

УДК 616.12-073.97

В. И. ШУЛЬГИН, А. К. ЗАДЕРИХИН, О. Н. АНТОНЧИК*Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина***ОБНАРУЖЕНИЕ QRS-КОМПЛЕКСОВ ЭЛЕКТРОКАРДИОГРАФИЧЕСКОГО СИГНАЛА В УСЛОВИЯХ НИЗКИХ СООТНОШЕНИЙ СИГНАЛ-ШУМ**

Работа посвящена разработке и исследованию новых методов и алгоритмов обработки электрокардиографических сигналов (ЭКС), обеспечивающих повышение качества обнаружения и определения временного положения QRS-комплексов ЭКС в условиях низких соотношений сигнал-шум. Задача характерна для так называемой абдоминальной электрокардиографии плода, при которой регистрация электрокардиограммы плода (ЭКГП) в ходе беременности осуществляется с поверхности живота беременной женщины и сопровождается высоким уровнем различного рода артефактов и помех. В работе предлагается новый метод обнаружения и определения временного положения R-пиков, основанный на теории статистически оптимальных оценок. Процедура выполняется в два этапа. На первом этапе производится обнаружение и грубое определение положения одновременно нескольких QRS-комплексов по максимуму апостериорной плотности вероятности (МАПВ) с учетом модели сердечного ритма. На втором этапе, также с использованием метода МАПВ, производится уточнение положения каждого из QRS-комплексов.

Ключевые слова: электрокардиография, обработка сигналов, обнаружение QRS-комплексов, ЭКГ плода, метод максимального правдоподобия, метод максимума апостериорной плотности вероятности.

Введение

Задача детектирования (обнаружения и определения временного положения) QRS-комплексов электрокардиографического сигнала, на качественном решении которой базируется практически вся современная электрокардиография, изучена достаточно давно и подробно [1-3]. Однако вплоть до настоящего времени предлагаются все новые методы и алгоритмы, обеспечивающие более высокую достоверность обнаружения QRS-комплексов ЭКГ [4, 5], более высокое быстродействие или более простую их реализацию [6]. При этом, если говорить о вероятностях правильного обнаружения QRS-комплексов, то для стандартных электрокардиографических приложений (электрокардиография покоя, холтеровский мониторинг), с присущими им отношениями сигнал-шум, она уже достигает величин 0,99 – 0,999 при достаточно простой реализации алгоритмов обнаружения [7].

В последние годы начали приобретать все большую популярность новые направления в электрокардиографии, в частности – абдоминальная электрокардиография плода, при которой регистрация электрокардиограммы плода (ЭКГП) в ходе беременности осуществляется с поверхности живота беременной женщины. В силу малого размера сердца плода и низкой проводимости тканей, окружающих плод, электрокардиограмма плода (ЭКГП) на

абдоминальной поверхности (АП) имеет чрезвычайно малую амплитуду. В регистрируемом на АП сигнале присутствует также электрокардиограмма матери (ЭКГМ), сетевая помеха, помехи, обусловленные движением плода, миографические сигналы маточной активности, шумы, вызываемые хаотичными мышечными сокращениями, а также шумы регистрирующей системы. В результате, отношение полезный сигнал/шум оказывается достаточно низким и попытки применения к этой задаче стандартных и получивших всеобщее признание алгоритмов детектирования QRS-комплексов, например, алгоритма Пана-Томпкинса [2] или его модификаций [7], не дают хорошего результата. Вероятности ошибок обнаружения QRS-комплексов ЭКГП при этом могут составлять от десятых долей до десятков процентов, что недопустимо для практических приложений. Поэтому актуальной является разработка новых методов обнаружения и определения временного положения QRS-комплексов электрокардиографического сигнала, работоспособных в условиях высокого уровня помех.

Стандартный подход к решению задачи обнаружения QRS-комплексов ЭКГ и оценки их временного положения базируется на классическом решении задачи обнаружения сигнала [8] с неизвестными параметрами – фильтрация сигнала системой фильтров, обеспечивающей максимизацию отношения сигнал-шум, формирование модуля выходного эффекта, его сравнение с адаптивным порогом, оп-

ределяемым текущим отношением сигнал-шум, и оценка положения максимума выходного эффекта, превысившего порог. При этом обнаружение каждого очередного QRS-комплекса выполняется независимо от других комплексов обрабатываемой последовательности. Принимается во внимание лишь средняя частота следования уже обнаруженных комплексов и среднее (или медианное) значение их амплитуды [2].

В данной работе предлагается новый метод обнаружения и определения временного положения последовательности QRS-комплексов ЭКГ, основанный на использовании модели сердечного ритма и теории статистически оптимальных оценок. Процедура обнаружения/измерения выполняется в два этапа. На первом этапе производится одновременное определение положения нескольких очередных сердечных сокращений по методу максимума финальной апостериорной плотности вероятности, учитывая модель взаимного расположения QRS-комплексов, параметры которой определяются на основе уже проанализированной части выборки. Это позволяет существенно повысить вероятность правильного обнаружения комплексов при низком отношении сигнал-шум. На втором этапе производится уточнение положения R-пиков индивидуальных комплексов также с использованием метода МАПВ.

Математическая постановка задачи

Полагаем, что регистрируемый ЭКГ сигнал дискретен по времени с периодом дискретизации, равным $T_s = t_k - t_{k-1}$. Обозначим дискретные значения этого сигнала в каждый момент времени, как $U_k = U(t_k)$.

Реальный электрокардиографический сигнал (рис.1а) представляет собой квазипериодическую последовательность близких по форме QRS-комплексов, наблюдаемых на фоне шумов. Представим регистрируемый ЭКГ-сигнал в виде суммы:

$$U_k = S_k + \eta_k, \quad (1)$$

где S_k – некоторый идеализированный ЭКГ сигнал (модель), в котором отсутствуют шумы и помехи, и все QRS-комплексы которого имеют одинаковую форму - рис.1б;

η_k – некоторый сигнал, включающий в себя шумы и помехи регистрации, а также отличия формы текущего QRS-комплекса от модели – рис.1в.

Поскольку предполагается, что обнаружение QRS-комплексов будет производиться на фоне помех достаточно большой величины, то составляющую η_k , обусловленную вариациями формы очередных комплексов по величине можно считать сравнимой с шумами. Поэтому в дальнейшем сигнал

η_k будем полагать случайным процессом с корреляционной функцией подобной корреляционной функции шумов наблюдения.

