

УДК 519.6: 629.7.036.3

КЫОНГ ВУ ТА

*Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина*

## АЛГОРИТМ ОПТИМАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ ДАЛЬНОСТИ ДО УЧАСТКА ПРОСТРАНСТВЕННО-ПРОТЯЖЕННОГО ОБЪЕКТА В РАДИОМЕТРИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ С АНТЕННЫМИ РЕШЕТКАМИ

*Методом максимального правдоподобия синтезирован алгоритм оптимального оценивания дальности до элемента пространственно-протяженного объекта с помощью радиометрической системы с двумя антенными решетками. Соответственно полученному алгоритму разработана структурная схема системы. Найдено аналитическое выражение для предельной погрешности оценки дальности. Синтезированный алгоритм содержит операции декорреляции, которые расширяют полосу рабочих частот приемника, уменьшают интервал корреляции случайных процессов, увеличивают число их некоррелированных отсчетов и повышают точность оценивания дальности.*

**Ключевые слова:** радиометрия, оценка дальности, пространственно-протяженный объект, пространственно-временная обработка, антенная решетка.

### Введение

Радиометрические методы измерения дальности применяют для решения широкого круга задач в различных отраслях науки и народного хозяйства. Особую значимость эти методы приобретают сейчас, когда при разработке систем остро ставятся вопросы одновременного обеспечения высокой энергоэффективности и биологической безопасности их работы. В [1–5] рассмотрены задачи измерения дальности до некоторого элемента пространственно-протяженного объекта с помощью радиометрических систем. Решение этих задач предполагает поиск направлений диаграмм направленности (ДН) зеркальных антенн системы, при которых все они сфокусированы на один и тот же элемент объекта. Соответственно, техническое решение сопряжено со сложностями реализации механического сканирования антеннами. С целью увеличения скорости сканирования ДН и также уменьшения габаритов системы целесообразно использовать антенны с электронным сканированием. Эффективное техническое решение может быть получено с использованием антенных решеток (АР).

Современная статистическая теория сверхширокополосных радиометрических систем [6, 7] позволяет разработать алгоритмы обработки сигналов с выходов АР с целью формирования ДН с заданными характеристиками.

В статье, применяя основы этой теории, решается задача синтеза алгоритма оптимального оценивания дальности до заданного участка пространственно-протяженного объекта с помощью двух АР и выводится аналитическое выражение для предель-

ной погрешности оценки дальности.

### Геометрия задачи и постановка задачи исследования

Геометрия задачи показана на рис. 1, где  $A_{im}$  ( $i=1..M$  если  $m=1$ ,  $i=1..N$  если  $m=2$ ) – слабо-направленные антенны (элементы), образующие две АР,  $O'_1, O'_2$  – фазовые центры первой и второй АР,  $D$  – область пространственно-протяженного объекта,  $dS$  – элементарная площадь области  $D$ ,  $R_{01}, R_{02}$  – дальности от фазовых центров первой и второй АР до элемента  $dS$ ,  $\bar{\vartheta}_{01}, \bar{\vartheta}_{02}$  – направления первой и второй АР. Первая АР содержит  $M$  элементов, а вторая АР –  $N$  элементов, положение фазовых центров которых характеризуется вектором  $\bar{r}_{0,im} = \overline{O'_m A_{im}}$  ( $i=1..M$ , если  $m=1$ ;  $i=1..N$  если  $m=2$ ).

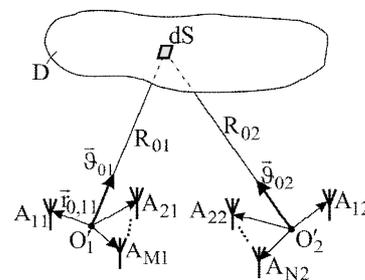


Рис. 1. Геометрия задачи

**Постановка задачи.** Полагается, что задана радиометрическая система с двумя антенными ре-

шетками, разнесёнными на расстояние  $d$  (расстояние между фазовыми центрами  $O'_1, O'_2$ ). Необходимо найти оптимальный алгоритм оценивания дальности  $R_{01}$  от фазового центра первой АР (от элемента  $A_{11}$ ) до произвольного участка  $dS$  области  $D$  в предположении, что первая АР направлена на элемент  $dS$  (известно направление  $\bar{\vartheta}_{01}$ ). Эта задача эквивалентна нахождению направления второй АР  $\bar{\vartheta}_{02}$ , под которым наблюдается элемент  $dS$  (так как дальность  $R_{01}$  зависит от  $\bar{\vartheta}_{02}$  [1]). Полагается, что сигнал и внутренние шумы на входах приемных каналов – это белые взаимно независимые гауссовские процессы с нулевым средним (т.е.  $\langle n_i(t_1)n_j(t_2) \rangle = \langle n_i(t_1)s(t_2, \bar{\lambda}) \rangle = 0$ , где  $\langle \cdot \rangle$  – знак статистического усреднения). На основе полученного алгоритма необходимо разработать структурную схему системы. Предполагается, что волновой фронт пространственно-временного сигнала радиотеплового излучения в каждой АР плоский, но его наклон различен в разных АР (учитывается сферичность волнового фронта между АР).

