_ℓ , масс – k_m и моментов инерции – k_I) [1].

Однако в случае эксплуатации натурального ЛА в зоне с усложненными природно-климатическими условиями реальная атмосфера может существенно отличаться от стандартной. Одними из отличий, которые должны быть учтены при проектировании ЭВС, являются повышенные температура и влажность воздуха.

Целью данной работы является получение зависимостей для определения масштабов подобия основных параметров в случае удовлетворения критериев Фруда Fr , Рейнольдса Re и Маха M , учитывающих повышенную температуру и влажность воздуха в зоне эксплуатации натурального ЛА, а также исследование влияния обозначенных выше природных факторов на определение высот аэродинамического подобия.

Масштабы подобия основных параметров натурального ЛА и ЭВС [1]

$$k_\ell = \frac{\ell_1}{\ell_2}; \quad k_m = \frac{m_1}{m_2}; \quad k_I = \frac{I_{i1}}{I_{i2}}, \quad (2)$$

где l_1, l_2 – сходственные номинальные размеры натурального ЛА и его ЭВС; m_1, m_2 – массы натурального ЛА и его ЭВС; I_{j1}, I_{j2} – моменты инерции (осевые и центробежные) натурального ЛА и ЭВС относительно осей сходственных систем координат.

В случае удовлетворения подобия по критериям Фруда Fr , Рейнольдса Re и Маха M масштабы подобия основных параметров определяются соотношениями [1]

$$k_\ell = \sqrt{\frac{a_1 v_1}{g_1} \frac{g_2}{a_2 v_2}}; \quad (3)$$

$$k_m = k_\rho k_\ell^3; \quad (4)$$

$$k_I = k_\rho k_\ell^5, \quad (5)$$

где $k_\rho = \frac{\rho_1}{\rho_2}$ – масштаб плотностей воздуха; ρ_1 – плотность воздуха на

высоте полета натурального ЛА; ρ_2 – плотность воздуха на высоте проведения модельного эксперимента на ЭВС.

В работе [3] установлено, что плотность воздуха с учетом влажности определяется выражением

$$\rho_{вл} = \rho_{расч} (1 - \Delta_\rho); \quad (6)$$

$$\Delta_\rho = 0,3785 \left(\frac{\varphi \rho_{н.п}}{\rho_{вл}} \right), \quad (7)$$

где φ – относительная влажность воздуха; $\rho_{н.п}$ – давление насыщения водяного пара при данной температуре; $\rho_{вл}$ – статическое давление

влажного воздуха; $\rho_{расч} = \frac{\rho_{вл}}{R_g T}$ – значение плотности воздуха, рассчитанное по давлению фактически влажного воздуха, но обычной формуле для сухого воздуха; R_g – удельная газовая постоянная сухого воздуха

($R_g = 287,053$ Дж/(кг·К)); T – температура воздуха; Δ_ρ – поправка на влажность воздуха к значению плотности, вычисленной по давлению влажного воздуха без учета его влажности.

Скорость звука в потоке влажного воздуха согласно [3] можно рассчитать по следующим выражениям:

$$a_{вл} = a_{расч} \sqrt{\frac{(1 + \Delta_\chi)}{(1 - \Delta_\rho)}}; \quad (8)$$

$$a_{расч} = \sqrt{\chi_в \frac{\rho_{вл}}{\rho_{расч}}}; \quad (9)$$

$$\Delta_\chi = \frac{\frac{\chi_{п} - 1}{\chi_в}}{1 + \frac{c_{\vartheta_в} \left(\frac{\rho_{вл}}{\varphi \rho_{н.п}} - 1 \right)}{0,6215 c_{\vartheta_{п}}}}, \quad (10)$$

где $a_{расч}$ – значение скорости звука, рассчитанное по давлению фактически влажного воздуха, но по показателю адиабаты и формуле для сухого воздуха; Δ_χ – поправка на влажность воздуха к значению показателя адиабаты сухого воздуха; $\chi_в$ – показатель адиабаты сухого воздуха; $\chi_{п}$ – показатель адиабаты водяного пара; $c_{\vartheta_в}$ – удельная теплоемкость при постоянном объеме сухого воздуха; $c_{\vartheta_{п}}$ – удельная теплоемкость при постоянном объеме водяного пара.