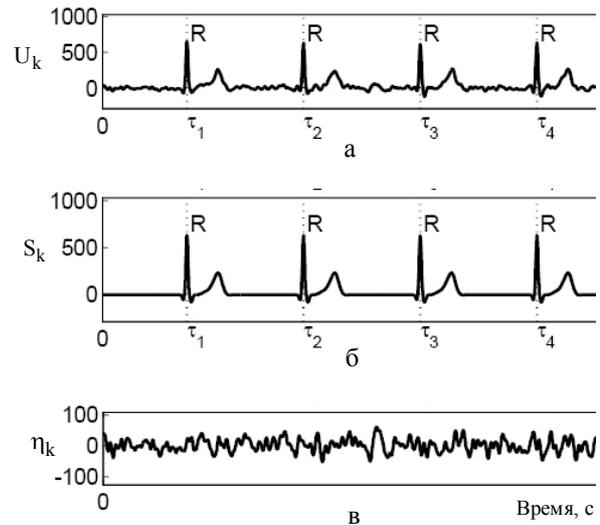


Рис. 1. Регистрируемый ЭКГ сигнал U_k , как сумма сигналов S_k и η_k

Если считать, что отдельные QRS-комплексы не перекрываются по времени, то сигнал S_k можно представить в виде свертки модели одиночного QRS-комплекса с последовательностью δ -функций, соответствующих моментам сердечных сокращений – рис. 2:

$$S_k = J(t_k) \otimes A_1 = \sum_{l=-L}^L J(t_k - l \cdot T_s) \cdot A_1, \quad (2)$$

$$J(t) = \sum_{r=1}^R \delta(\tau_r - t),$$

где A_1 – вектор отсчетов, соответствующий одному QRS-комплексу сигнала S_k ;

$$l = -L, \dots, -1, 0, 1, \dots, L;$$

L выбирается в зависимости от средней частоты сердечных сокращений;

$J(t)$ – сигнал несущий информацию о положении сердечных сокращений во времени, представляющий собой последовательность из δ -функций, положение во времени τ_r которых соответствует положению QRS-комплексов;

R – число QRS-комплексов на интервале наблюдения.

Временное положение QRS-комплексов (R-пиков QRS), соответствующих сердечным сокращениям τ_r можно определить, используя зависимость периода сердечных сокращений от времени. Воспользуемся для этого подходом, который предложен в работе [9]. Идея состоит в том, что ЭКГ сигнал рассматривается как частотно-импульсно модулиро-

ванная последовательность, модуляция которой осуществляется некоторой непрерывной функцией $T_{CC}(t)$.

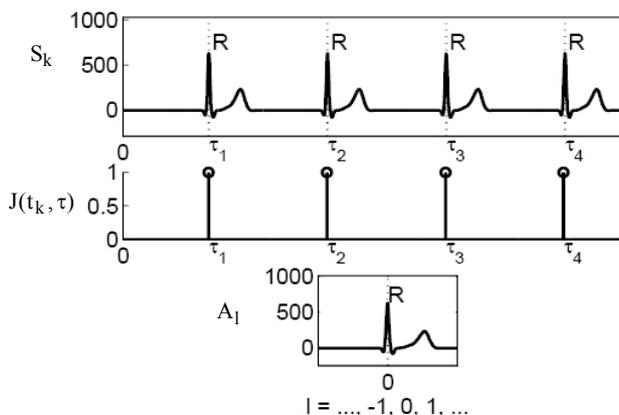


Рис. 2. Модель ЭКГ сигнала S_k , как свертка $J(t)$ и A_l

При использовании такого подхода положения во времени сердечных сокращений τ_r будут связаны с порядковым номером очередного сердечного сокращения r следующей интегральной зависимостью:

$$r = \int_{\tau_0}^{\tau_r} \frac{1}{T_{CC}(t)} dt = \int_{\tau_0}^{\tau_r} f_{CC}(t) dt, \quad (3)$$

где $T_{CC}(t)$ – изменяющийся во времени период сердечных сокращений;

$f_{CC}(t) = 1/T_{CC}(t)$ – изменяющаяся во времени частота сердечных сокращений.

Принимая во внимание, что частота сердечных сокращений, регулируемая в основном симпатическим отделом автономной нервной системы (АНС), изменяется достаточно медленно, функцию $f_{CC}(t)$ можно представить в виде разложения в ряд в окрестности точки t_m , ограничиваясь первыми $P+1$ членами ряда:

$$f_{CC}(t) = f_{CC}(t_m) + \left[f_{CC}(t) \right]' \Big|_{t_m} \cdot (t - t_m) + \dots + \frac{1}{P!} \left[f_{CC}(t) \right]^{(P)} \Big|_{t_m} \cdot (t - t_m)^P. \quad (4)$$

То есть, оценку непрерывной функции $f_{CC}(t)$ можно представить в виде набора параметров, определяющих динамику изменения частоты сердечных сокращений в момент времени t_m . Для удобства зададим эти параметры $\bar{\mu}_m = (\mu_{m0} \ \mu_{m1} \ \dots \ \mu_{mP})^T$ следующим образом:

$$\begin{aligned} \mu_{m0} &= T_{CC}(t_m), \mu_{m1} = T_{CC}(t_m) \cdot T'_{CC}(t_m), \dots \\ \dots, \mu_{mP} &= T_{CC}^P(t_m) \cdot T_{CC}^{(P)}(t_m), \end{aligned} \quad (5)$$

где μ_{m0} – определяет среднюю величину периода сердечных сокращений в окрестности t_m и выражается в секундах;

μ_{m1} – определяет скорость изменения периода сердечных сокращений в окрестности t_m и выражается в секундах на один RR-интервал и т.д.

Подставив выражение (4) в (3) и произведя интегрирование, получим алгебраическое уравнение степени P относительно положения r -того QRS-комплекса τ_r . Решая это уравнение можно найти положения R-пику QRS $\bar{\tau} = (\tau_1 \ \tau_2 \ \dots \ \tau_R)^T$ в некоторой окрестности точки t_m . Эта модель неявным образом задает зависимость $\bar{\tau}_m(\bar{\mu}_m, \tau_0)$. Следовательно, закон изменения периода сердечных сокращений на m -ом участке $\bar{U}_{\rho m}$ ЭКГ сигнала будет определяться параметрами $\bar{\mu}_m$. Таким образом, модель ЭКГ сигнала \bar{S}_m некоторой окрестности t_m теперь определяется ограниченным набором параметров – \bar{A}_m , $\bar{\mu}_m$ и $\Delta\tau_m$:

$$S_{mk} = \sum_{l=-L}^L J_m(t_k - l \cdot T_s) \cdot A_{ml},$$

$$J_m(t) = \sum_{r=-R_{0,5}}^{R_{0,5}} \delta(\tau_{mr} - t), \quad (6)$$

$$r = \int_{t_m + \Delta\tau_m}^{\tau_{mr}} \varphi(\bar{\mu}_m, t) dt, \quad (7)$$

где $\varphi(\bar{\mu}_m, t)$ – известная функция, получаемая путем подстановки параметров $\bar{\mu}_m$ в выражение (4);

$R = 2 \cdot R_{0,5} + 1$ – количество QRS-комплексов на данном участке ЭКГ сигнала;

$$\Delta\tau_m = \tau_{m0} - t_m;$$

τ_{m0} – положение ближайшего к точке t_m комплекса.

