УДК 629.7.023.2 М. Жаркан

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРНЫХ ПАРАМЕТРОВ И ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-АРМИРОВАННЫХ ВОЛОКНИСТЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

В последние 20-30 лет постоянно росли объемы применения в авиастроении высокопрочных и высокомодульных композиционных материалов (КМ) и расширялась номенклатура деталей и агрегатов из них. Увеличение скорости и высоты полета и соответственно удельных нагрузок приводит к необходимости применения все более толстых обшивок, стенок, полок и т.п., что входит в противоречие с недостаточными прочностными свойствами КМ на смятие и межслойный сдвиг.

Одним из конструктивно-технологических решений (КТР), призванным повысить межслоевую прочность КМ, является дополнительное трансверсальное армирование композитными или металлическими стержнями малого диаметра, внедряемыми в препрег .

При внедрении дополнительных армирующих элементов в незаполимеризованный препрег волокна искривляются и изменяется их объемное содержание. Такой КМ является неоднородным и обладает переменной анизотропией физико-механических характеристик.

Применяемые в механике конструкций методы исследования напряженно-деформированного состояния (НДС) требуют знания функций изменения физико-механических свойств от координат (аналитические методы) или осредненных свойств по заранее заданному объему (численные методы).

Краткий анализ исследований по определению физико-механических характеристик армированных КМ свидетельствует о том, что если известны структурные параметры (форма и упаковка, размеры волокон, свойства компонентов и т.п.), то имеющиеся теории и методики позволяют вычислить свойства КМ на любом уровне рассмотрения.

Наиболее известный вариант теории армирования оперирует следующими формулами для вычисления свойств монослоя КМ:

$$E_1 = E_в\theta + E_м(1-\theta);$$
$$\mu_{12} = \mu_в\theta + \mu_м(1-\theta);$$
$$G_{12} = \frac{G_в G_м}{G_м\theta + G_в(1-\theta)};$$

$$E_2 = \frac{E_в E_м \left[E_в \theta + E_м (1-\theta) \right]}{\left[E_в \theta + E_м (1-\theta) \right] \left[E_м \theta + E_в (1-\theta) \right] - \theta (1-\theta) \left[E_в \mu_м - E_м \mu_в \right]^2};$$

$$\alpha_1 = \frac{E_в \alpha_в \theta + E_м \alpha_в (1-\theta)}{E_в \theta + E_м (1-\theta)};$$

$$\alpha_2 = \frac{\left[E_в \theta + E_м (1-\theta) \right] \left[\alpha_в \theta + \alpha_м (1-\theta) \right] + \theta (1-\theta)(\alpha_м - \alpha_в)(E_в \mu_м - E_м \mu_в)}{E_в \theta + E_м (1-\theta)},$$

где θ - объемное содержание волокон;

E_1, E_2 - модули упругости вдоль и поперек волокон соответственно;

G_{12} - модуль сдвига;

α_1, α_2 - коэффициенты линейного температурного расширения соответственно вдоль и поперек волокон.

Из этих зависимостей хорошее совпадение с экспериментальными данными наблюдается только для E_1, μ_{12} и α_1. Кроме того, решение этой системы уравнений относительно $E_в, E_м, \mu_в, \mu_м, \alpha_в, \alpha_м$ может привести к многократному увеличению погрешности по сравнению с прямым расчетом.

Таким образом, восстановление свойств компонентов по приведенным формулам недостаточно оправдано, а их прямое экспериментальное определение вызывает принципиальные трудности из-за микроскопических размеров волокон, отличия свойств связующего в КМ от массива того же чистого материала и др. По этим причинам для трансверсально-армированных КМ актуальной является задача поиска путей и способов восстановления свойств волокон и матрицы по известным экспериментальным характеристикам однонаправленного монослоя КМ, что позволит более достоверно определять свойства материала, образующегося вокруг армирующих стержней. Это особенно важно, так как при внедрении стержней в КМ формируется "спутная" зона, состоящая из чистого связующего.

В связи с вышесказанным в работе получена модель и алгоритм определения структурных параметров КМ, армированного трансверсальными стержнями, которые служат основой теории армирования.