Коэффициент кинематической вязкости влажного воздуха определяют по формуле [3]

$$\nu_{вл} = \nu_{расч} \frac{\Delta_\mu}{(1 - \Delta_\rho)}, \quad (11)$$

где $\nu_{расч} = \frac{\mu_в}{\rho_{расч}}$ – значение коэффициента кинематической вязкости воздуха, рассчитанное по давлению фактически влажного воздуха, но по коэффициенту динамической вязкости и формуле для сухого воздуха; $\mu_в$ – динамическая вязкость сухого воздуха при соответствующей температуре; Δ_μ – поправка на влажность к коэффициенту динамической вязкости сухого воздуха.

Поправку на влажность к коэффициенту динамической вязкости сухого воздуха можно вычислить следующим образом [3]:

$$\Delta_{\mu} = \left[1 + 0,219 \left(\frac{\rho_{вп}}{\varphi \rho_{н.п}} - 1 \right)^{-1} \left(1 + 0,888 \left(\frac{\mu_{в}}{\mu_{п}} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^2 \right]^{-1} + \quad (12)$$

$$+ \frac{\mu_{п}}{\mu_{в}} \left[1 + 0,277 \left(\frac{\rho_{вп}}{\varphi \rho_{н.п}} - 1 \right) \left(1 + 1,126 \left(\frac{\mu_{п}}{\mu_{в}} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^2 \right]^{-1},$$

где $\mu_{п}$ – динамическая вязкость водяного пара при соответствующей температуре.

Используя выражения (6) – (9), рассчитываем значения левой части тождества (1) по данным о характеристиках атмосферы над населёнными пунктами: Абиджан ($05^{\circ}15'$ с. ш., $03^{\circ}56'$ в. д., высота над уровнем моря $H = 7$ м, Берег Слоновой Кости) и Солсбери ($17^{\circ}50'$ ю. ш., $31^{\circ}01'$ в. д., $H = 1470$ м, Зимбабве) [3], а значения ускорения свободного падения примем в соответствии с [2]. Значения правой части равенства (1) вычислим с использованием таблиц Стандартной атмосферы [2].

Результаты расчетов представлены на рис. 1 и 2.

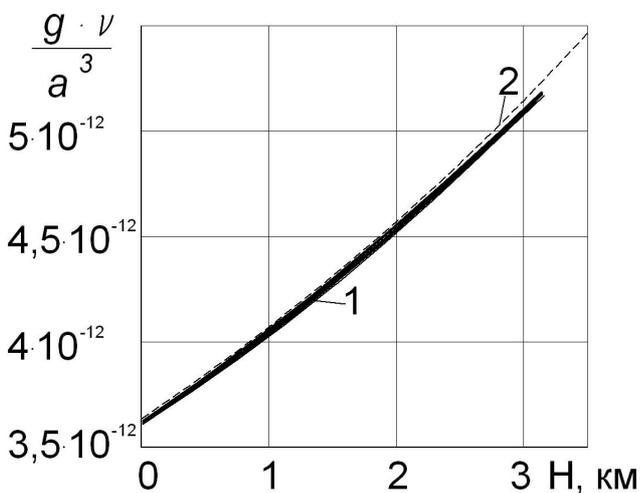


Рисунок 1 – Зависимость $\frac{g\nu}{a^3}$ от

высоты (Абиджан):

$$1 - \frac{g_1\nu_1}{a_1^3}; 2 - \frac{g_2\nu_2}{a_2^3}$$

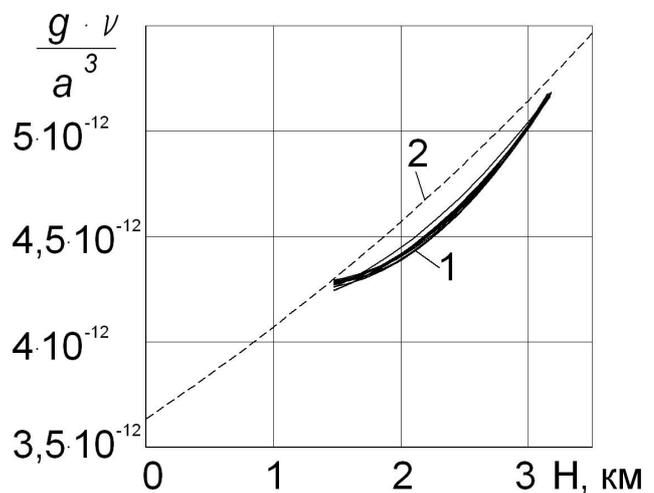


Рисунок 2 – Зависимость $\frac{g\nu}{a^3}$ от

высоты (Солсбери):