Оценка параметров модели ЭКГ сигнала и определение временного положения R-пику

Определим входящие в (6), (7) величины. Предположим для начала, что нам известны положения QRS-комплексов на ЭКГ сигнале – τ_{mr} , и будем полагать, что η_k в (1) – независимые нормальные случайные величины с нулевым средним и дисперсией σ_{η}^2 . Тогда, используя выражение (1) и

модель (6), можно записать функцию правдоподобия для оценки A_{ml} :

$$p(\bar{U}_m/\bar{A}_m) = C \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_\eta^2} \sum_k (U_{mk} - \sum_{l=-L}^L J_m(t_k - l \cdot T_s) A_{ml})^2 \right\} =$$

$$= C \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_\eta^2} \sum_k (U_{mk} - \bar{A}_m^T \cdot \bar{J}_{mk})^2 \right\}, \quad (8)$$

где

$$\bar{U}_m = \begin{pmatrix} U_{m1} \\ \vdots \\ U_{mk} \\ \vdots \end{pmatrix}, \quad \bar{A}_m = \begin{pmatrix} A_{m,-L} \\ \vdots \\ A_{m,l} \\ \vdots \\ A_{m,L} \end{pmatrix},$$

$$\bar{J}_{mk} = \begin{pmatrix} J_m(t_k + L \cdot T_s) \\ \vdots \\ J_m(t_k - l \cdot T_s) \\ \vdots \\ J_m(t_k - L \cdot T_s) \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Оценка \bar{A}_m может быть найдена, как положение максимума производной от выражения (8) или любого монотонного преобразования от него по параметру \bar{A}_m . Будем искать максимум логарифма функции правдоподобия (8), для этого продифференцируем его и приравняем к нулю:

$$\frac{\partial \ln p(\bar{U}_m/\bar{A}_m)}{\partial \bar{A}_m^T} =$$

$$= \frac{1}{2\sigma_\eta^2} \sum_k \bar{J}_{mk} [U_{mk} - \bar{A}_m^T \cdot \bar{J}_{mk}], \quad (10)$$

$$\sum_k \bar{J}_{mk} [U_{mk} - \bar{J}_{mk}^T \cdot \tilde{\bar{A}}_m] = \vec{0}, \quad (11)$$

$$\tilde{\bar{A}}_m = \underline{Q}^{-1} \cdot \bar{P}, \quad \underline{Q} = \sum_k \bar{J}_k \cdot \bar{J}_k^T, \quad \bar{P} = \sum_k \bar{J}_k \cdot U_k, \quad (12)$$

где $\tilde{\bar{A}}_m$ – оценка \bar{A}_m .

Подставляя в выражение для матрицы \underline{Q} (размером $2L+1 \times 2L+1$ и с элементами Q_{pq}) выражение для $J_m(t)$, получим:

$$Q_{pq} = \sum_k J_m(t_k - p \cdot T_s) \cdot J_m(t_k - q \cdot T_s) =$$

$$= \sum_k \left[\sum_{r=1}^R \delta(\tau_{mr} - t_k + p \cdot T_s) \cdot \right.$$

$$\left. \cdot \sum_{i=1}^R \delta(\tau_{mi} - t_k + q \cdot T_s) \right]. \quad (13)$$

Используя фильтрующее свойство δ -функции, и считая, что $\tau_{m,r} - \tau_{m,r-1} > 2 \cdot L \cdot T_s, \forall r$, получим:

$$Q_{pq} = \sum_{r=1}^R \sum_{i=1}^R \delta(\tau_{mi} - \tau_{mr} - p \cdot T_s + q \cdot T_s), \quad (14)$$

$$Q_{pq} = \begin{cases} N, & p = q; \\ 0, & p \neq q. \end{cases} \quad (15)$$

Подставляя в выражение для вектора \bar{P} (длиной $2L+1$ и элементами P_l) формулу выражение для $J_m(t)$, получим:

$$P_l = \sum_k J_m(t_k - l \cdot T_s) \cdot U_{mk} =$$

$$= \sum_k \sum_{r=1}^R \delta(\tau_{mr} - t_k + l \cdot T_s) \cdot U_{mk}, \quad (16)$$

делая замену $\tau_{mr} - t_k + l \cdot T_s = z$ и пользуясь фильтрующим свойством δ -функции, имеем:

$$P_l = \sum_{r=1}^R \sum_z \delta(z) \cdot U_m(\tau_{mr} + l \cdot T_s - z) =$$

$$= \sum_{r=1}^R U_m(\tau_{mr} + l \cdot T_s). \quad (17)$$

В результате, выражение для оценки \bar{A}_m можно записать в виде:

$$\tilde{A}_{ml}(\tilde{\tau}_m) = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R U_m(\tau_{mr} + l \cdot T_s). \quad (18)$$

Получен очень прозрачный результат – если положение R -пиков QRS – τ_{mr} определено, то оптимальная оценка по методу максимального правдоподобия для A_{ml} находится как усредненный на интервале наблюдения QRS-комплекс.

Следующими параметрами модели ЭКГ-сигнала, подлежащими оценке, являются временное положение опорного QRS-комплекса фрагмента ЭКГ окрестности момента t_m и вектор $\bar{\mu}_m$, определяющий среднее значение и динамику изменения ЧСС. Вектор оцениваемых значений обозначим, как $\bar{\rho}_m = \{\bar{\mu}_m, \Delta\tau_m\}$.

Тогда, полагая, что параметры $\bar{\mu}_m$ и $\Delta\tau_m$ являются независимыми друг от друга, финальную апостериорную плотность вероятности оцениваемых значений можно записать в виде произведения:

$$p(\bar{\rho}_m/\bar{U}_{\rho m}, \bar{U}_{\rho m-1}, \bar{U}_{\rho m-2}, \dots) =$$

$$= C \cdot p(\bar{U}_{\rho m}/\bar{\rho}_m) \cdot p(\bar{\rho}_m/\bar{U}_{\rho m-1}, \bar{U}_{\rho m-2}, \dots) = \quad (19)$$

$$= C \cdot p(\bar{U}_{\rho m}/\Delta\tau_m) \cdot p(\Delta\tau_m/\bar{U}_{\rho m-1}, \bar{U}_{\rho m-2}, \dots).$$

$$\cdot p(\bar{U}_{\rho m} / \bar{\mu}_m) \cdot p(\bar{\mu}_m / \bar{U}_{\rho m-1}, \bar{U}_{\rho m-2}, \dots),$$

где $\bar{U}_{\rho m}$ – участок ЭКГ сигнала, взятый в окрестности точки t_m ;

$\bar{\rho}_m = \{\bar{\mu}_m, \Delta\tau_m\}$ – параметры, подлежащие оценке;

$p(\bar{U}_{\rho m} / \bar{\rho}_m)$ – функция правдоподобия;

$p(\bar{\rho}_m / \bar{U}_{\rho m-1}, \bar{U}_{\rho m-2}, \dots)$ – априорная плотность вероятности, полученная с учетом предыдущих наблюдений (плотность прогнозируемых значений).