### Уравнение наблюдения

Наблюдения  $u_{im}(t)$  ( $i = 1..M$ , если  $m = 1$ ;  $i = 1..N$ , если  $m = 2$ ) на выходах линейных частей приемников (ЛЧП) в  $i$ -м канале  $m$ -й АР составим согласно рис. 2 [8]. На выходах ЛЧП  $m$ -й ( $m = 1..2$ ) АР полезные сигналы  $s_{im}(t)$ ,  $s_{jm}(t - \tau_{ij,m})$  ( $i, j = 1..M$  если  $m = 1$ ,  $i, j = 1..N$  если  $m = 2$ ,  $i \neq j$ ) наблюдаются на фоне аддитивных внутренних шумов приемника  $n_{im}(t)$ , пересчитанных ко входу ЛЧП. Сигналы в разных каналах отличаются временем задержки, т.е.  $s_{im}(t) = s_{jm}(t - \tau_{ij,m})$ ,  $s_{im}(t) = s_{jn}(t - \tau_{ij,mn})$ . Предполагаем, что ЛЧП имеют идентичные частотные характеристики  $\dot{K}(j\omega)$ . На выходах ЛЧП добавлены регулирующие шумы  $n_{r,im}(t)$ , мощность которых много меньше мощностей полезного сигнала и внутренних шумов. При синтезе оптимальных алгоритмов эти шумы выполняют роль статистических регуляризаторов решений интегральных уравнений, исключаящих деление на ноль.

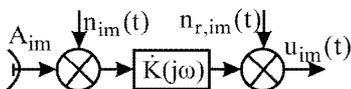


Рис. 2. Структура, соответствующая уравнению наблюдения в  $i$ -м канале  $m$ -й АР

Уравнение наблюдения на выходе линейной части приемника (ЛЧП)  $i$ -го элемента  $m$ -й АР имеет вид (согласно рис. 2)

$$u_{im}(t, \bar{\vartheta}_{0m}) = \int_{-\infty}^{\infty} [s_{im}(\tau, \bar{\vartheta}_{0m}) + n_{im}(\tau)] h(t - \tau) d\tau + n_{r,im}(t), \quad (1)$$

где  $h(t) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} K(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$  – импульсная характеристика, связанная с частотной характеристикой  $\dot{K}(j\omega)$  посредством преобразования Фурье,  $t \in [0, T]$ .

Сигнал на выходе  $i$ -го элемента  $m$ -й АР можно представить в таком виде [1–5]

$$s_{im}(t, \bar{\vartheta}_{0m}) = \int_{\Theta} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{A}(f, \bar{\vartheta}) \dot{F}_{im}(f, \bar{\vartheta}, \bar{\vartheta}_{0m}) \times \exp \left\{ j2\pi f \left[ t + \frac{\bar{\vartheta}_{0m} \bar{r}'_{0,im}}{c} - \frac{R_{0m}}{c} \right] \right\} df d\bar{\vartheta}, \quad (2)$$

где  $\dot{A}(f, \bar{\vartheta})$  – двухсторонняя спектрально-угловая плотность комплексной амплитуды сигнала,  $R_{0m}$  – расстояние между фазовым центром  $m$ -й АР и участком  $dS$ ,

$$\dot{F}_{im}(f, \bar{\vartheta}, \bar{\vartheta}_{0m}) = \int_{D'_{im}} I_{im}(f, \bar{r}'_{im}) \exp \left[ -j2\pi f (\bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}_{0m}) \bar{r}'_{im} c^{-1} \right] d\bar{r}'_{im}$$

– комплексная ДН  $i$ -го элемента  $m$ -й АР,  $I_{im}(f, \bar{r}'_{im})$  – амплитудное распределение на раскрывает  $i$ -го элемента  $m$ -й АР,  $\bar{r}'_{im} = (x'_{im}, y'_{im}) \in D'_{im}$  – координаты единичных площадей  $i$ -й апертуры  $m$ -й АР,  $D'_{im}$  – апертура  $i$ -го элемента  $m$ -й АР.

### Исходные соотношения

Найдем автокорреляционную функцию между сигналами на выходах  $i$ -го и  $j$ -го элементов  $m$ -й АР

$$R_{s,ij,m}(t_1, t_2) = \langle s_{im}(t_1) s_{jm}(t_2) \rangle = \int_{\Theta} \int_{-\infty}^{\infty} B(f, \bar{\vartheta}) |\dot{F}(f, \bar{\vartheta}, \bar{\vartheta}_{0m})|^2 \times \exp \left\{ j2\pi f \left[ t_1 - t_2 + \frac{\bar{\vartheta}_{0m} (\bar{r}'_{0,im} - \bar{r}'_{0,jm})}{c} \right] \right\} df d\bar{\vartheta} = \quad (3)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} 0,5N_{0s}(f, \bar{\vartheta}_{0m}) \exp \left[ j2\pi f (t_1 - t_2 + \tau_{ij,m}) \right] df =$$

$$= 0,5N_{0s} \delta(t_1 - t_2 + \tau_{ij,m}),$$

где  $B(f, \bar{\vartheta})$  – спектрально-угловая плотность мощности источника излучения [6, 7],

$0,5N_{0s}(f, \bar{\vartheta}_{0m}) = \int_{\Theta} B(f, \bar{\vartheta}) \left| \dot{F}(f, \bar{\vartheta}, \bar{\vartheta}_{0m}) \right|^2 d\bar{\vartheta}$  – спектральная плотность мощности (СПМ) полезного сигнала,  $\delta(t_1 - t_2 + \tau_{ij,m})$  – дельта-функция,  $\tau_{ij,m}$  – время задержки между сигналами, принятыми  $i$ -м и  $j$ -м элементами  $m$ -й АР.

Запись  $N_{0s} = N_{0s}(f_0, \bar{\vartheta}_{0m}) = N_{0s}(f, \bar{\vartheta}_{0m})$  соответствует тому, что в диапазоне частот, определяемом ЛЧП, СПМ полагаем постоянной и равной СПМ на центральной частоте  $f_0$ . Данное предположение не является принципиальным, т.к. неравномерность  $N_{0s}(f, \bar{\vartheta}_{0m})$  в широкой полосе частот можно скомпенсировать передаточной характеристикой  $\dot{K}(j2\pi f)$ .