$$1 - \frac{g_1\nu_1}{a_1^3}; 2 - \frac{g_2\nu_2}{a_2^3}$$

Зависимости $\frac{g_1 v_1}{a_1^3}$ от высоты для обоих населенных пунктов ото-

бражены двенадцатью кривыми, построенными по среднемесячным значениям температуры и влажности. Как видно из рис. 1 и 2, значения $\frac{g v}{a^3}$, рассчитанные по характеристикам реальной атмосферы, незначительно отличаются от тех, которые определены по таблицам СА. Но при этом высоты, на которых выполняется равенство (1), отличаются друг от друга на 100...150 м, в то время как при использовании СА и для натурального ЛА, и для ЭВС эти высоты должны быть равны.

Чтобы получить зависимость для определения масштаба линейных размеров k_ℓ с учетом повышенных температуры и влажности в зоне эксплуатации натурального ЛА, подставим в выражение (3) формулы для вычисления плотности, скорости звука и коэффициента кинематической вязкости влажного воздуха (6), (8) и (11). После выполнения ряда преобразований получим

$$k_{\ell_{\text{вл}}} = k_{\ell_{\text{расч}}} (1 + \Delta_{k_\ell}) ; \quad (13)$$

$$k_{\ell_{\text{расч}}} = \sqrt{\frac{a_{\text{расч}1} v_{\text{расч}1}}{g_1} \frac{g_2}{a_2 v_2}} ; \quad (14)$$

$$\Delta_{k_\ell} = \frac{(1 + \Delta_{\chi_1})^{\frac{1}{4}} \Delta_{\mu_1}^{\frac{1}{2}}}{(1 - \Delta_{\rho_1})^{\frac{3}{4}}} - 1, \quad (15)$$

где $k_{\ell_{\text{расч}}}$ – значение масштаба линейных размеров, рассчитанное по температуре и давлению фактически влажного воздуха, но по коэффициенту динамической вязкости, скорости звука и формуле для сухого воздуха; Δ_{k_ℓ} – поправка на влажность к значению масштаба линейных размеров; Δ_{ρ_1} , Δ_{μ_1} и Δ_{χ_1} – поправки на влажность к плотности, коэффициенту динамической вязкости и показателю адиабаты сухого воздуха в зоне эксплуатации натурального ЛА.

Подставим в формулу (4) выражения (6) и (13) и, преобразовав, получим следующие зависимости для определения масштаба масс k_m с учетом повышенных температуры и влажности воздуха в зоне эксплуатации натурального ЛА:

$$k_{mвл} = k_{mрасч} (1 - \Delta_{k_m}) ; \quad (16)$$

$$k_{mрасч} = k_{\rho расч} k_{\ell расч}^3 ; \quad (17)$$

$$\Delta_{k_m} = 1 - \frac{(1 + \Delta_{\chi})^{\frac{3}{4}} \Delta_{\mu}^{\frac{3}{2}}}{(1 - \Delta_{\rho})^{\frac{5}{4}}} , \quad (18)$$

где $k_{mрасч}$ – значение масштаба масс, рассчитанное по температуре и давлению фактически влажного воздуха, но по коэффициенту динамической вязкости и формуле для сухого воздуха; Δ_{k_m} – поправка на влажность в зоне эксплуатации натурального ЛА к значению масштаба масс.

