УДК 004.05

К. В. МОРОЗОВ, А. М. РОМАНКЕВИЧ, В. А. РОМАНКЕВИЧ

Национальный технический университет Украины «КПИ», Украина

О ХАРАКТЕРЕ ВЛИЯНИЯ МОДИФИКАЦИИ РЕБЕРНЫХ ФУНКЦИЙ GL-МОДЕЛИ НА ЕЕ ПОВЕДЕНИЕ В ПОТОКЕ ОТКАЗОВ

В статье проведен анализ влияния модификации реберных функций графо-логической модели на изменение поведения модели в потоке отказов. Проанализирован феномен появления побочных эффектов при модификации нескольких реберных функций, заключающийся в том, что в некоторых случаях блокированными оказываются векторы с повышенной кратностью отказов. Рассмотрены пути дополнительного преобразования моделей при возникновении побочных эффектов. Для организации блокирования тех или иных векторов состояния системы даны рекомендации относительно модифицируемых функций модели. Приведены ограничения на возможности модификации в зависимости от количества модифицируемых функций.

Ключевые слова: *GL-модель, реберные функции, модификация, блокирование векторов состояния системы*

Введение

В современном мире все большее распространение получают отказоустойчивые многопроцессорные системы [1], которые применяются не только для организации различного рода вычислений, но и в системах управления сложными объектами [2]. В процессе разработки таких систем приходится рассчитывать их показатели надежности и безопасности [3,4]. Эта задача может быть решена различными способами, каждый из которых имеет свои преимущества и недостатки. Один из способов основан на проведении статистических экспериментов с графо-логическими моделями (или GL-моделями) [5].

GL-модель представляет собой неориентированный граф, каждому ребру которого соответствует булева функция, называемая реберной функцией. Аргументом этих функций является вектор состояния системы, каждый из элементов которого соответствует одному из процессоров системы и принимает значение 1, если он исправен, и 0, если отказал. В случае, когда реберная функция принимает нулевое значение, соответствующее ребро исключается из графа. Потеря графом связности соответствует потере работоспособности системой. Предложенная модель может быть использована для моделирования поведения систем, описанных, например, в [1] и [6], причем, в случае обобщения результатов [6] для большего числа процессоров.

Система, состоящая из n процессоров и устойчивая к отказу любых m из них, а также соответствующая ей модель называются базовыми и обозначаются K(m, n). Существуют различные способы построения базовых моделей. Однако, к сожалению, некоторые реальные системы не являются базовыми. Такие системы и соответствующие их модели называются небазовыми.

Построение небазовых GL-моделей может заключаться в модификации той или иной базовой модели. Эта модификация может быть произведена несколькими различными путями: изменение структуры графа (например, проведение дополнительных ребер), изменение реберных функций и сочетание этих двух подходов [7]. В данной работе рассматривается второй подход, заключающийся в модификации только реберных функций. Однако, стоит отметить, что полученные в ней результаты могут быть полезны также и в случае сочетания данного подхода с изменением структуры графа. Также отметим, что в данной работе рассматриваются так называемые МВР-модели, описанные в [8], особенностью которых является минимум теряемых ребер при появлении m + 1 отказа.

Цель работы – проанализировать влияние модификации реберных функций на изменение поведения МВР-модели в потоке отказов.

1. Модификация нескольких функций GL-моделей

Пусть модель K'(m, n) получена из модели K(m, n) таким образом, что ее поведение в потоке отказов системы отличается от поведения базовой модели на некотором множестве векторов состояния. В общем случае, множество всех векторов можно разбить на три взаимно непересекающихся подмножества (некоторые из них могут быть пустыми): множество векторов, на которых поведение обеих моделей одинаковое; множество (которое обозначим как A) векторов, на которых модифицированная модель, в отличие от базовой, показывает работоспособное состояние системы (далее будем говорить, что модель *усилена* на этих векторах); и множество (которое обозначим как B) векторов, на которых модифицированная модель, в отличие от базовой, показывает неработоспособное состояние системы (далее будем говорить, что модель *ослаблена* на этих векторах). Таким образом, можно сказать, что в общем случае первоначально задача модификации базовой модели заключается в получении такой модели K'(m, n), для которой множества A и B будут совпадать с заданными. Векторы, на которых поведение моделей отличается, т.е. векторы, принадлежащие множествам A или B будем называть блокируемыми, причем, векторы, принадлежащие множеству A будем называть *блокируемыми путем усиления*, а векторы, принадлежащие множеству B – *блокируемыми путем ослабления*.

В контексте данной статьи рассматривается модификация модели путем изменения ее реберных функций. Для выполнения такой модификации важно понимать влияние модификации каждой из функций на результат, т.е. на множество блокируемых векторов. Так, модификации одной, двух и более функций не всегда может быть достаточно для блокирования того или иного вектора (с количеством отказов, значительно превышающим m). Кроме того, изменение нескольких функций может неочевидным образом повлиять на результат: блокируются дополнительные векторы, либо часть блокированных при помощи модификации других функций векторов перестает быть таковыми. Иногда такое влияние является негативным побочным эффектом, который необходимо так или иначе компенсировать.

Пусть в базовой модели K(m, n) были некоторым образом модифицированы M реберных функций, которые обозначим f_1, f_2, ..., f_M, в результате чего была получена модель K'(m, n), в которой соответствующие функции обозначим f_1', f_2', ..., f_M'. Очевидно, на некотором векторе v значения функций $f_i(v)$ и $f_i'(v)$ могут быть либо равными, либо противоположными. Пусть $\omega_i(v)$ – функция, принимающая на векторе v следующие значения:

$$\omega_i(v) = \begin{cases} 0, \text{ если } f_i(v) = f_i'(v) \\ 1, \text{ если } f_i(v) = 0,\ f_i'(v) = 1 \\ -1, \text{ если } f_i(v) = 1,\ f_i'(v) = 0 \end{cases} . \qquad (1)$$

Другими словами, это функция, отображающая различие между оригинальной и модифицированной реберными функциями, т.е.:

$$\omega_i(v) = f_i'(v) - f_i(v) . \qquad (2)$$

Тогда функция Ω(v), характеризующую данное различие для всей модели:

$$\Omega(v) = \sum_{i=1}^{M} \omega_i(v) . \qquad (3)$$

Т.к. ω_i принимает лишь значения из множества {–1, 0, 1}, то очевидно, что для любого вектора v справедливо:

$$-M \le \Omega(v) \le M . \qquad (4)$$

В [9] было доказано, что базовая МВР-модель K(m, n) на векторе v с r нулями потеряет ровно φ(m, r) ребер, где:

$$\varphi(m,r) = \begin{cases} 0, \text{ при } r < m, \\ r - m + 1, \text{ при } r \ge m. \end{cases} \qquad (5)$$

Выясним, какое количество ребер на данном векторе потеряет модель K'(m, n), обозначив его ψ(v). Очевидно, что модифицированная модель, в отличие от базовой, не потеряет ребер, которым соответствуют такие реберные функции, для которых справедливо $f_i(v) = 0$, $f_i'(v) = 1$. Такие функции будем называть усиленными на векторе v, а их количество обозначим как α(v). Отметим, что количество таких функций не может превышать количество ребер, теряемых базовой моделью, т.е. $0 \le \alpha(v) \le \varphi(m, r)$. С другой стороны, модель K'(m, n) дополнительно потеряет ребра, которым соответствуют такие реберные функции, для которых справедливо $f_i(v) = 1$, $f_i'(v) = 0$. Такие функции будем называть ослабленными на векторе v, а их количество обозначим как β(v), причем, β(v) ≥ 0. Тогда

$$\psi(v) = \varphi(m,r) - \alpha(v) + \beta(v) . \qquad (6)$$

Легко показать, что

$$\Omega(v) = \alpha(v) - \beta(v) . \qquad (7)$$

Другими словами, Ω(v) – это разность между количествами усиленных и ослабленных на векторе v реберных функций модели. Таким образом:

$$\psi(v) = \varphi(m,r) - \Omega(v) . \qquad (8)$$

Модель K'(m, n), как и модель K(m, n) основана на циклическом графе, который теряет связность при потере любых двух и более ребер.

Рассмотрим поведение модели при появлении вектора состояния системы v, содержащего r нулей.

Тогда $v \in A$, если $\varphi(m, r) \geq 2$, а $\psi(v) \leq 1$; и $v \in B$, если $\varphi(m, r) \leq 1$, а $\psi(v) \geq 2$. Во всех остальных случаях поведение моделей в потоке отказов будет идентичным. Рассмотрим каждую из этих ситуаций более подробно.

2. Блокирование векторов путем усиления

Для начала рассмотрим, на каких векторах модель будет усилена. Подставив выражения (5) и (8) в условия принадлежности вектора v к множеству A получим:

$$v \in A, \text{ если } \begin{cases} r \geq m+1, \\ \Omega(v) \geq r-m. \end{cases} \tag{9}$$

Таким образом, модифицированная модель, будет усилена на векторах с количеством нулей r, не меньшим, чем m + 1, и на которых количество усиленных функций превышает количество ослабленных функций не менее, чем на r – m.

Отсюда, в соответствии с (4) и (7), также можно утверждать, что для блокирования вектора с $r = m + t$ нулями приходится модифицировать не менее t реберных функций базовой модели K(m, n), причем тех, которые принимают на данном векторе значение, равное нулю. Отметим, что принимая во внимание ограничение $\alpha(v) \leq \varphi(m, r)$ и учитывая, что $\varphi(m, r) = \varphi(m, m + t) = t + 1$, вышеуказанному критерию соответствуют только три ситуации:

1) $\alpha(v) = t$, $\beta(v) = 0$, $\Omega(v) = t$;
2) $\alpha(v) = t + 1$, $\beta(v) = 0$, $\Omega(v) = t + 1$;
3) $\alpha(v) = t + 1$, $\beta(v) = 1$, $\Omega(v) = t$.

Отсюда также следует, что в результате модификации одной функции можно блокировать (путем усиления) только векторы с m + 1 нулем.

Приведенные выше утверждения также объясняют следующее явление. В связи с тем, что модификация одной реберной функции базовой МВР-модели K(m, n) [10] не всегда позволяет блокировать заданное множество (либо даже количество) векторов с m + 1 нулем, может потребоваться модификация еще одной или нескольких функций модели. Ожидается, что таким образом будет блокировано объединение множеств векторов, блокируемых в результате модификации каждой из функций по-отдельности. Однако, при этом блокированными иногда оказываются также векторы с повышенной (т.е. большей, чем m + 1) кратностью отказов. Причина возникновения такого эффекта заключается в том, что модифицированные функции оказывались усиленными также и на этих векторах, однако модификация одной функции не приводила к их блокированию. Когда же модифицировалось одновременно несколько функций, блокирование вышеупомянутых векторов оказывалось возможным.

Если в результате модификации модели K(m, n) оказался блокирован лишний вектор v, содержащий r = m + t нулей, то для восстановления адекватности модели поведению системы достаточно модифицировать ее функции так, чтобы стало выполняться условие $\Omega(v) < t$. Этого можно добиться путем уменьшения значения $\alpha(v)$, увеличения значения $\beta(v)$ или используя оба подхода вместе. Однако, учитывая представленный выше список возможных ситуаций, понятно, что для этого достаточно модифицировать не более, чем две реберные функции.

2. Блокирование векторов путем ослабления

Далее перейдем к рассмотрению векторов, на которых модель будет ослаблена. Подставив выражения (5) и (8) в условия принадлежности вектора v к множеству B получим:

$$v \in B, \text{ если } \begin{cases} r \leq m, \\ \Omega(v) \leq \begin{cases} -1, \text{ при } r = m, \\ -2, \text{ при } r < m. \end{cases} \end{cases} \tag{10}$$

Таким образом, модифицированная модель, будет ослаблена на векторах с менее, чем m нулями, на которых количество ослабленных функций, превышает количество усиленных функций не менее, чем на 2, а также на векторах с ровно m нулями, на которых количество ослабленных функций, превышает количество усиленных функций не менее, чем на 1.

Следовательно, модифицировав одну реберную функцию базовой модели K(m, n) можно блокировать (путем ослабления) только векторы с m нулями. В то же время, модификации двух функций достаточно для блокирования путем ослабления любого вектора с $r = m - t$ нулями (где $0 \leq t < m$). Отметим только, что модифицированы должны быть те функции, которые на данном векторе принимают значение, равное единице.

Если в результате модификации модели K(m, n) был блокирован лишний вектор с $r \leq m$ нулями, для исправления этой ситуации достаточно модифицировать функции модели так, чтобы стало выполняться условие $\Omega(v) > -2$, если $r < m$, либо $\Omega(v) > -1$, если $r = m$. В случае, когда $r < m$, $\varphi(m, r) = 0$, а потому и $\alpha(v) = 0$. Следовательно, результат может быть достигнут только путем уменьшения значения $\beta(v)$ до значения, не превышающего 1. Если же $r = m$, то $\varphi(m, r) = 1$, а потому помимо уменьшения значения $\beta(v)$ возможно также увеличить значение $\alpha(v)$ до 1.

Заключение

В работе устанавливается, что модификации реберных функций графо-логической модели являются взаимосвязанными, и факт блокирования определенного вектора состояния системы в модифицированной модели зависит от разности между количествами усиленных и ослабленных на нем функций и от количества нулевых компонент вектора.

Получены соответствующие условия и ограничения для данного вектора состояния системы, как в случае усиления модели, так и в случае ее ослабления.

Усиление (ослабление) функций на определенном векторе не приводит к его блокированию до тех пор, пока количество таких функций будет недостаточно. При этом дополнительная модификация (еще одной или нескольких функций) может привести к блокированию этого вектора, даже если такая модификация, применяемая к базовой модели, к его блокированию не приводила.

Если в результате модификации был блокирован лишний вектор, то возможно дополнительно модифицировать те или иные реберные функции модели для восстановления ее адекватности, рассмотрены условия такой модификации.

Литература

1. Kuo, W. Optimal Reliability Modeling [Text] / W. Kuo, M. J. Zuo. – John Willey & Sons, 2002. – 560 p.

2. Ding, X. Data-Driven Design of Fault Diagnosis and Fault-Tolerant Control Systems [Text] / X. Ding. – Springer-Verlag, London, 2014. – 300 p.

3. Huang, L. On Modeling the Lifetime Reliability of Homogeneous Manycore Systems [Text] / L. Huang., X. Qiang // PRDC. IEEE Computer Society. – 2008. – P. 87-94.

4. Безопасность критических инфраструктур: математические и инженерные методы анализа и обеспечения [Текст] / под ред. В. С. Харченко. – Министерство образования и науки Украины, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского "ХАИ", 2011. – 641 с.

5. Графо-логические модели для анализа сложных отказоустойчивых вычислительных систем [Текст] / А. М. Романкевич, Л. Ф. Карачун, В. А. Романкевич // Электронное моделирование. – 2001. – Т. 23, № 1. – С. 102-111.

6. Dumitrescu, M. Fault Tolerant Control Multiprocessor Systems Modelling Using Advanced Stochastic Petri Nets [Text] / M. Dumitrescu // Procedia Technology. – 2016. – Vol. 22. – P. 623-628.

7. Романкевич, А. М. Анализ отказоустойчивых многомодульных систем со сложным распределением отказов на основе циклических GL-моделей [Текст] / А. М. Романкевич, В. В. Иванов, В. А. Романкевич // Электронное моделирование. – 2004. – Т. 26, № 5 – С. 67-81.

8. GL-модель поведения отказоустойчивых многопроцессорных систем с минимальным числом теряемых рёбер [Текст] / В. А. Романкевич, Е. Р. Потапова, Хедаятоллах Бахтари, В. В. Назаренко // Вісник НТУУ "КПІ". – 2006. – № 45. – С. 93-100.

9. Об одном свойстве GL-модели с минимальным количеством теряемых ребер [Текст] / И. В. Майданюк, Е. Р. Потапова, К. В. Морозов, А. В. Шурига // Науковий вісник Чернівецького університету. Серія: Комп'ютерні системи та компоненти. – 2010. – Т. 1, № 2. – С. 31-34.

10. Романкевич, В. А. Об одном методе модификации рёберных функций GL-моделей [Текст] / В. А. Романкевич, К. В. Морозов, А. П. Фесенюк // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2014. – № 6. – С. 95-99.

References

1. Kuo, W., Zuo, M. J. *Optimal Reliability Modeling*. John Willey & Sons Publ., 2002. 560 p.

2. Ding, X. *Data-Driven Design of Fault Diagnosis and Fault-Tolerant Control Systems*. Springer-Verlag Publ., London, 2014. 300 p. doi: 10.1007/978-1-4471-6410-4

3. Huang, Lin, Qiang, Xu. On Modeling the Lifetime Reliability of Homogeneous Manycore Systems. *PRDC. IEEE Computer Society*. 2008, pp.87-94. doi: 10.1109/PRDC.2008.23

4. *Bezopasnost' kriticheskikh infrastruktur: matematicheskie i inzhenernye metody analiza i obespecheniya* [Safety of Critical Infrastructures: Mathematical and Engineering Methods of Analysis and Ensuring] (Russ. ed.: V. S. Kharchenko). Ministerstvo obrazovaniya i nauki Ukrainy, Natsional'nyi aerokosmicheskii universitet im. N. E. Zhukovskogo "KhAI", 2011. 641 p.

5. Romankevich, A. M., Karachun, L. F., Romankevich, V. A. Grafo-logicheskie modeli dlya analiza slozhnykh otkazoustoichivykh vychislitel'nykh sistem [Graph-logic models for the analysis of complex fault-tolerant computing systems]. *Elektronnoe modelirovanie*, 2001, vol. 23, no. 1, pp.102-111.

6. Dumitrescu, M. Fault Tolerant Control Multiprocessor Systems Modelling Using Advanced Stochastic Petri Nets. *Procedia Technology*. 2016, vol. 22, pp. 623-628.

7. Romankevich, A. M., Ivanov, V. V., Romankevich, V. A. Analiz otkazoustoichivykh mnogomodul'nykh sistem so slozhnym raspredeleniem otkazov na osnove tsiklicheskikh GL-modelei [Analysis of the fault-tolerant multi-module systems with a complicated distribution of failures based on cyclic GL-models]. *Elektronnoe modelirovanie,* 2004, vol. 26, no. 5, pp. 67-81.

8. Romankevich, V. A., Potapova, E. R., Bakhtari, Khedayatollakh, Nazarenko, V. V. GL-model'

povedeniya otkazoustoichivykh mnogoprotsessornykh sistem s minimal'nym chislom teryaemykh reber [GL-model of behavior of fault-tolerant multiprocessor systems with a minimal number of lost edges]. *Visnik NTUU "KPI",* 2006, no. 45, pp.93-100.

9. Maidanyuk, I. V., Potapova, E. R., Morozov, K. V., Shuriga, A. V. Ob odnom svoistve GL modeli s minimal'nym kolichestvom teryaemykh reber [On a property of GL-model with a minimal number of lost edges]. *Naukovii visnik Chernivets'kogo universitetu. Seriya: Komp'yuterni sistemi ta komponenti,* 2010, vol. 1, no. 2, pp. 31-34.

10. Romankevich, V. A., Morozov, K. V., Fesenyuk, A. P. Ob odnom metode modifikatsii rebernykh funktsii GL-modelei [On a method of modification of edge functions of GL-models]. *Radioelektronni i komp'yuterni systemy,* 2014, no. 6, pp. 95-99.

Поступила в редакцию 5.04.2016, рассмотрена на редколлегии 14.04.2016

ПРО ХАРАКТЕР ВПЛИВУ МОДИФІКАЦІЇ РЕБЕРНИХ ФУНКЦІЙ GL-МОДЕЛІ НА ЇЇ ПОВЕДІНКУ В ПОТОЦІ ВІДМОВ

К. В. Морозов, О. М. Романкевич, В. О. Романкевич

У статті проведено аналіз впливу модифікації реберних функцій графо-логічної моделі на зміну поведінки моделі в потоці відмов. Проаналізовано феномен появи побічних ефектів при модифікації кількох реберних функцій, що полягає в тому, що в деяких випадках блокованими виявляються вектори з підвищеною кратністю відмов. Розглянуто шляхи додаткового перетворення моделей при виникненні побічних ефектів. Для організації блокування тих або інших векторів стану системи дані рекомендації щодо функцій моделі, що модифікується. Наведено обмеження на можливості модифікації залежно від кількості функцій, що модифікуються.

Ключові слова: GL-модель, реберні функції, модифікація, блокування векторів стану системи

ABOUT THE INFLUENCE OF EDGE FUNCTIONS MODIFICATION OF GL-MODEL ON ITS BEHAVIOR IN FLOW OF FAILURES

K. V. Morozov, A. M. Romankevich, V. A. Romankevich

In this paper an influence of graph-logic model edge functions' modification on alteration of behavior of the model in the flow of failures has been examined. A phenomenon of occurrence of side effects under modification of several edge functions resides in such fact that in some cases the vectors with increased number of failures being blocked has been analyzed. The ways of additional transformation of the models in case of side effects have been considered. Recommendations related to model's functions being modified for purpose of implementation of any system state vector's blockage are given. Limitations on modifications' possibilities which depend on the number of modified functions are defined.

Key words: GL-model, edge function, modification, blocking of vectors of system state.

Морозов Константин Вячеславович – мл. науч. сотр. каф. Системного программирования и специализированных компьютерных систем, Факультет прикладной математики, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Киев, Украина, e-mail: mcng@ukr.net.

Романкевич Алексей Михайлович – д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры Системного программирования и специализированных компьютерных систем, Факультет прикладной математики, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Киев, Украина, e-mail: romankev@scs.ntu-kpi.kiev.ua.

Романкевич Виталий Алексеевич – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры Системного программирования и специализированных компьютерных систем, Факультет прикладной математики, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Киев, Украина, e-mail: romankev@scs.ntu-kpi.kiev.ua.

Morozov Konstantin Vyacheslavovich – Junior Researcher of System Programming and Special-Purpose Computer Systems Department, Faculty of Applied Mathematics, National Technical University of Ukraine "Kiev Polytechnic Institute", Kiev, Ukraine, e-mail: mcng@ukr.net.

Romankevich Aleksei Mikhailovich – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of System Programming and Special-Purpose Computer Systems Department, Faculty of Applied Mathematics, National Technical University of Ukraine "Kiev Polytechnic Institute", Kiev, Ukraine, e-mail: romankev@scs.ntu-kpi.kiev.ua.

Romankevich Vitalii Alekseevich – Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor, Assistant Professor of System Programming and Special-Purpose Computer Systems Department, Faculty of Applied Mathematics, National Technical University of Ukraine "Kiev Polytechnic Institute", Kiev, Ukraine, e-mail: romankev@scs.ntu-kpi.kiev.ua.