Аналогично найдем корреляционные функции

$$R_{s,ij,12}(t_1, t_2, \bar{\vartheta}_{02}) = \langle s_{i1}(t_1) s_{j2}[t_2 - \tau_{ij,12}(\bar{\vartheta}_{02})] \rangle = 0,5N_{0s} \delta[t_1 - t_2 + \tau_{ij,12}(\bar{\vartheta}_{02})],$$

$$R_{n,im}(t_1, t_2) = \langle n_{im}(t_1) n_{im}(t_2) \rangle = \frac{N_{0i,m}}{2} \delta(t_1 - t_2),$$

$$R_{r,im}(t_1, t_2) = \langle n_{r,im}(t_1) n_{r,im}(t_2) \rangle = \frac{N_{0r,im}}{2} \delta(t_1 - t_2), \quad (4)$$

где  $N_{0i,m}$  – СПМ внутреннего шума в  $i$ -м канале  $m$ -й АР,  $N_{0r,im}$  – СПМ регулирующего шума в  $i$ -м канале  $m$ -й АР. Предполагается, что СПМ внутреннего шума и СПМ регулирующего шума во всех каналах одинаковы, т.е.  $N_{0i,m} = N_0$ ,  $N_{0r,im} = N_{0r}$ .

В (4)  $\tau_{ij,12}$  запишем в следующем виде

$$\tau_{ij,12}(\bar{\vartheta}_{02}) = \tau_{i,1} + \tau_0(\bar{\vartheta}_{02}) + \tau_{2,j}, \quad (5)$$

где

$$\tau_0 = (R_{02} - R_{01})c^{-1} = \left( \sqrt{R_{01}^2 + |O_1' O_2'|^2 - 2R_{01} \bar{\vartheta}_{01} O_1' O_2' - R_{01}} \right) c^{-1} \quad (6)$$

– время задержки между сигналами, принятыми опорными антеннам первой и второй АР [5],  $\tau_{i,m}$  – время задержки между сигналами, принятыми  $i$ -м и опорным элементами  $m$ -й АР.

Найдем элементы корреляционной матрицы (КМ) наблюдений

$$R_{ii,m}(t_1, t_2) = \langle u_{im}(t_1) u_{im}(t_2) \rangle = 0,5(N_{0s} + N_0)R_h(t_1 - t_2) + 0,5N_{0r} \delta(t_1 - t_2),$$

$$R_{ij,12}(t_1, t_2, \bar{\vartheta}_{02}) = \langle u_{i1}(t_1) u_{j2}(t_2) \rangle = 0,5N_{0s} R_h[t_1 - t_2 + \tau_{ij,12}(\bar{\vartheta}_{02})],$$

$$R_{ij,m}(t_1, t_2) = \langle u_{im}(t_1) u_{jm}(t_2) \rangle = 0,5N_{0s} R_h(t_1 - t_2 + \tau_{ij,m}).$$

Обозначим  $t_1 - t_2 = \tau$  и перепишем (7) в виде

$$R_{ii,m}(\tau) = 0,5[(N_{0s} + N_0)R_h(\tau) + N_{0r} \delta(\tau)] = 0,5R_{\Sigma}(\tau),$$

$$R_{ij,12}(\tau, \bar{\vartheta}_{02}) = 0,5N_{0s} R_h[\tau + \tau_{ij,12}(\bar{\vartheta}_{02})],$$

$$R_{ij,m}(\tau) = 0,5N_{0s} R_h(\tau + \tau_{ij,m}). \quad (8)$$

Предполагая, что антенны  $A_{11}, A_{12}$  будут опорными для 1-й и 2-й АР соответственно, для удобства записи дальнейших выражений введем замены:  $A_{im} = A_{i+(m-1)M}$  ( $i = 1..M$  если  $m = 1$ ,  $i = 1..N$  если  $m = 2$ ). Запишем элементы матрицы СПМ в виде

$$G_{ij}(\omega, \bar{\vartheta}_{02}) = F\{R_{ij}(\tau, \bar{\vartheta}_{02})\} = \begin{cases} G_{\Sigma}, & i = j; \\ G_s e^{\gamma_{ij}}, & i, j = 1..M, i \neq j; \\ G_s e^{\gamma_{ij}} & i, j = M+1..M+N, i \neq j; \\ G_s e^{\gamma_{i1} + \gamma_0 + \gamma_{M+1,j}}, & i = 1..M, j = M+1..M+N; \\ G_s e^{\gamma_{i,M+1} - \gamma_0 + \gamma_{1j}}, & i = M+1..M+N, j = 1..M, \end{cases} \quad (9)$$

где  $G_{\Sigma} = G_{\Sigma}(\omega) = G_s(\omega) + G_n(\omega) + G_r(\omega)$ ,

$$G_s = G_s(\omega) = 0,5N_{0s} \left| \dot{K}(j\omega) \right|^2 = 0,5F\{N_{0s} R_h(\tau)\},$$

$$G_n(\omega) = 0,5N_{0n} \left| \dot{K}(j\omega) \right|^2 = 0,5F\{N_{0n} R_h(\tau)\},$$

$$G_r(\omega) = 0,5N_{0r} = 0,5F\{N_{0r} \delta(\tau)\},$$

$F\{\cdot\}$  – оператор прямого преобразования Фурье от функции, стоящей под знаком аргумента,  $\omega = 2\pi f$ ,  $\gamma_0 = j2\pi f \tau_0 = j2\pi f \tau_{1,12}$ ,  $\gamma_{ij} = j2\pi f \tau_{ij}$ ,  $i, j = 1..M+N$ .

Найдем производную по  $\bar{\vartheta}_{02}$  от элементов матрицы СПМ

$$\frac{\partial G_{ij}(\omega, \bar{\vartheta}_{02})}{\partial \bar{\vartheta}_{02}} = j\omega G_s \begin{cases} 0, & i, j = 1..M; \\ 0, & i, j = M+1..M+N; \\ \tau_0' e^{\gamma_{ij}}, & i = 1..M, j = M+1..M+N; \\ -\tau_0' e^{\gamma_{ij}}, & i = M+1..M+N, j = 1..M, \end{cases} \quad (10)$$

где  $\tau_0' = \frac{\partial \tau_0(\bar{\vartheta}_{02})}{\partial \bar{\vartheta}_{02}}$ .

Найдем элементы матрицы, обратной матрице СПМ в следующем виде

$$G_{ij}^{-1}(\omega, \bar{\vartheta}_{02}) = \begin{cases} \alpha, & i = j; \\ -\beta e^{\gamma_{ij}}, & i, j = 1..M, i \neq j; \\ -\beta e^{\gamma_{ij}} & i, j = M+1..M+N, i \neq j; \\ -\beta e^{\gamma_{i1} + \gamma_0 + \gamma_{M+1,j}}, & i = 1..M, j = M+1..M+N; \\ -\beta e^{\gamma_{i,M+1} - \gamma_0 + \gamma_{1j}}, & i = M+1..M+N, j = 1..M, \end{cases} \quad (11)$$

где

$$\alpha = \frac{G_{\Sigma} + (M + N - 2)G_s}{(G_{\Sigma} - G_s)[G_{\Sigma} + (M + N - 1)G_s]},$$

$$\beta = G_s \{ (G_{\Sigma} - G_s)[G_{\Sigma} + (M + N - 1)G_s] \}^{-1}.$$

Найдем производную по  $\bar{\Theta}_{02}$  от элементов обратной матрицы  $\underline{G}^{-1}(\omega, \bar{\Theta}_{02})$

$$\frac{\partial G_{ij}^{-1}(\omega, \bar{\Theta}_{02})}{\partial \bar{\Theta}_{02}} =$$

$$= -j\omega\beta \begin{cases} 0, & i, j = 1..M; \\ 0, & i, j = M + 1..M + N; \\ \tau'_0 e^{j\omega\tau_{ij}}, & i = 1..M, j = M + 1..M + N; \\ -\tau'_0 e^{j\omega\tau_{ij}}, & i = M + 1..M + N, j = 1..M. \end{cases} \quad (12)$$

### Решение

Оптимальный алгоритм оценивания направления  $\bar{\Theta}_{02}$  найдем из решения уравнения правдоподобия [6–7]

$$\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{M+N} \int_0^T \int_0^T \frac{\partial R_{ij}(t_1, t_2, \bar{\Theta}_{02})}{\partial \bar{\Theta}_{02}} W_{ji}(t_1, t_2, \bar{\Theta}_{02}) dt_1 dt_2 =$$

$$= -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{M+N} \int_0^T \int_0^T \frac{\partial W_{ij}(t_1, t_2, \bar{\Theta}_{02})}{\partial \bar{\Theta}_{02}} u_i(t_1) u_j(t_2) dt_1 dt_2, \quad (13)$$

где  $R_{ij}(t_1, t_2, \bar{\Theta}_{02})$  – элементы КМ (см. (8)),  $W_{ij}(t_1, t_2, \bar{\Theta}_{02})$  – элементы матрицы, обратной матрице корреляционных функций, элементы которой определяются из уравнения обращения

$$\int_0^T R_{ij}(t_1, t_2, \bar{\Theta}_{02}) W_{jk}(t_2, t_3, \bar{\Theta}_{02}) dt_2 = \delta_{ik} \delta(t_1 - t_3), \quad (14)$$

где

$$\delta_{ik} = \begin{cases} 1, & i = k; \\ 0, & i \neq k \end{cases}$$

– символ Кронекера.

Используя известное свойство [7] энергетического спектра  $\underline{G}^{-1}(\omega, \bar{\Theta}_{02}) = F\{\underline{W}(\tau, \bar{\Theta}_{02})\}$  запишем уравнение правдоподобия (13) в спектральной форме

$$\frac{1}{2\pi} \sum_{i,j=1}^{M+N} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial G_{ij}(\omega, \bar{\Theta}_{02})}{\partial \bar{\Theta}_{02}} G_{ji}^{-1}(\omega, \bar{\Theta}_{02}) d\omega =$$

$$= -\frac{1}{2\pi T} \sum_{i,j=1}^{M+N} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial G_{ij}^{-1}(\omega, \bar{\Theta}_{02})}{\partial \bar{\Theta}_{02}} \dot{U}_i^*(j\omega) \dot{U}_j(j\omega) d\omega, \quad (15)$$

где  $\dot{U}_i(j\omega) = F\{u_i(t)\}$ ,  $i = 1..M + N$  – спектр наблюдения,  $G_{ij}(\omega, \bar{\Theta}_{02})$  – элементы матрицы СПМ

(см. (9)),  $G_{ij}^{-1}(\omega, \bar{\Theta}_{02})$  – элементы матрицы, обратной матрицы СПМ (см. (11)), «\*» – символ комплексного сопряжения.