Запись апостериорной плотности вероятности в виде (19) основана на том, что ЭКГ сигнал можно рассматривать как результат функционирования биосистемы, состояние которой в каждый момент времени t_m описывается некоторым значением вектора переменных состояния $\bar{\rho}(t_m) = \bar{\rho}_m$. Выражение (19) основывается на предположении о том, что параметры $\dots, \bar{\rho}_{m-2}, \bar{\rho}_{m-1}, \bar{\rho}_m$ можно рассматривать как Марковскую последовательность, и что участки ЭКГ сигнала $\bar{U}_{\rho m}$ не коррелированы между собой. Таким образом, для реализации алгоритма оценки параметров $\bar{\rho}_m$ рассматриваемая система должна подчиняться следующей обобщенной математической модели [10] (рис.3.):

$$\begin{cases} \bar{\rho}(t_{m+1}) = f_{1m}[\bar{\rho}(t_m), \bar{N}_1(t_m)]; \\ U(t_{k+1}) = f_{2k}[\bar{\rho}(t_k), \eta(t_k)], \end{cases} \quad (20)$$

где $\bar{N}_1(t)$ и $\eta(t)$ – случайные возмущения;

$U(t_k)$ – регистрируемый ЭКГ сигнал.

Первое уравнение в системе (20) представляет собой разностное уравнение состояния системы и позволяет предсказывать значения переменных состояния $\bar{\rho}_m$ по значениям, полученным на предыдущем шаге. Ниже мы конкретизируем вид уравнения состояния для каждой переменной состояния в отдельности. Под случайным воздействием $\bar{N}_1(t)$ будем понимать любые воздействия, которые могут влиять на переменные состояния. Второе уравнение в (20) является уравнением наблюдения и определяется выражениями (1), (6), (7).



Рис. 3. Математическая модель формирования ЭКГ сигнала

Тогда, если η_k – независимые нормальные случайные величины с нулевым средним и дисперсией σ_η^2 , то, используя введенную модель ЭКГ сигнала, можно записать функцию правдоподобия $p(\bar{U}_{\rho m} / \bar{\mu}_m)$ следующим образом:

$$p(\bar{U}_{\rho m} / \bar{\mu}_m) = \frac{1}{\sigma_\eta \sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_\eta^2} \sum_k [U_{\rho m}(t_k) - S_m(t_k, \bar{\mu}_m, \Delta\tau_m)]^2 \right\}, \quad (21)$$

а функцию правдоподобия $p(\bar{U}_{\rho m} / \Delta\tau_m)$ – так:

$$p(\bar{U}_{\rho m} / \Delta\tau_m) = \frac{1}{\sigma_\gamma \sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_\gamma^2} \sum_1 \gamma_1^2 \right\}, \quad (22)$$

где γ_1 – независимые нормальные случайные величины с нулевым средним и дисперсией σ_γ^2 , которые имеют вид:

$$\gamma_1 = P_{m1} - [\bar{A}_{m1}(\bar{\mu}_m, \Delta\tau_m)]^2. \quad (23)$$

Здесь P_{m1} – параметр, определяющий априорное знание о распределении во времени мощности ЭКГ сигнала на интервале, соответствующем одному сердечному сокращению. Параметр P_{m1} принимает значения в интервале (0;1).

Определим плотность вероятностей прогнозируемых значений $p(\bar{\mu}_m / \bar{U}_{\rho m-1}, \bar{U}_{\rho m-2}, \dots)$. Будем считать, что процесс $\bar{\mu}(t_m)$ является случайным и подчиняется следующей Марковской модели:

$$\bar{\mu}(t_m) = F_{m,m-1} \cdot \bar{\mu}(t_{m-1}) + \bar{\xi}_m, \quad (24)$$

где $F_{m,m-1}$ – переходная матрица;

$\bar{\xi}_m$ – случайные возмущения со следующими характеристиками: $\langle \bar{\xi}_m \rangle = 0$; $\langle \bar{\xi}_m \cdot \bar{\xi}_1^T \rangle = 0, m \neq 1$ и ковариационной матрицей $\underline{\theta}_\xi = \langle \bar{\xi}_m \cdot \bar{\xi}_m^T \rangle$.

Тогда плотность прогнозируемых значений может быть записана в следующем виде:

$$p(\bar{\mu}_m / \bar{U}_{m-1}, \bar{U}_{m-2}, \dots, \bar{U}_1) = C_\Sigma \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\bar{\mu}_m - \hat{\bar{\mu}}_m)^T \cdot \hat{\Sigma}_m^{-1} \cdot (\bar{\mu}_m - \hat{\bar{\mu}}_m) \right\}, \quad (25)$$

где $C_\Sigma = (2\pi)^{-\frac{P+1}{2}} \cdot (\det \hat{\Sigma}_m)^{-0,5}$;

$\hat{\bar{\mu}}_m = F_{m,m-1} \cdot \hat{\bar{\mu}}_{m-1}$ – значение параметров $\bar{\mu}_m$, прогнозируемое по оцененному на предыдущем шаге значению $\hat{\bar{\mu}}_{m-1}$;

$\hat{\Sigma}_m$ – матрица ковариаций и дисперсий ошибок прогноза $\hat{\mu}_m$.

$$\hat{\Sigma}_m = E_{m,m-1} \cdot \Sigma_{m-1} \cdot E_{m,m-1}^T + \theta_{\xi}, \quad (26)$$

где Σ_{m-1} – ковариационная матрица ошибок оценки фильтром Калмана параметров $\bar{\mu}_{m-1}$.

Чтобы записать плотность прогнозируемых значений $p(\Delta\tau_m / \bar{U}_{\rho m-1}, \bar{U}_{\rho m-2}, \dots)$ необходимо уметь прогнозировать значение параметра $\Delta\tau_m$ по параметрам $\bar{\mu}_{m-1}$ и $\Delta\tau_{m-1}$, оцененным на предыдущем шаге:

$$\Delta\hat{\tau}_m = \varphi(\bar{\mu}_{m-1}, \Delta\tau_{m-1}, t_m - t_{m-1}), \quad (27)$$

где $\varphi(\dots)$ – известная функция, получаемая из модели (6) и (7).