В основу разработанной расчетной схемы взаимодействия КМ, армированного стержнями, перпендикулярными к плоскости слоя, положены следующие допущения и предпосылки:

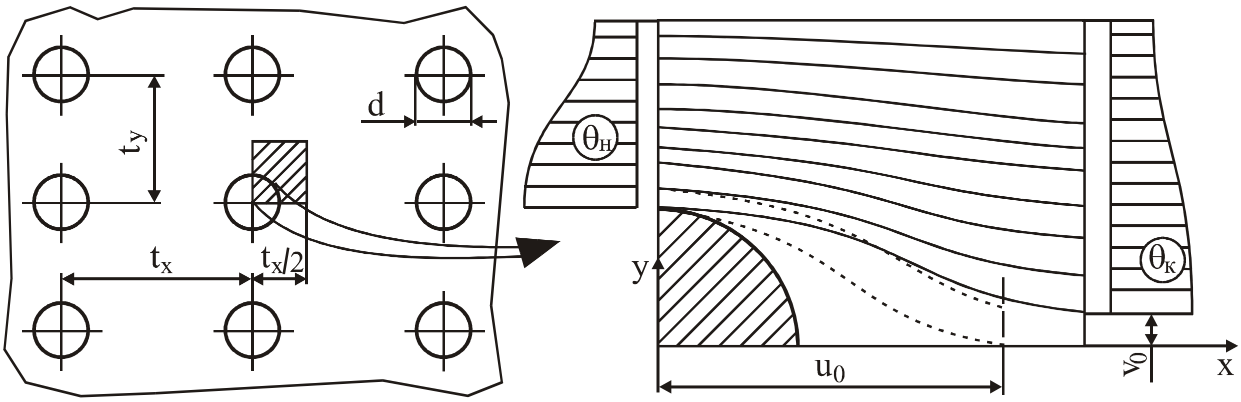
- армирующие стержни расположены упорядоченно. Практическое значение имеют тетрагональное и шахматное распределения, которые охватывают большинство практических задач;

- нити или волокна КМ представляют собой абсолютно гибкие и упругие стержни, помещенные в жидкое связующее, вследствие чего уравнение их упругой линии полностью определяется граничными условиями. Если при внедрении в препрег армирующих стержней такое допущение недостаточно оправдано, то после разогрева связующего, когда и происходит формирование структуры КМ, волокна ведут себя как упругие и гибкие стержни;

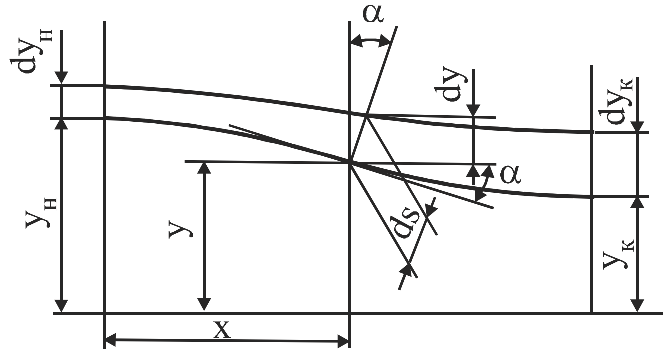
- при внедрении стержней слои КМ остаются плоскими и не изменяют свою толщину. Эти два допущения взаимосвязаны и дают возможность применять в последующих расчетах хорошо разработанную теорию слоистых сред [1-9];

- суммарная площадь волокон во всех сечениях постоянна, что следует из условия сохранения их целостности в процессе внедрения и полимеризации.

Рассмотрим случай для трансверсально-армированного КМ с тетрагональным расположением стержней.



а б



з

Модель взаимодействия КМ с трансверсальными стержнями

Слой однонаправленного волокнистого КМ с армированием по оси x, который усилен стержнями диаметром d, расположенными по углам четырехугольника со сторонами t_x и t_y. Примем, что на основе экспериментальных исследований предопределены распределения объемного содержания в сечениях $x=0$ и $x=u_0$ или $x=\frac{t_x}{2}$, а также параметры "спутной" зоны u_0 и v_0.

На основе принятых допущений и предпосылок уравнение упругой линии волокна (нити) записывается следующим образом:

$$y=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3, \tag{1}$$

где коэффициенты $a_i\left(i=0,\ldots,3\right)$ определяются из естественных граничных условий:

$$\begin{aligned} &x=0,\ y=y_н,\ \ dy/dx=0;\\ &x=u_0,\ y=y_к,\ dy/dx=0. \end{aligned} \tag{2}$$

Коэффициенты формы (1) зависят от координат начала $y_н$ и конца $y_к$ волокна и определяются из системы уравнений:

$$\begin{aligned} &y_н=a_0;\\ &a_1=0;\\ &y_к=a_0+a_1u_0+a_2u_0^2+a_3u_0^3;\\ &0=a_1+2a_2u_0+3a_3u_0^2, \end{aligned} \tag{3}$$

где u_0 может принимать значение $\frac{t_x}{2}$.