Учитывая (12), перепишем правую часть уравнения правдоподобия в таком виде

$$\frac{1}{2\pi T} \int_{-\infty}^{\infty} j\omega\beta\tau'_0 \left[ \sum_{i=1}^M \sum_{j=M+1}^{M+N} \dot{U}_i^*(j\omega) \dot{U}_j(j\omega) e^{j\omega\tau_{ij}} - \sum_{i=M+1}^{M+N} \sum_{j=1}^M \dot{U}_i(j\omega) \dot{U}_j^*(j\omega) e^{j\omega\tau_{ij}} \right] d\omega =$$

$$= \frac{\partial}{\partial \bar{\Theta}_{02}} \left\{ \frac{1}{2\pi T} \int_{-\infty}^{\infty} \beta \left[ \sum_{i=1}^M \sum_{j=M+1}^{M+N} \dot{U}_i^*(j\omega) \dot{U}_j(j\omega) e^{j\omega\tau_{ij}} + \sum_{i=M+1}^{M+N} \sum_{j=1}^M \dot{U}_i(j\omega) \dot{U}_j^*(j\omega) e^{j\omega\tau_{ij}} \right] d\omega \right\}. \quad (16)$$

Здесь множитель  $\beta$  можно представить в виде [5]

$$\beta(\omega) = M_0 |\dot{K}_H(j\omega)|^2 |W(\omega)|^2 = M_0 |\dot{K}_W(j\omega)|^2, \quad (17)$$

где

$$M_0 = \frac{2N_{0s}}{|\dot{K}_0|^2} \left[ (M + N)N_{0s}N_{0n} + N_{0n}^2 \right]^{-1}, \quad (18)$$

$$|W(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{|\dot{K}_H(j\omega)|^4 + M_1 |\dot{K}_H(j\omega)|^2 + M_2}}, \quad (19)$$

$$|\dot{K}_W(j\omega)| = |\dot{K}_H(j\omega)| |W(\omega)| \quad (20)$$

– нормированная амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) декоррелирующего фильтра,

$$|\dot{K}_H(j\omega)| = \frac{|\dot{K}(j\omega)|}{|\dot{K}_0|} \quad (21)$$

– нормированная АЧХ фильтра,  $|\dot{K}_0|$  – коэффициент усиления приемника на центральной частоте его настройки,

$$M_1 = \frac{(M + N)N_{0s}N_{0r} + 2N_{0n}N_{0r}}{|\dot{K}_0|^2 \left[ (M + N)N_{0s}N_{0n} + N_{0n}^2 \right]}, \quad (22)$$

$$M_2 = \frac{N_{0r}^2}{|\dot{K}_0|^4 \left[ (M + N)N_{0s}N_{0n} + N_{0n}^2 \right]}.$$

Подставив (10) и (11) в левую часть уравнения правдоподобия (15) получим

$$\frac{1}{2\pi} \sum_{i,j=1}^{M+N} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial G_{ij}(\omega, \bar{\Theta}_{02})}{\partial \bar{\Theta}_{02}} G_{ji}^{-1}(\omega, \bar{\Theta}_{02}) d\omega = 0. \quad (23)$$

Отсюда следует, что выражение (16) приравнивается к нулю. Осуществив переход во временную область преобразованием Фурье (используя теорему Парсеваля) и, сократив

коэффициент  $M_0$ , получим оптимальный алгоритм оценивания направления  $\bar{\vartheta}_{02}$  в виде

$$\frac{\partial}{\partial \bar{\vartheta}_{02}} \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T u_{1\Sigma W}(t) u_{2\Sigma W}[t - \tau_0(\bar{\vartheta}_{02})] dt \right\} = 0, \quad (24)$$

где

$$u_{1\Sigma W}(t) = u_{1W}(t) + u_{2W}(t - \tau_{12}) + \dots + u_{MW}(t - \tau_{1M}),$$

$$u_{2\Sigma W}[t - \tau_0(\bar{\vartheta}_{02})] = \sum_{j=M+1}^{M+N} u_{j,W}(t - \tau_0 - \tau_{M+1,j}),$$

$$u_{iW}(t) = F^{-1} \{ \dot{U}_{iW}(j\omega) \} = F^{-1} \{ |K_W(j\omega)| \dot{U}_i(j\omega) \},$$

$$i = 1..M + N.$$

Из анализа (24) следует, что синтезированный алгоритм содержит декоррелирующие фильтры. Эти фильтры расширяют полосу приемника и, соответственно, уменьшают интервал корреляции случайных процессов. При этом число их некоррелированных отсчетов сигнала в интервале  $(0, T)$  увеличивается, и точность оценивания дальности, как это следует из полученного аналитического выражения для предельной погрешности, возрастает.

Поскольку суммирование и фильтрация (декорреляция) являются линейными, то они обладают свойством дистрибутивности, т.е.

$$u_{m\Sigma W}(t) = F^{-1} \{ \dot{U}_{m\Sigma}(j\omega) |K_W(j\omega)| \}, m = 1..2. \quad (25)$$

Из оптимального алгоритма (24) получим следующие оптимальные операции оценки направления  $\bar{\vartheta}_{02}$ :

– суммирование наблюдений на выходах ЛЧП каждой АР для фокусировки ДН АР в требуемое направление;

– декорреляции наблюдений  $u_{1\Sigma}(t)$  и  $u_{2\Sigma}[t - \tau_0(\bar{\vartheta}_{02})]$ ;

– вычисление взаимной корреляционной функции (ВКФ) наблюдений  $u_{1\Sigma W}(t)$  и  $u_{2\Sigma W}[t - \tau_0(\bar{\vartheta}_{02})]$ ;

– нахождение направления  $\bar{\vartheta}_{02}$ , при этом ВКФ наблюдений.