Тогда, считая, что ошибка прогноза представляет собой нормальную случайную величину с нулевым средним и дисперсией σ_{τ}^2 , запишем:

$$p(\Delta\tau_m / \bar{U}_{\rho m-1}, \bar{U}_{\rho m-2}, \dots) = \frac{1}{\sigma_{\tau} \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_{\tau}^2} [\Delta\tau_m - \Delta\hat{\tau}_m]^2\right\}. \quad (28)$$

На выходе фильтра Калмана на m -ом шаге получаем оценку параметров $\bar{\rho}_m$ по следующему алгоритму:

$$\bar{\rho}_m = \arg \max_{\bar{\rho}_m} \ln p(\bar{\rho}_m / \bar{U}_{\rho m}, \bar{U}_{\rho m-1}, \dots, \bar{U}_{\rho 1}). \quad (29)$$

Запишем полностью логарифм финальной апостериорной плотности вероятности.

$$\begin{aligned} \ln p(\bar{\rho}_m / \bar{U}_{\rho m}, \bar{U}_{\rho m-1}, \dots, \bar{U}_{\rho 1}) &= \\ &= \ln p(\bar{\mu}_m, \Delta\tau_m / \bar{U}_{\rho m}, \bar{U}_{\rho m-1}, \dots, \bar{U}_{\rho 1}) = \\ &= -\frac{1}{2\sigma_{\gamma}^2} \sum_l [P_{ml} - \hat{A}_{ml}]^2 - \\ &- \frac{1}{2\sigma_{\eta}^2} \sum_k [U_{\rho m}(t_k) - S_m(t_k, \bar{\mu}_m, \Delta\tau_m)]^2 - \\ &- \frac{1}{2} (\bar{\mu}_m - \hat{\mu}_m)^T \cdot \hat{\Sigma}_m^{-1} \cdot (\bar{\mu}_m - \hat{\mu}_m) - \\ &- \frac{1}{2\sigma_{\tau}^2} [\Delta\tau_m - \Delta\hat{\tau}_m]^2 + C. \end{aligned} \quad (30)$$

Из-за того, что логарифм плотности вероятности (30) имеет множество локальных максимумов, градиентный поиск максимума в (29) может быть применим только в узком диапазоне значений параметров $\bar{\rho}_m$ вблизи глобального максимума выражения (30). Другой подход к поиску максимума функции (30) – это непосредственное ее вычисление для всех возможных сочетаний параметров $\bar{\rho}_m$, выби-

раемых с некоторым шагом. Именно этот подход использован в данной работе. Количество вариантов для перебора в таком случае растет экспоненциально с увеличением количества включенных в анализ R -пиков ($R = 2 \cdot R_{0,5} + 1$) на каждом из участков $\bar{U}_{\rho m}$ ЭКГ сигнала, а также с увеличением количества параметров $\bar{\mu}_m$. Следовательно, чтобы уменьшить вычислительную сложность алгоритма, значения $R_{0,5}$ и R необходимо ограничивать. Количество вариантов для перебора также можно уменьшить, ограничивая диапазон значений параметров $\bar{\mu}_m$, в котором осуществляется поиск максимума. Это возможно благодаря тому, что динамика изменения ЧСС может быть предсказана с определенной точностью с использованием Марковской модели (24). Однако при уменьшении количества параметров $\bar{\mu}_m$, будет уменьшаться точность задания положения сердечных сокращений во времени моделью (7), так как при этом уменьшается количество членов ряда (4). Поэтому, при оценке параметров $\bar{\rho}_m$ алгоритмом (30) и использовании предложенной модели (7), положение сердечных сокращений во времени τ_r будет получено с некоторой ошибкой:

$$\vartheta = \tau_r - \tilde{\tau}_r. \quad (31)$$

Величина ошибки будет обусловлена отклонением реальной частоты сердечных сокращений от предсказанных моделью (4).

На втором этапе работы алгоритма, чтобы уменьшить величину этой методической ошибки, производится уточнение положения текущего QRS-комплекса по методу максимума апостериорной плотности вероятности:

$$p(\tau_r / \bar{U}_r) = C \cdot p(\tau_r) \cdot p(\bar{U}_r / \tau_r), \quad (32)$$

где \bar{U}_r – участок ЭКГ сигнала, включающий только один QRS-комплекс, положение которого (грубо) оценено на предыдущем этапе;

τ_r – момент r -того сердечного сокращения;

C – некоторая константа;

$p(\tau_r)$ – априорная плотность распределения положения r -того сердечного сокращения τ_r во времени;

$p(\bar{U}_r / \tau_r)$ – функция правдоподобия.

Для данного случая использована модель (6) при $R_{0,5} = 0$. Тогда, для такой модели запишем уравнение наблюдения:

$$U_{rk} = S_{rk} + \eta_k; \quad S_{rk} = \sum_{l=-L}^L \delta(\tau_r - t_k + l \cdot T_s) \cdot A_l \quad (33)$$

или, учитывая фильтрующее свойство δ -функции,

$$U_{rk} = A_{(t_k - \tau_r)/T_s} + \eta_k, \\ \text{при } -L < (t_k - \tau_r)/T_s < L, \quad (34)$$

где U_{rk} – участок сигнала, взятый в окрестности точки τ_r и включающий один QRS-комплекс.

Тогда, если η_k – независимые нормальные случайные величины с нулевым средним и дисперсией σ_η^2 , то функция правдоподобия будет иметь следующий вид:

$$p(\bar{U}_r/\tau_r) = \\ = \frac{1}{\sigma_\eta \sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_\eta^2} \sum_k [U_{rk} - A_{(t_k - \tau_r)/T_s}]^2 \right\}. \quad (35)$$

Считая, что $\vartheta = \tau_r - \bar{\tau}_r$ – нормальная случайная величина с нулевым средним и дисперсией σ_ϑ^2 , запишем априорную плотность распределения τ_r :

$$p(\tau_r) = \frac{1}{\sigma_\vartheta \sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_\vartheta^2} [\tau_r - \bar{\tau}_r]^2 \right\}. \quad (36)$$

Таким образом, уточненное временное положение сердечного сокращения будет определяться по следующему алгоритму:

$$\bar{\tau}_r = \arg \max_{\tau_r} \ln p(\tau_r/\bar{U}_r), \quad (37)$$

где логарифм апостериорной плотности вероятности имеет вид:

$$\ln p(\tau_r/\bar{U}_r) = -\frac{1}{2\sigma_\eta^2} \sum_k [U_{rk} - A_{(t_k - \tau_r)/T_s}]^2 - \\ - \frac{1}{2\sigma_\vartheta^2} [\tau_r - \bar{\tau}_r]^2 + \bar{N}. \quad (38)$$

Поиск максимума в этом алгоритме будем производить также путем перебора возможных значений τ_r . Для работы этого алгоритма необходимо знание A_1 , поэтому воспользуемся фильтром Калмана построенном на основе модели (34) для его оценки. Алгоритм фильтра Калмана будет выглядеть следующим образом:

$$\tilde{A}_{r,l} = \tilde{A}_{r-1,l} + \frac{\sigma_{A_1,r}^2}{\sigma_\eta^2} \cdot [U_r(t_{1+r}) - \tilde{A}_{r-1,l}] \quad (39)$$

или

$$\tilde{A}_{r,l} = \left(1 - \frac{\sigma_{A_1,r}^2}{\sigma_\eta^2} \right) \cdot \tilde{A}_{r-1,l} + \frac{\sigma_{A_1,r}^2}{\sigma_\eta^2} \cdot U_r(t_{1+r}), \quad (40)$$

где $\sigma_{A_1,r}^2 = \left([\sigma_{A_1,r-1}^2]^{-1} + [\sigma_\eta^2]^{-1} \right)^{-1}$ – дисперсия точности оценки параметра A_1 на r -ом шаге.