Из решения (3) получим

$$a_0=y_н;\ a_1=0;\ a_2=\frac{3(y_к-y_н)}{u_0^2};\ a_3=\frac{2(y_н-y_к)}{u_0^3}. \tag{4}$$

Подставим (4) в (1) и запишем уравнение упругой линии в виде

$$y=y_н+(y_к-y_н)\frac{x^2}{u_0^2}(3-2\frac{x}{u_0}). \tag{5}$$

Угол наклона волокна к оси x, являющегося углом армирования КМ в окрестности стержня, находят по формуле

$$\beta = arctg\frac{dy}{dx} = arctg\left[\frac{6x(y_к - y_н)}{u_0^2}(1 - \frac{x}{u_0})\right]. \tag{6}$$

Для определения текущего значения объемного содержания волокон в произвольной точке запишем условия сохранения количества волокон, исходящих из интервала $dy_н$ (см. рис.):

$$dy_н\theta_н(y) = dy_к\theta_к(y) = dy\theta(x,y)\cos\beta. \tag{7}$$

Отсюда

$$\theta(x,y) = \frac{\theta_н(y)}{\frac{\partial y}{\partial y_н}\cos\beta} = \frac{\theta_к(y)}{\frac{\partial y}{\partial y_к}\cos\beta}. \tag{8}$$

Здесь

$$\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2}}; \tag{9}$$

$$\frac{\partial y}{\partial y_н} = 1 + \left(\frac{\partial y}{\partial y_н} - 1\right)\frac{x^2}{u_0^2}\left(3 - 2\frac{x}{u_0}\right);$$

$$\frac{\partial y}{\partial y_к} = \frac{\partial y_н}{\partial y_к} + \left(1 - \frac{\partial y_н}{\partial y_к}\right)\frac{x^2}{u_0^2}\left(3 - 2\frac{x}{u_0}\right). \tag{10}$$

Из условия целостности и непрерывности волокон следует уравнение взаимосвязи координат $(y_н)$ и $(y_к)$:

$$\int_{\frac{d}{2}}^{y_н}\theta_н\partial y = \int_{\upsilon_0}^{y_к}\theta_к\partial y, \tag{11}$$

где значение v_0 (см. рисунок) может быть равным нулю.

Кроме того, для любого сечения $x = const$ должно соблюдаться равенство

$$\int_0^{y_н/2}\theta(x,y)\partial y = \theta_0\frac{t_y}{2}. \tag{12}$$

Таким образом, для нахождения значений $y_н$ и $y_к$ волокна, проходящего через точку (x, y), необходимо решить следующую систему интегро-алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \int\limits_{\frac{d}{2}}^{y_н} \theta_н(y)dy = \int\limits_{v_0}^{y_к} \theta_к(y)dy; \\ y = y_н + (y_к - y_н)\dfrac{x^2}{u_0^2}(3 - 2\dfrac{x}{u_0}). \end{cases} \tag{13}$$

Для качественной оценки полученных результатов рассмотрим некоторые частные случаи распределения волокон в сечениях $x = 0$ и $x = u_0 = \dfrac{t_x}{2}$. Пусть $\theta_н(y) = const$, а $\theta_к(y) = \theta_0$ при $v_0 = 0$. Тогда из уравнения (12) получим

$$\theta_н(y) = \theta_н \frac{t_y}{t_y - d}. \tag{14}$$

Система (13) в этом случае преобразуется к виду

$$\begin{cases} \dfrac{t_y}{t_y - d}(y_н - \dfrac{d}{2}) = y_к; \\ y = y_н\left[1 + \dfrac{d}{t_y - d} \cdot \dfrac{4x^2}{t_x^2}(3 - \dfrac{4x}{t_x})\right] - \dfrac{2dx^2 t_y}{t_x^2(t_y - d)}(3 - \dfrac{4x}{t_x}). \end{cases} \tag{15}$$

Решением (15) являются следующие выражения для определения координат начала и конца волокон:

$$y_н = \frac{y + \dfrac{2dx^2 t_y}{t_x^2(t_y - d)}(3 - \dfrac{4x}{t_x})}{1 + \dfrac{4dx^2}{t_x^2(t_y - d)}(3 - \dfrac{4x}{t_x})}; \tag{16}$$

$$y_к = \frac{t_y\left[y - \dfrac{d}{2} + \dfrac{2dx^2}{t_x^2}(3 - \dfrac{4x}{t_x})\right]}{(t_y - d)\left[1 - \dfrac{4dx^2}{t_x^2(t_y - d)}(3 - \dfrac{4x}{t_x})\right]}. \tag{17}$$

Угол армирования КМ вычисляют по формуле

$$\beta = arctg\frac{\frac{24dx}{t_x^2(t_y-d)}(y-\frac{t_y}{2})(1-\frac{2x}{t_x})}{1+\frac{4dx^2}{t_x^2(t_y-d)}(3-\frac{4x}{t_x})}. \quad (18)$$

Текущее значение объемного содержания волокон определяется по формуле (8), в которой необходимо подставить выражения

$$\frac{\partial y}{\partial y_н} = 1+\frac{4dx^2}{t_x^2(t_y-d)}(3-\frac{4x}{t_x}); \quad (19)$$

$$\frac{\partial y}{\partial y_к} = 1-\frac{d}{t_y}\left[1-\frac{4x^2}{t_x^2}(3-\frac{4x}{t_x})\right]. \quad (20)$$

Решения (16) - (18) уточняют результаты, приведенные в [10-12], где был исследован этот случай при дополнительном требовании о равномерном распределении волокон во всех сечениях $x = const$, т.е. $\theta\ (y) = const$.