Выражение (5) преобразуем, также используя формулы (6) и (13). В результате получим зависимости для определения масштаба моментов инерции k_I с учетом повышенных температуры и влажности воздуха в зоне эксплуатации натурального ЛА

$$k_{Iвл} = k_{Iрасч} (1 - \Delta_{k_I}) ; \quad (19)$$

$$k_{Iрасч} = k_{\rho расч} k_{\ell расч}^5 ; \quad (20)$$

$$\Delta_{k_I} = 1 - \frac{(1 + \Delta_{\chi})^{\frac{5}{4}} \Delta_{\mu}^{\frac{5}{2}}}{(1 - \Delta_{\rho})^{\frac{11}{4}}} , \quad (21)$$

где $k_{Iрасч}$ – значение масштаба моментов инерции, рассчитанное по температуре и давлению фактически влажного воздуха, но по коэффициенту динамической вязкости и формуле для сухого воздуха; Δ_{k_I} – поправка на влажность в зоне эксплуатации натурального ЛА к значению масштаба моментов инерции.

Используя полученные выражения, определяем значения поправок на влажность к масштабам линейных размеров $\Delta_{k_{\ell}}$, масс Δ_{k_m} и моментов инерции Δ_{k_I} на различных высотах для населённых пунктов Абиджан и Солсбери. Результаты расчетов приведены на рис. 3 – 8.

Зависимости поправок на влажность от высоты представлены двенадцатью кривыми, построенными по среднемесячным значениям температуры и влажности.

Как видно из рис. 3, значения поправки на влажность к масштабу линейных размеров $\Delta_{k\ell}$, рассчитанные для Абиджана, не превышают 0,065% на высоте около 0 км и снижаются до 0,009% на высоте 3 км. В Солсбери (рис. 4) поправка на влажность к масштабу линейных размеров $\Delta_{k\ell}$ уменьшается с 0,033% на высоте 1,47 км до 0,003%, на высоте 3,17 км.

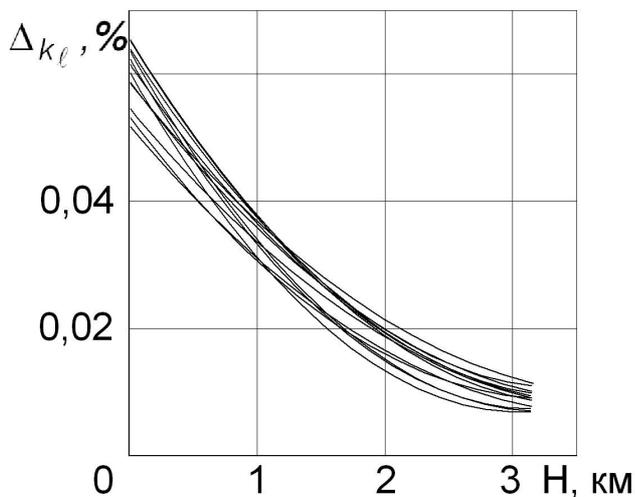


Рисунок 3 – Зависимость $\Delta_{k\ell}$ от высоты (Абиджан)

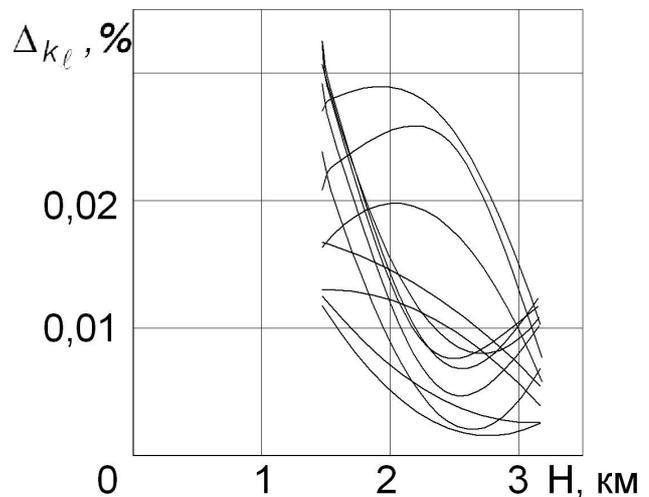


Рисунок 4 – Зависимость $\Delta_{k\ell}$ от высоты (Солсбери)