Структурная схема, соответствующая полученному алгоритму, показана на рис. 3. Здесь  $A_{im}$  ( $i=1..M$  если  $m=1$ ,  $i=1..N$  если  $m=2$ ) – антенны, ЛЗ – линия задержки, УЛЗ<sub>1</sub> и УЛЗ<sub>2</sub> – управляемые линии задержки,  $\Sigma$  – сумматор,  $\times$  – множитель,  $\frac{1}{T} \int dt$  – интегратор, БП – блок памяти, MAX<sub>1</sub> и MAX<sub>2</sub> – блоки поиска максимума.

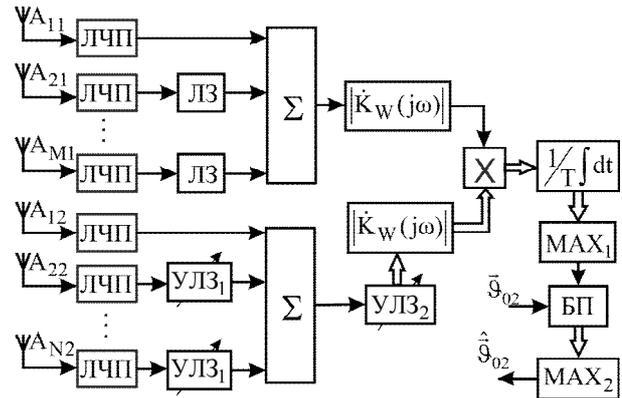


Рис. 3. Структурная схема, реализующая алгоритм (24)

Схема, показанная на рис. 3, работает следующим образом. Сигналы с выходов ЛЧП антенн  $A_{i1}, i = 2..M$  проходят через линии задержки (ЛЗ) и суммируются в сумматоре вместе с сигналом с выхода ЛЧП антенны  $A_{11}$ . На выходе сумматора формируется сигнал  $u_{1\Sigma}(t, \bar{\vartheta}_{01})$ , который поступает в декоррелирующий фильтр  $|K_W(j\omega)|$ . Аналогично на выходе второго сумматора формируется сигнал  $u_{2\Sigma}(t, \bar{\vartheta}_{02})$ , где значение  $\bar{\vartheta}_{02}$  можно изменить с помощью управляемых линий задержки (УЛЗ<sub>1</sub>). Сигнал  $u_{2\Sigma}(t, \bar{\vartheta}_{02})$  проходит через УЛЗ<sub>2</sub> и поступает на декоррелирующий фильтр  $|K_W(j\omega)|$ . Сигналы с выхода декоррелирующего фильтра разных каналов поступают на входы умножителей, с выхода которых сигналы подаются на интеграторы. Далее сигналы подаются в первый блок поиска максимума MAX<sub>1</sub>, на выходе которого получим максимальное значение ВКФ для одного значения  $\bar{\vartheta}_{02}$ . Это значение будет сохраняться в блоке памяти (БП), на вход которого и подано значение  $\bar{\vartheta}_{02}$ . Завершив процесс сканирования, вектор максимальных значений ВКФ с выхода БП поступает во второй блок поиска максимума (MAX<sub>2</sub>), на выходе которого получим оценку вектора направляющих косинусов  $\hat{\vartheta}_{02}$ , характеризующего направление второй АР.

### Предельная погрешность оценки дальности

Предельную точность оценивания получим обращением информационной матрицы Фишера, элемент которой имеет вид [7]

$$\Phi_{\bar{\vartheta}_{02}, \bar{\vartheta}_{02}} = -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{M+N} \left[ \int_0^T \int_0^T \frac{\partial R_{ij}(t_1, t_2, \bar{\vartheta}_{02})}{\partial \bar{\vartheta}_{02}} \times \right. \\ \left. \times \frac{\partial W_{ji}(t_1, t_2, \bar{\vartheta}_{02})}{\partial \bar{\vartheta}_{02}} dt_1 dt_2 \right]_{\bar{\vartheta}_{02} = \hat{\vartheta}_{02}}, \quad (26)$$

который в спектральной области примет вид

$$\Phi_{\bar{\vartheta}_{02}, \bar{\vartheta}_{02}} = -\frac{T}{4\pi} \sum_{i,j=1}^{M+N} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial G_{ij}(\omega, \bar{\vartheta}_{02})}{\partial \bar{\vartheta}_{02}} \times \right. \\ \left. \times \frac{\partial G_{ji}^{-1}(\omega, \bar{\vartheta}_{02})}{\partial \bar{\vartheta}_{02}} d\omega \right]_{\bar{\vartheta}_{02} = \hat{\vartheta}_{02}}. \quad (27)$$

Используя (10) и (12) найдем подынтегральный множитель выражения (27) в таком виде

$$-\sum_{i,j=1}^{M+N} \frac{\partial G_{ij}(\omega, \bar{\vartheta}_{02})}{\partial \bar{\vartheta}_{02}} \frac{\partial G_{ji}^{-1}(\omega, \bar{\vartheta}_{02})}{\partial \bar{\vartheta}_{02}} = \\ = -\sum_{i=1}^M \sum_{j=M+1}^{M+N} j\omega G_s(\omega) \tau_0' e^{j\omega\tau_{ij}} j\omega\beta(\omega) \tau_0' e^{j\omega\tau_{ji}} = \quad (28) \\ = M N \tau_0'^2 \omega^2 G_s(\omega) \beta(\omega).$$

Подставляя (28) в (27) и учитывая (17), получим

$$\Phi_{\bar{\vartheta}_{02}, \bar{\vartheta}_{02}} = \\ = \frac{T}{4\pi} M N \tau_0'^2 \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 G_s(\omega) M_0 |\dot{K}_W(j\omega)|^2 d\omega = \quad (29) \\ = \frac{T}{4\pi} M N \tau_0'^2 \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 G_{sW}(\omega) d\omega,$$

где

$$G_{sW}(\omega) = G_s(\omega) M_0 |\dot{K}_W(j\omega)|^2 = \\ = M_0 \frac{N_{0s}}{2} |\dot{K}_0|^2 |\dot{K}_H(j\omega)|^2 |\dot{K}_W(j\omega)|^2 = \quad (30) \\ = M_0 \frac{N_{0s}}{2} |\dot{K}_0|^2 |\dot{M}_W(j\omega)|^2$$

– СПМ процесса  $s(t)$  после усиления с коэффициентом  $M_0 |\dot{K}_0|^2$  согласованной фильтрации и декорреляции в фильтрах с

результатирующей АЧХ  $|\dot{M}_W(j\omega)|^2$ .

Во временной области элемент матрицы Фишера примет вид

$$\Phi_{\bar{\vartheta}_{02}, \bar{\vartheta}_{02}} = \frac{T}{4\pi} M N \tau_0'^2 \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 G_{sW}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \Big|_{\tau=0} = \\ = -\frac{T}{2} M N \tau_0'^2 \frac{d^2 R_{sW}(\tau)}{d\tau^2} \Big|_{\tau=0}, \quad (31)$$

где  $R_{sW}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_{sW}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega$ .

Пронормируем корреляционную функцию  $R_{sW}(\tau)$

$$r_{sW}(\tau) = \frac{R_{sW}(\tau)}{R_{sW}(0)} = \\ = \frac{(2\pi)^{-1} M_0 0,5 N_{0s} |\dot{K}_0|^2 \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{M}_W(j\omega)|^2 e^{j\omega\tau} d\omega}{(2\pi)^{-1} M_0 0,5 N_{0s} |\dot{K}_0|^2 \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{M}_W(j\omega)|^2 d\omega} = \\ = \frac{(2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{M}_W(j\omega)|^2 e^{j\omega\tau} d\omega}{\Delta f_e}, \quad (32)$$

где

$$\Delta f_e = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{M}_W(j\omega)|^2 d\omega \quad (33)$$

– эффективная ширина полосы частот результирующего фильтра  $|\dot{M}_W(j\omega)|$ .

Из анализа (29) и (32) следует, что элемент матрицы Фишера можно выразить следующим образом:

$$\Phi_{\bar{\vartheta}_{02}, \bar{\vartheta}_{02}} = -\frac{1}{2} \mu^2 \varepsilon \frac{d^2 r_{sW}(\tau)}{d\tau^2} \Big|_{\tau=0}, \quad (34)$$

где

$$\mu = \frac{\sqrt{T \Delta f_e} N_{0s}}{\sqrt{(M+N) N_{0s} N_{0n} + N_{0n}^2}} \quad (35)$$

– отношение сигнал/шум,

$$\varepsilon = M N \tau_0'^2 \quad (36)$$

– коэффициент, зависящий от геометрии системы.

Рассмотрим вторую производную в точке  $\tau = 0$  от нормированной корреляционной функции  $r_{sW}(\tau)$  в (34)

$$\left. \frac{d^2 r_{sW}(\tau)}{d\tau^2} \right|_{\tau=0} = -\frac{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |\dot{M}_W(j\omega)|^2 d\omega}{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{M}_W(j\omega)|^2 d\omega} = -\Omega_e^2 \approx -\frac{\Delta f_e^2}{12}. \quad (37)$$

Окончательно предельную погрешность оценки дальности представим в виде

$$\sigma_{\bar{\vartheta}_{02}}^2 = \Phi_{\bar{\vartheta}_{02}, \bar{\vartheta}_{02}}^{-1} = \frac{2}{\mu^2 \Omega_e^2 \varepsilon}. \quad (38)$$

Из анализа (38) следует, что предельная погрешность оценки направления  $\bar{\vartheta}_{02}$  уменьшается с увеличением отношения сигнал/шум, времени наблюдения, полосы пропускания и расстояния между системами.

## Выводы

Впервые синтезирован алгоритм оптимального оценивания дальности до участка пространственно-протяженного объекта с помощью радиометрической системы с двумя антенными решетками. Разработана структурная схема системы, реализующая предложенный алгоритм. Синтезированная схема содержит декоррелирующие фильтры, расширяющие полосу приемника и уменьшающие интервал корреляции случайных процессов. При этом число некоррелированных отсчетов сигнала в интервале  $(0, T)$  увеличивается, и точность оценивания дальности, как это следует из полученного аналитического выражения для предельной погрешности, возрастает.

## Благодарности

Автор благодарит научного руководителя д-ра техн. наук, профессора кафедры проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт» В. К. Волосюка и д-ра техн. наук, доцента кафедры проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт» В. В. Павликова за обсуждение результатов и конструктивные замечания, высказанные при подготовке рукописи.

## Литература

1. Волосюк, В. К. Радиометрическое измерение дальности до пространственно-протяженного объекта [Текст] / В. К. Волосюк, В. В. Павликов, Ву Та Кыонг // Прикладная радиоэлектроника: науч.-техн. журнал. – 2014. – Т. 13, № 2. – С. 105–111.
2. Радиометрический метод рельефометрии пространственно-протяженного объекта [Текст] / В. К. Волосюк, В. В. Павликов, Та Кыонг Ву, А. В. Одокиенко // Системы обработки информации. – 2014. – Вып. 6. – С. 22–27.
3. Волосюк, В. К. Разработка метода построения 3D радиометрических изображений пространственно-протяженных объектов [Текст] / В. К. Волосюк, В. В. Павликов, Ву Та Кыонг // Труды Седьмой Международной конференции «Акустооптические и радиолокационные методы измерений и обработки информации». – Суздаль, 2014. – С. 143–147.
4. Павликов, В. В. Новый эвристический алгоритм оценивания дальности в двухканальном радиометре [Текст] / В. В. Павликов, Ву Та Кыонг // Материалы XVII международного молодежного форума «Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке». – Харьков, 2014. – Т. 3. – С. 147–148.
5. Волосюк, В. К. Алгоритм обработки сверхширокополосных пространственно-временных радиометрических сигналов для оптимального оценивания дальности до участка пространственно-протяженного объекта [Текст] / В. К. Волосюк, В. В. Павликов, Ву Та Кыонг // Физические основы приборостроения. – 2015. – Т. 4, № 1. – С. 42–55.
6. Статистическая теория сверхширокополосных радиометрических устройств и систем [Текст] / В. К. Волосюк, В. Ф. Кравченко, Б. Г. Кутуза, В. В. Павликов, В. И. Пустовойт // Физические основы приборостроения. – 2014. – Т. 3, № 3. – С. 5–64.
7. Волосюк, В. К. Статистическая теория радиотехнических систем дистанционного зондирования и радиолокации [Текст] / В. К. Волосюк, В. Ф. Кравченко ; под ред. В. Ф. Кравченко. – М. : Физматлит, 2008. – 704 с.
8. Оптимизация оценок параметров источника шумового излучения в двухэлементном радиоинтерферометре [Текст] / В. К. Волосюк, В. Ф. Кравченко, В. В. Павликов, В. И. Пустовойт // Радиотехника и электроника. – 2013. – Т. 58, № 8. – С. 776–788.
9. Modern Methods for Optimal Spatio-Temporal Signal Processing in Active, Passive, and Combined Active-Passive Radio-Engineering Systems [Text] / V. K. Volosyuk, Yu. V. Gulyaev, V. F. Kravchenko, B. G. Kutuza, V. V. Pavlikov, V. I. Pustovoi // Journal of Communications Technology and Electronics. – 2014. – Vol. 59, No. 2. – P. 97–118.
10. Volosyuk, V. K. Development of the theory, methods and algorithms for optimal wide- and ultrawideband spatiotemporal signal processing of radio-

*thermal radiation [Text] / V. K. Volosyuk, V. F. Kravchenko, V. V. Pavlikov // Antenna theory and techniques. ICATT'2013 : proc. of the IX Intern. conf., Sept. 16–20, 2013, Odessa, Ukraine. – P. 74–79.*

*11. Развитие теории и методов оптимальной обработки пространственно-временных сигналов в активных, пассивных и комбинированных активно-пассивных РТС радиолокации и дистанционного зондирования с использованием новых весовых и WA-*

*систем функций Кравченко [Текст] / В. К. Волосюк, Ю. В. Гуляев, В. Ф. Кравченко, Б. Г. Кутуза, В. В. Павликов, В. И. Пустовойт // Тр. Рос. науч.-техн. общества радиотехники, электроники и связи им. А. С. Попова. Серия: Цифровая обработка сигналов и ее применение (DSPA-2013). – Вып. 15., Т. 1. – Москва, 2013. – С. 3–9.*

*Поступила в редакцию 14.05.2015, рассмотрена на редколлегии 18.06.2015*

### **АЛГОРИТМ ОПТИМАЛЬНОГО ОЦІНЮВАННЯ ДАЛЬНОСТІ ДО УЧАСТКА ПРОСТОРОВО-ПРОТЯЖНИХ ОБ'ЄКТІВ В РАДІОМЕТРИЧНИХ СИСТЕМАХ З АНТЕННИМИ РЕШІТКАМИ**

*Кьонг Ву Та*

Синтезовано алгоритм оптимального оцінювання дальності до елемента просторово-протяжного об'єкта за допомогою радіометричної системи з двома антенними решітками. Відповідно алгоритму розроблено структурну схему системи. Знайдено аналітичний вираз для граничної похибки оцінки дальності. Синтезований алгоритм містить операції декореляції, які розширюють смугу робочих частот приймача, зменшують інтервал кореляції випадкових процесів, збільшують число їх некорельованих відліків і підвищують точність оцінювання дальності.

**Ключові слова:** радіометрія, оцінка дальності, просторово-протяжний об'єкт, просторово-часова обробка, антенна решітка.

### **ALGORITHM FOR OPTIMAL DISTANCE ESTIMATION TO THE AREA OF SPATIALLY EXTENDED OBJECT IN THE RADIOMETRIC SYSTEMS WITH THE ANTENNA ARRAYS**

*Cuong Vu Ta*

Algorithm for optimal distance estimation to the area of spatially extended object by a radiometric system with two arrays is synthesized. In accordance with the algorithm block diagram of system is developed. Analytical expression for the limiting error of the distance estimation is derived. Synthesized algorithm contains decorrelation operations that expand working frequency band of receiver, reduce the random processes correlation interval, increase number of uncorrelated samples and improve the estimation accuracy distance.

**Key words:** radiometry, distance estimate, spatially-extended object, spatio-temporal processing, antenna array.

**Ву Та Кьонг** – аспирант кафедри проектування радіоелектронних систем летательних апаратів, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина, e-mail: vutacuong109@gmail.com.