Вторым важным для практики частным случаем является линейное распределение объемного содержания в сечении $x = 0$, а также постоянное и равное исходному при $x = \frac{t_x}{2}$.

Использование зависимости (12) приводит к следующему выражению для $\theta_н(y)$:

$$\theta_н = \theta_0\frac{t_y^2+d^2-4dy}{(t_y-d)^2}\cdot \quad (21)$$

Система уравнений (13) принимает вид

$$\begin{cases} (y_н-\frac{d}{2})(t_y^2+d^2)-2d(y_н^2-\frac{d^2}{4}) = y_к(t_y-d)^2; \\ y = y_н+(y_к-y_н)\frac{4x^2}{t_x^2}(3-\frac{4x}{t_x}). \end{cases} \quad (22)$$

После решения (22) подставим найденные значения $y_н$ и $y_к$ в (6) и определим угол армирования КМ. Текущее значение объемного содержания волокон вычисляют по формуле (8), в которой

$$\frac{\partial y}{\partial y_н} = 1 + \frac{8(t_y - 2y_н)}{(t_y - d)^2} \cdot \frac{x^2}{t_x^2}(3 - \frac{4x}{t_x}). \qquad (23)$$

Выше были получены необходимые формулы для определения объемного содержания и углов укладки слоев КМ с исходным армированием $\varphi = 0^\circ$.

В дальнейшем планируется получить зависимости для поперечных слоев с произвольным начальным углом армирования, а также с учетом угла наклона стержней и определить структурные параметры КМ при шахматном расположении стержней.

Вывод

На основе обоснованной системы допущений построена модель взаимодействия волокнистого слоистого КМ с трансверсальными армирующими стержнями, расположенными тетрагонально, внедряемыми в препрег перед формованием конструкции. На базе этой модели получены формулы для определения объемного содержания волокон и их углов армирования как функций от координат для продольных слоев.

Список использованных источников

1. Амбарцумян С.А. Общая теория анизотропных оболочек / С.А. Амбарцумян. - М.: Наука, 1974. - 446с.
2. Амбарцумян С.А. Теория анизотропных пластин / С.А. Амбарцумян. - М.: Наука, 1967. - 266 с.
3. Андриевская Г.Д. Высокопрочные ориентированные стеклопластики / Г.Д. Андриевская. - М.: Наука, 1966. - 370 с.
4. Ашкенази Е.К. Анизотропия конструкционных материалов. Е.К. Ашкенази, З.В. Ганов. - Л.: Машиностроение, 1972. - 216 с.
5. Болотин В.В. Механика многослойных конструкций / В.В. Болотин, Ю.Н. Новичков. - М.: Машиностроение, 1980. - 375 с.
6. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов / В.В. Васильев. - М.: Машиностроение, 1988. - 272 с.

7. Васильев В.В. Некоторые вопросы оптимального проектирования тонкостенных конструкций из композиционных материалов / В.В. Васильев // Актуальные проблемы авиационной науки и техники. - М.: Машиностроение, 1984. - С. 66-67.

8. Дудченко А.А. Анизотропные многослойные пластины и оболочки / А.А. Дудченко, С.А. Лурье, И.Ф. Образцов // Итоги науки и техники. Сер. Механика деформируемого твердого тела. - М.: ВИНИТИ, 1983. - Т. 15. - С. 3-68.

9. Основы проектирования и изготовления конструкций летательных аппаратов из композиционных материалов / В.В. Васильев, А.А. Добряков, А.А. Дудченко и др. - М.: МАИ, 1985. - 218 с.

10. Карпов Я.С. Деформативные свойства соединения деталей из композиционных материалов с крепежными микроэлементами / Я.С. Карпов, В.Д. Локтионов // Конструкция и технология получения изделий из неметаллических материалов: тез. докл. XII Всесоюз. конф. - Обнинск, ноябрь 1990. ДСП.

11. Карпов Я.С. Исследование физико-механических свойств волокнистого композиционного материала в окрестности крепежного элемента. Я.С. Карпов, В.Д. Локтионов // Проектирование элементов конструкций летательных аппаратов: Темат. сб. науч. тр. ХАИ. - Харьков, 1988. - С. 23-29.

12. Локтионов В.Д. Деформативные свойства элементов соединений деталей из композиционных материалов: Дис... канд. техн. наук. - Харьков, 1991. – ДСП.

Поступила в редакцию 03.02.09.
Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.Е. Гайдачук,
Национальный аэрокосмический университет
им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков