

УДК 621.396.9

А. Д. АБРАМОВ, А. В. ФАТЕЕВ, Т. И. МОСКАЛЕНКО

*Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского "Харьковский авиационный институт", Украина***ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ И АНАЛИЗА ДИАГРАММ НАПРАВЛЕННОСТИ МНОГОКАНАЛЬНЫХ РАДИОМЕТРОВ**

*В статье приводятся методики синтеза и анализа диаграмм направленности планарных антенных решеток радиометрических систем, как один из факторов, необходимых для решения центральной для многих приложений задач радиометрии. Базовой основой анализа и синтеза, в отличие от известных методов формирования диаграммы направленности, служит ковариационная матрица наблюдения. Во-первых, приведенный в работе иллюстративный материал убедительно подтверждает правильность теоретических положений. Во-вторых, указывает на то, что использование ковариационной матрицы наблюдений многоканальных радиометрических систем позволяет строить и анализировать вид диаграмм направленности.*

**Ключевые слова:** диаграмма направленности, планарная антенная решетка, сигнальная компонента, радиометрическая система.

**Введение**

Развитие методов теории восстановления случайных полей непосредственно связано с решением задачи воспроизведения радиояркого изображения, как правило, протяженных источников радиотеплового излучения [1 - 3]. На результаты определения оптимальных и субоптимальных процедур восстановления радиояркостности (решение обратных задач, связанных с анализом спектральной плотности волнового фронта собственного излучения, как функции частоты и угловых координат) существенную роль оказывает диаграмма направленности (ДН) радиометрической системы, аналитический вид которой непосредственно входит в состав пространственно-временной корреляционной функции [3, 4]. Измерения пространственно-временной корреляционной функции в принципе позволяет восстановить радиояркое изображение [3, 5]. В силу указанных причин вид ДН существенно влияет на точность решения обратной задачи. К сожалению, в технической литературе в настоящее время отсутствуют методы оценки вида ДН на основании алгоритма ковариационной матрицы наблюдений.

Цель работы – устранение указанных недостатков при решении обратных задач в радиометрических системах.

**Постановка задачи**

Пусть в поле зрения радиометрической системы с эквидистантной антенной решеткой (АР) имеется дискретный источник излучения мощностью  $P$ , местоположение которого в декартовой системе

( $x, y, z$ ) определено угловыми координатами  $\Theta_x$  и  $\Theta_y$ .

Заданы параметры планарной АР:

- состоит из  $M \times K$  элементов, расположенных вдоль осей  $x$  и  $y$  соответственно;
- расстояние  $dx$  и  $dy$  между соседними элементами вдоль осей  $x$  и  $y$ ;
- рабочая частота приёма  $f_0$  находится в диапазоне  $f_0 - F \leq f \leq f_0 + F$ ,  $2F$  - полоса пропускания каналов предварительной временной обработки.

Считаем, что на входе  $m$  - го элемента АР наблюдается колебание  $\dot{U}_{ml}(t)$ :

$$\dot{U}_{ml}(t) = \dot{S}_{ml}(t, \vec{A}) + \dot{n}_{ml}(t), \quad (1)$$

$$m = \overline{1, M}; l = \overline{1, K},$$

где  $\dot{n}_{ml}(t)$  - гауссовский случайный процесс (шум  $m$  - го канала решетки) с нулевым математическим ожиданием и с дисперсией  $2\sigma_0^2$ .

Сигнальная компонента  $\dot{S}_{ml}(t, \vec{A})$  связана с коэффициентом пропускания  $\dot{K}(f)$  тракта предварительной обработки и угловыми координатами источника излучения соотношением [4]:

$$\dot{S}_{ml}(t, \vec{A}) = \int_{\Omega} \int_{f_0 - F}^{f_0 + F} \dot{A}(f, t, d\Omega, \vec{A}) \cdot F(U_x, U_y) e^{j2\pi[\frac{d}{\lambda}(m-1)U_x + \frac{d}{\lambda}(l-1)U_y]} df d\omega, \quad (2)$$

где  $\dot{A}(f, t, d\Omega, \vec{A})$  - спектрально - угловая плотность амплитуды сигнала, которую моделируем гауссовским случайным процессом со статистическими характеристиками:

$$\begin{aligned} \langle \dot{A}(f, t, d\Omega, \vec{A}) \rangle &= 0 \\ \langle \dot{A}(f, t, d\Omega, \vec{A}) \dot{A}^*(f_1, t_1, d\Omega_1, \vec{A}) \rangle &= \\ &= B(\vec{A}) \delta(f - f_1) \delta(t - t_1) \delta(\omega - \omega_1); \end{aligned} \quad (3)$$

$\vec{A}$  - совокупность электрофизических параметров объекта наблюдения;

$B(\vec{A})$  - радиояркость источника излучения;

$\langle * \rangle$  угловые скобки означают статистическое усреднение;

$\delta(\cdot)$  - символ Кронекера;

$F(U_x, U_y)$  - диаграмма направленности каждого элемента АР;

$U_x = \sin(\Theta_x), U_y = \sin(\Theta_y)$  - направляющие косинусы углов визирования, отсчитанные от осей  $x$  и  $y$  АР соответственно.