Реализация алгоритма определения временного положения R-пиков

Для вычисления логарифма финальной апостериорной плотности вероятности (30) были заданы единичные дисперсии σ_γ^2 , σ_η^2 . При этом производилась нормировка таким образом, чтобы:

$$\sum_1 [P_{ml}]^2 = 1, \quad \sum_1 [\tilde{A}_{ml}^2] = 1, \quad (41)$$

$$\sum_1 [U_{\rho m}(t_k)]^2 = 1, \quad \sum_1 [S_m(t_k, \bar{\mu}_m, \Delta\tau_m)]^2 = 1. \quad (42)$$

Переходная матрица $F_{m,m-1}$ определена в виде единичной матрицы, что реализует наиболее простой способ предсказания: предсказанные значения параметров равны параметрам, оцененным на предыдущем шаге.

Чтобы уменьшить вычислительную сложность алгоритма оценки параметров $\bar{\rho}_m$ ограничим количество вариантов для перебора при поиске максимума финальной апостериорной плотности вероятности. Для этого будем рассматривать только два параметра $\bar{\mu}_m$: μ_{m0} – средняя ЧСС в окрестности точки t_m и μ_{m1} – скорость изменения ЧСС на одно сокращение, ограничиваясь линейным членом в разложении (4) ($P=1$). Тем самым модель участка ЭКГ ограничивается линейным изменением периода сердечных сокращений.

Чтобы оценить возможные ошибки определения положения R-пиков при использовании такой модели, выполним кусочно-линейную аппроксимацию зависимости периода следования сердечных сокращений от времени на реальных сигналах ЭКГП (рис. 4).

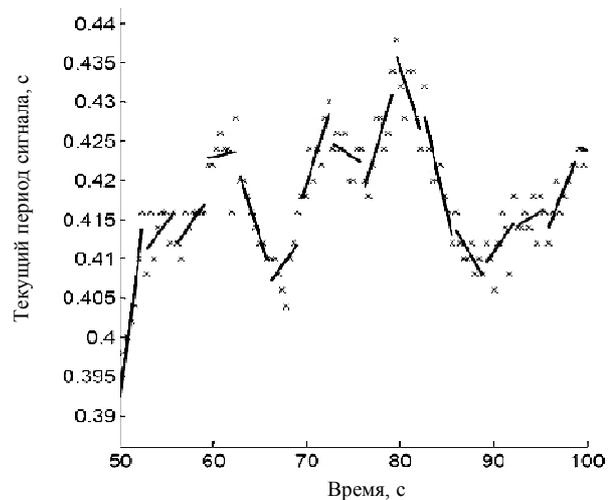


Рис. 4. Кусочно-линейная аппроксимация временных изменений периода сердечных сокращений на ЭКГП

Если длина участков линейной аппроксимации составляет 7 R-пиков ($R=7$, $R_{0,5} = 3$), то средне-квадратичная ошибка аппроксимации не превышает 4мс, что в 2-4 раза менее ширины R-пика ЭКГП.

Экспериментальные исследования алгоритма определения временного положения QRS-комплексов ЭКГП

Для исследования разработанного алгоритма, он был реализован в математической среде программирования MATLAB. При этом исследование было ограничено рассмотрением двух вариантов алгоритма, в которых отличался шаг $t_{m-1} - t_m$. В первом варианте (Алгоритм 1) шаг расчета параметров был выбран в один RR-интервал, то есть все расчеты выполнялись для каждого QRS-комплекса. Второй вариант (Алгоритм 2) предполагал шаг в шесть RR-интервалов, что позволяло существенно снизить вычислительные затраты. Для каждого из вариантов были определены дисперсия σ_τ^2 , ковариационная матрица $\hat{\Sigma}_m$, а также диапазоны:

$$\begin{aligned} & [\hat{\mu}_{m0} - \Delta\mu_{m0}; \hat{\mu}_{m0} + \Delta\mu_{m0}] \\ & \text{и} [\hat{\mu}_{m1} - \Delta\mu_{m1}; \hat{\mu}_{m1} + \Delta\mu_{m1}], \end{aligned}$$

в которых осуществляется поиск максимума финальной апостериорной плотности вероятности (табл. 1).

Разработанный алгоритм сравнивался со стандартным алгоритмом обнаружения R-пиков (вариант алгоритма Пана-Томпкина [7]).

Поскольку конечной целью исследования являлась оценка вероятности правильного обнаружения QRS-комплексов (с учетом ложноположительных и ложноотрицательных ошибок), то исследование проводилось с использованием модельных ЭКГ сигналов с управляемыми характеристиками отношения сигнал/шум. Синтез ЭКГ сигналов осуществлялся путем интегрирования набора ядер гауссовой формы, амплитудные и временные параметры которых определялись по минимуму СКО с использованием реальных ЭКГ-сигналов, методом, предложенным в работах [11-13]. Параметры сердечного ритма модельной ЭКГ также задавались на основе ритмограмм реальных ЭКГ-сигналов. Алгоритм тестировался на 10-ти отрезках сигнала длительностью по 600 секунд.

Таблица 1

Параметры исследуемых вариантов алгоритма

$t_{m-1} - t_m$	σ_τ^2	$\hat{\Sigma}_m$	μ_{m0}	μ_{m1}
1 RR-интервал	$0,25^2$	$\begin{pmatrix} 0,06^2 & 0 \\ 0 & 0,02^2 \end{pmatrix}$	0,014	0,006
6 RR-интервалов	$0,35^2$	$\begin{pmatrix} 0,15^2 & 0 \\ 0 & 0,05^2 \end{pmatrix}$	0,03	0,008

Поведение алгоритма изучалось в условиях действия помехи типа белого шума, а также условиях шумов, спектральное распределение мощности которых соответствует помехам, наблюдаемым на реальных ЭКГ сигналах. Результаты исследования представлены в табл. 2 - 5 и на рис. 5 - 6.