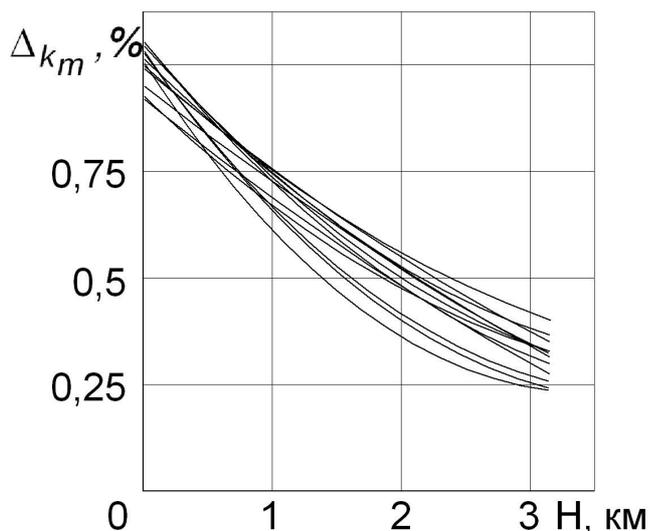


Рисунок 5 – Зависимость Δ_{km} от высоты (Абиджан)

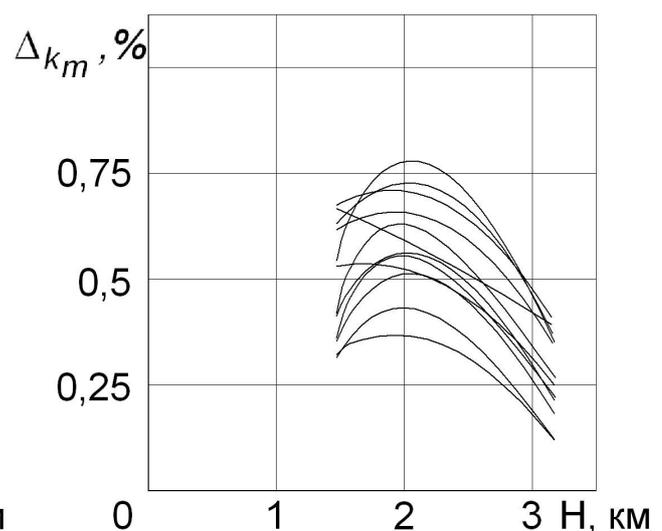


Рисунок 6 – Зависимость Δ_{km} от высоты (Солсбери)

Результаты расчетов, приведенные на рис. 5, показывают, что поправка на влажность к масштабу масс Δ_{km} , определенная по данным о состоянии атмосферы над Абиджаном, на высоте 0,007 км составляет около 1%, а на высоте 3 км снижается до 0,25%. Значения поправки на влажность к масштабу масс Δ_{km} , рассчитанные для Солсбери (рис. 6), изменяются от 0,67 % на высоте 1,47 км до 0,12% на высоте 3,17 км.

Поправка на влажность к масштабу моментов инерции Δ_{kl} составляет в Абиджане менее 1 % на высоте 0,007 км, уменьшаясь на высоте 3 км до 0,25% (рис. 7). Для Солсбери значения поправки на влажность к масштабу моментов инерции Δ_{kl} снижаются с 0,61%, на высоте 1,47 км, до 0,12%, на высоте 3,17 км (рис. 8).

Как видно из рис. 3 – 8, значения поправок на влажность к масштабам подобия (Δ_{kl} , Δ_{km} и Δ_{kl}) с высотой уменьшаются в обоих рассматриваемых населенных пунктах. Но в Солсбери наблюдается некоторое отклонение кривых зависимостей поправок от высоты в сторону увеличения на высотах около 500 м от подстилающей поверхности.

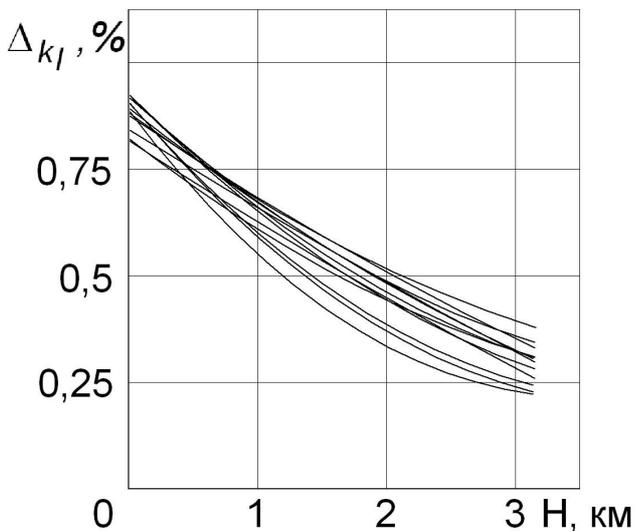


Рисунок 7 – Зависимость Δ_{kl} от высоты (Абиджан)