Таблица 2

Зависимость характеристик Алгоритма 1 от соотношения сигнал-шум в условиях белого шума

Отношение сигнал-шум, P_s / P_n	0,2	0,15	0,1	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02
Процент ошибок в результате срыва	0,11	0,19	0,28	0,59	0,97	4,28	6,84	10,1	29,4	80,5
Количество срывов	12	18	21	36	44	51	64	74	131	92
Вероятность срыва алгоритма, $\times 10^{-3}$	3,93	3,2	3,28	5,11	5,53	5,96	7,6	10,4	17,7	34,0
СКО ошибки до уточнения, мс	2,41	2,53	2,8	3,01	3,18	3,36	3,63	3,99	4,56	5,29
СКО ошибки после уточнения, мс	1,05	1,15	1,63	1,74	1,91	2,05	2,19	2,64	3,25	4,79

Таблица 3

Зависимость характеристик Алгоритма 2 от соотношения сигнал-шум в условиях белого шума

Отношение сигнал-шум, P_s / P_n	0,2	0,15	0,1	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02
Процент ошибок в результате срыва	0,1	0,1	0,11	0,11	0,17	0,28	0,5	0,72	2,44	33,7
Количество срывов	2	2	3	2	3	5	9	13	35	70
Вероятность срыва алгоритма на каждом последующем R-пике, $\times 10^{-3}$	1,58	1,58	1,5	2,33	2,64	2,61	1,75	2,47	4,36	9,83
СКО до уточнения, мс	2,57	2,66	2,94	3,08	3,24	3,4	3,71	4,08	4,71	5,7
СКО ошибки после уточнения, мс	1,05	1,23	1,54	1,63	1,85	2,13	2,39	2,71	3,3	4,83

Таблица 4

Зависимость характеристик Алгоритма 1 от соотношения сигнал-шум в условиях шума, спектральная плотность мощности которого характерна для шумов на ЭКГ сигналах

Отношение сигнал-шум, P_s / P_n	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,36	0,33	0,3	0,2
Процент ошибок в результате срыва	0,27	0,3	0,44	0,83	1,1	1,5	6,5	8,9	33,7
Количество срывов	24	25	32	42	60	64	64	73	98
Вероятность срыва алгоритма на каждом последующем R-пике, $\times 10^{-3}$	3,36	4,02	4,48	5,91	7,63	8,01	8,34	9,27	14,9
СКО ошибки при правильном обнаружении до уточнения, мс	2,35	2,38	2,43	2,5	2,61	2,67	2,73	2,8	3,08
СКО ошибки при правильном обнаружении после уточнения, мс	1,0	1,07	1,14	1,27	1,43	1,58	1,69	1,78	2,59

Таблица 5

Зависимость характеристик Алгоритма 2 от соотношения сигнал-шум в условиях шума, спектральная плотность мощности которого характерна для шумов на ЭКГ сигналах

Отношение сигнал-шум, P_s / P_n	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,36	0,33	0,3	0,2
Процент ошибок в результате срыва	0,17	0,17	0,22	0,22	0,39	0,67	0,94	1,17	3,22
Количество срывов	3	3	4	4	7	10	11	17	46
Вероятность срыва алгоритма на каждом последующем R-пике, $\times 10^{-3}$	1,92	1,92	2,48	2,48	2,99	3,45	4,07	2,68	5,52
СКО ошибки при правильном обнаружении до уточнения, мс	2,55	2,59	2,64	2,71	2,82	2,91	2,98	3,05	3,43
СКО ошибки при правильном обнаружении после уточнения, мс	1,01	1,07	1,17	1,29	1,5	1,67	1,75	1,85	2,66

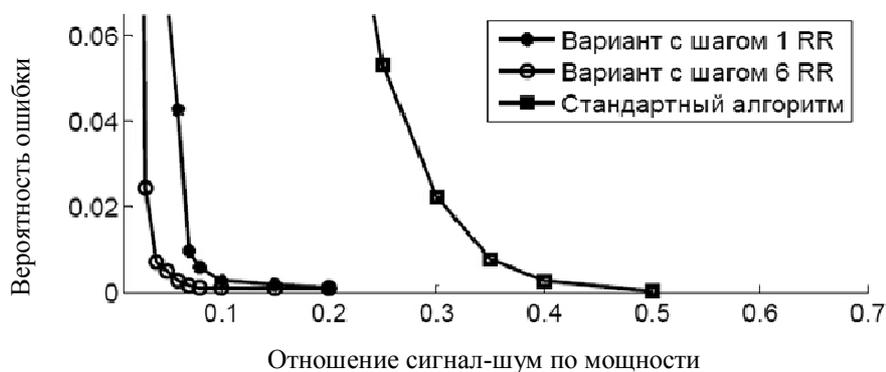


Рис. 5. Зависимости вероятности ошибочного обнаружения R-пиков от отношения сигнал-шум в условиях белого шума

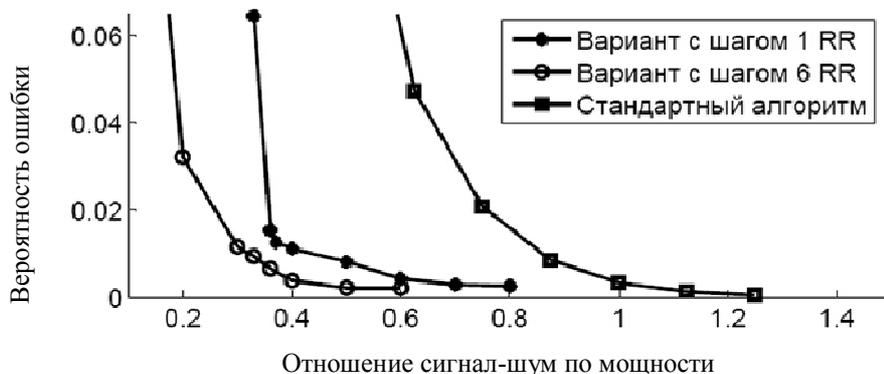


Рис. 6. Зависимости вероятности ошибочного обнаружения R-пиков от отношения сигнал-шум в условиях помех, характерных для ЭКГ сигналов

Результаты проведенных исследований показали, что предложенный алгоритм обладает значительно большей помехоустойчивостью (вероятностью правильного обнаружения QRS-комплексов ЭКГ при низких отношениях сигнал-шум) в сравнении со стандартными методами, при этом улучшение помехоустойчивости наблюдалось, как и в условиях белого шума, так и при шумах схожих с реальными помехами, возникающими при регистрации ЭКГ. Интересно также, что вариант алгоритма с блочной обработкой (с шагом в 6 RR) обеспечивает меньшую вероятность ошибок в сравнении с вариантом со скользящей обработкой (с шагом в 1 RR интервал).

Заключение

В работе предложен новый метод обнаружения и определения временного положения QRS-комплексов ЭКГ-сигнала в условиях низкого отношения сигнал-шум, основанный на теории статистически оптимальных оценок. Идея заключается в том, что вместо обнаружения каждого QRS-комплекса ЭКГ по-отдельности, осуществляется обнаружение группы очередных QRS-комплексов, взаимное временное положение которых связано некоторой функциональной зависимостью. Выполнена параметризация модели, в результате чего задача сведена к оценке набора ее параметров.