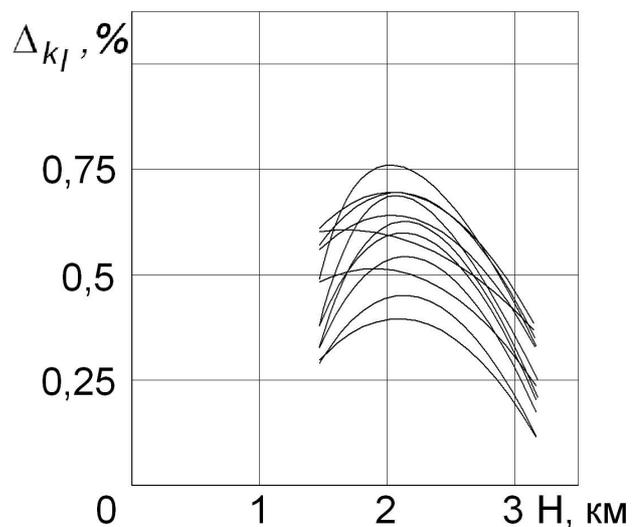


Рисунок 8 – Зависимость Δ_{kl} от высоты (Солсбери)

Выводы

1. Получены зависимости для определения основных масштабов подобия с учетом влажности воздуха в зоне эксплуатации натурального ЛА в случае обеспечения подобия по критериям Фруда Fr , Рейнольдса Re и Маха M . Анализ полученных зависимостей показал, что если при определении масштабов подобия учитывать повышенные температуры и

влажность в зоне эксплуатации натурального ЛА, то масштаб линейных размеров увеличивается на величину $\Delta_{k\ell}$, а масштабы масс и моментов инерции уменьшаются на величины Δ_{km} и Δ_{kl} соответственно.

2. Из рис. 3 – 8 видно, что с увеличением высоты значения поправок на влажность к масштабам уменьшаются, что обусловлено снижением количества водяного пара и температуры воздуха. Уменьшение значений поправок наблюдается в обоих исследуемых населенных пунктах, несмотря на то, что Абиджан расположен на высоте 7 м над уровнем моря, а Солсбери – на высоте 1470 м. Отклонение кривых, построенных для Солсбери, в сторону увеличения поправок на влажность на высотах от 1500 до 2000 м обусловлено, вероятно, влиянием подстилающей поверхности на распределение температуры и водяного пара в приземном слое атмосферы.

3. Исследовано влияние повышенных температуры и влажности на удовлетворение равенства (1), обязательного при совместном обеспечении подобия по критериям Фруда Fr , Рейнольдса Re и Маха M . Определено, что высоты, на которых выполняется равенство (1), отличаются друг от друга на 100...150 м, в то время как при использовании СА и для натурального ЛА, и для ЭВС эти высоты должны быть равны.

Список использованных источников

1. Определение размеров и массово-инерционных параметров свободнолетающих динамически подобных моделей самолетов: учеб. пособие / А.И. Рыженко, А.В. Бетин, В.И. Рябков, О.Р. Черановский; Мин-во просвещения Украины, Харьк. авиац. ин-т. – Х: Харьк. авиац. ин-т, 1992. – 101 с.

2. ГОСТ 4401-81 “Стандартная атмосфера. Параметры”

3. Бетина Е.Ю. Влияние влажности атмосферного воздуха на критерии подобия воздушных течений / Е.Ю. Бетина // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”. – Вып. 1 (48). – Х., 2007. – С. 133 – 145.

4. Краткий климатический справочник по странам мира. – Л.: Гидрометеоздат, 1984. – 240 с.

Поступила в редакцию 17.04.2009 г.

*Рецензент: канд. техн. наук, проф. В.В. Кириченко,
Национальный аэрокосмический университет
им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, г. Харьков*