Алгоритм детектирования был реализован в математической среде программирования MATLAB. Проведено экспериментальное исследование двух вариантов алгоритма с использованием модельных ЭКГ сигналов. В первом варианте шаг расчета параметров был выбран в один RR-интервал, во втором - шаг в шесть RR-интервалов, что позволило существенно снизить вычислительные затраты. Разработанный алгоритм сравнивался со стандартным алгоритмом обнаружения из семейства алгоритмов Пана-Томпкинса. Оценивалась вероятность ошибок в условиях белого шума и в условиях шума, спектральное распределение мощности которого соответствует шумам, наблюдаемым на реальных ЭКГ сигналах. В результате было показано, что предложенный алгоритм обеспечивает значительно меньшую вероятность ошибок при одинаковом соотношении сигнал-шум и более чем в два раза низкие пороговые отношения сигнал-шум при одинаковой вероятности ошибочных решений. Для обнаружения на фоне белого шума выигрыш еще более значителен.

Литература

1. Okada, M. A digital filter for the QRS complex detection [Text] / M. Okada // *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, – 1979. – Vol. BME-26, № 12. – P. 700–703.
2. Pan, J. Real-Time QRS Detection Algorithm [Text] / J. Pan, W. J. Tompkins // *IEEE Transactions on biomedical engineering*. – 1985. – Vol. BME-32, № 3. – P. 230–236.
3. Afonso, V. X. ECG QRS Detection [Text] / V. X. Afonso // *Biomedical Digital Signal Processing / V. X. Afonso ; edited by W. J. Tompkins*. – Prentice Hall, 1993. – Ch. 12. – P. 236–264.
4. Lynn, P. A. Online digital filters for biological signals: Some fast designs for a small computer [Text] / P. A. Lynn // *Medical and Biological Engineering and Computer*. – 1979. – № 15. – P. 534–540.
5. A Comparison of the Noise Sensitivity of Nine QRS Detection Algorithms [Text] / G. M. Friesen [et al.] // *IEEE Transactions on biomedical engineering*. – 1990. – Vol. 37, № 1. – P. 85–98.
6. Low-complexity R-peak detection for ambulatory fetal monitoring [Text] / M. J. Roijackers, C. Rabotti, S. G. Oei, M. Mischi // *Physiol. Meas.* – 2012. – Vol. 33. – P. 1135–1150.
7. Hamilton, P. S. Quantitative investigation of QRS detection rules using the MIT/BIH arrhythmia database [Text] / P. S. Hamilton, W. J. Tompkins // *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*. – 1986. – № 12. – P. 1157–1165.
8. Hennig, C. The principles of software QRS detection [Text] / C. Hennig, B. U. Kohler, R. Orglmeister // *Engineering in Medicine and Biology Magazine, IEEE*. – 2002. – Vol. 21, № 1. – P. 42 – 57.
9. Laguna, P. Improved Heart Rate Variability Signal Analysis from the Beat Occurrence Times According to the IPFM Model [Text] / P. Laguna, J. Mateo // *IEEE Transactions on biomedical engineering*. – 2000. – Vol. 47, № 8. – P. 985–996.
10. Синицын, И. Н. Фильтры Калмана и Пугачева [Текст] : учеб. пособие / И. Н. Синицын. – М. : Изд-во Университетская книга, Логос, 2006. – 640 с.
11. Model-based filtering, compression and classification of the ECG [Text] / G. D. Clifford, A. Shoeb, P. E. McSharry, B. A. Janz // *IJBEM*. – 2005. – Vol. 7, № 1. – P. 158–161.
12. Clifford, G. D. A novel framework for signal representation and source separation: applications to filtering and segmentation of biosignals [Text] / G. D. Clifford // *Journal of Biological Systems*. – 2006. – Vol. 14, № 2. – P. 169–183.
13. Sameni, R. Model-Based Bayesian Filtering of Cardiac Contaminants from Biomedical Recordings [Text] / R. Sameni, M. B. Shamsollahi, C. Jutten // *Physiological Measurement*. – 2008. – Vol. 29, № 5. – P. 595–613.

Поступила в редакцію 21.04.2015, рассмотрена на редколлегии 18.06.2015

ВИЯВЛЕННЯ QRS-КОМПЛЕКСІВ ЕЛЕКТРОКАРДІОГРАФІЧНОГО СИГНАЛУ В УМОВАХ НИЗЬКИХ СПІВВІДНОШЕНЬ СИГНАЛ-ШУМ

В. І. Шульгін, О. К. Задерихін, О. М. Антончик

Робота присвячена розробці та дослідженню нових методів і алгоритмів обробки електрокардіографічних сигналів (ЕКС), що забезпечують підвищення якості виявлення та визначення положень у часі QRS-комплексів ЕКС в умовах низьких співвідношень сигнал-шум. Ця задача характерна для так званої абдомінальної електрокардіографії плода, в якій реєстрація електрокардіограми плода під час вагітності здійснюється з поверхні живота вагітної жінки і супроводжується високим рівнем різного роду артефактів та завад. В роботі пропонується новий метод виявлення та визначення положень у часі R-піків, що базується на теорії статистично оптимальних оцінок. Процедура виконується в два етапи. На першому етапі виконується виявлення і грубе визначення положення одночасно декількох QRS-комплексів за максимумом апостеріорної густини імовірності (МАГІ) з урахуванням моделі серцевого ритму. На другому етапі, також з використанням методу МАГІ виконується уточнення положення кожного з QRS-комплексів.

Ключові слова: електрокардіографія, обробка сигналів, виявлення QRS-комплексів, ЕКГ плода, метод максимальної вірогідності, метод максимальної апостеріорної густини імовірності.

DETECTION OF QRS-COMPLEX IN ELECTROCARDIOGRAPHIC SIGNAL UNDER LOW SIGNAL TO NOISE RATIO CONDITION

V. I. Shulgin, O. K. Zaderykhin, O. M. Antonchik

The work is devoted to the development and research of new methods and algorithms for electrocardiographic signal processing that can improve the quality of detection and time position estimation of QRS-complexes under low signal to noise ratio condition. One of such problems is abdominal fetal electrocardiography when fetal ECG is recorded from the abdominal surface of pregnant woman and recorded signal has a high level of noise and artifacts. In the paper new method of R-peak detection and its time position estimation is proposed. The method is based on estimation theory and performed in two stages. At the first stage the detection and crude estimation of positions of several QRS-complexes using maximum a posteriori estimation method and heart rate model are performed. At the second stage correction of each QRS-complex position using maximum a posteriori estimation method is performed.

Keywords: electrocardiogram, signal processing, QRS-complex detection, fetal ECG, maximum likelihood method, maximum a posteriori estimation method.

Шульгін Вячеслав Иванович – канд. техн. наук, проф., проф. кафедри проектування радіоелектронних систем летательних апаратів, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

Задерихин Алексей Константинович – аспирант кафедри проектування радіоелектронних систем летательних апаратів, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

Антончик Ольга Николаевна – аспирант кафедри проектування радіоелектронних систем летательних апаратів, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина, e-mail: antonchik.olga@gmail.com.