При необходимости углы визирования могут быть пересчитаны в традиционные угол места  $\beta$  и азимут  $\varphi$  так:

$$\begin{aligned} \Theta_x &= \sin(\beta) * \cos(\varphi), \\ \Theta_y &= \sin(\beta) * \sin(\varphi). \end{aligned} \quad (3)$$

Если объект наблюдения является точечным, выполняется условие  $2F \ll f_0$ , элементы АР ненаправленные и выполняется условие

$$\frac{1}{2F} \int_{-F}^F |\dot{K}(f)|^2 df = 1, \quad (4)$$

то [4]:

$$S_{ml}(t) = \dot{E}(t, \vec{A}) e^{j2\pi[\frac{d}{\lambda}(m-1)U_x + \frac{d}{\lambda}(l-1)U_y]}, \quad (5)$$

где  $\dot{E}(t, \vec{A})$  - гауссовский случайный дельта-коррелированный по пространству и времени процесс с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $2\sigma_1^2$

$$2\sigma_1^2 = \langle \dot{E}(t, \vec{A}) \dot{E}^*(t, \vec{A}) \rangle. \quad (6)$$

При указанных исходных данных на входах АР в  $p$ -й момент времени может быть сформированы на-

блюдения в виде  $(M \times K)$  - мерной матрицы

$$\begin{aligned} \tilde{U}_p &= \begin{bmatrix} \dot{U}_p(11, \vec{A}) & \dots & \dot{U}_p(1K, \vec{A}) \\ \dot{U}_p(21, \vec{A}) & \dots & \dot{U}_p(2K, \vec{A}) \\ \dots & \dots & \dots \\ \dot{U}_p(M1, \vec{A}) & \dots & \dot{U}_p(MK, \vec{A}) \end{bmatrix} = \\ &= \tilde{S}_p(\vec{A}) + \tilde{n}_p, \end{aligned} \quad (7)$$

где сигнальная  $\tilde{S}_p(\vec{A})$  и помеховая  $\tilde{n}_p$  составляющие  $U_p$  определены так:

$$\tilde{S}_p = \begin{bmatrix} \dot{S}_{11}(p, \vec{A}) & \dots & \dot{S}_{1K}(p, \vec{A}) \\ \dot{S}_{21}(p, \vec{A}) & \dots & \dot{S}_{2K}(p, \vec{A}) \\ \dots & \dots & \dots \\ \dot{S}_{M1}(p, \vec{A}) & \dots & \dot{S}_{MK}(p, \vec{A}) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\tilde{n}_p = \begin{bmatrix} \dot{n}_{11}(p) & \dots & \dot{n}_{1K}(p) \\ \dot{n}_{21}(p) & \dots & \dot{n}_{2K}(p) \\ \dots & \dots & \dots \\ \dot{n}_{M1}(p) & \dots & \dot{n}_{MK}(p) \end{bmatrix}. \quad (9)$$

При указанных выше условиях исчерпывающее описание процесса (7) даёт ковариационная матрица  $\tilde{R}_M(\vec{A})$  наблюдений, сформированная на базе наблюдений  $\tilde{U}_p$  в  $W$  момент времени:

$$\begin{aligned} \tilde{R}_M(\vec{A}) &= \langle \tilde{U}_p \tilde{U}_p^+ \rangle = \\ &= \langle \tilde{S}_p(\vec{A}) \tilde{S}_p^+(\vec{A}) \rangle + 2\sigma_0^2 I_M, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $I_M = \text{diag}(1, 1, \dots, 1)$  - диагональная,  $M \times M$  - размерная, единичная матрица;

$\langle + \rangle$  - знак сопряжения по эрмиту.

Элемент  $R_M^{(ml)}(\vec{A})$  матрицы  $\tilde{R}_M(\vec{A})$  размером  $(M \times M)$  определяем из соотношения

$$R_M^{(ml)}(\vec{A}) = \frac{1}{WK} \sum_{p=1}^W \tilde{S}(m, p, \vec{A}) \tilde{S}^+(l, p, \vec{A}), \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \tilde{S}(g, p, \vec{A}) &= \left[ \dot{S}_{g1}(p, \vec{A}), \dots, \dot{S}_{gK}(p, \vec{A}) \right], \\ g &= \overline{1, M}. \end{aligned} \quad (12)$$

Приведенное выше соотношение позволяет факторизовать матрицу (10) так:

$$R_M(\vec{A}) = \vec{\Lambda}_x \Psi_M \vec{\Lambda}_x^+ + 2\sigma_0^2 I_M. \quad (13)$$

В последнем соотношении элемент  $\hat{\lambda}_x$  пеленгационного вектора

$$\bar{\Lambda}_x^{-T} = (1, \hat{\lambda}_x, \hat{\lambda}_x^2, \dots, \hat{\lambda}_x^{M-1})$$

связан с направлением  $U_x$  на виртуальный центр источника излучения соотношением, где  $\langle T \rangle$  - знак транспонирования.

$$\hat{\lambda}_x = \exp\left(j2\pi \frac{d_x}{\lambda} U_x\right), \quad (14)$$

а

$$\begin{aligned} \Psi_M &= 2\sigma_1^2 = \\ &= K \cdot P \cdot F^2(U_x, U_y) \int_{-F}^F |\dot{K}(f)|^2 df. \end{aligned} \quad (15)$$

Аналогично приведенному выше может быть рассчитана ковариационная матрица

$$R_K = \left\langle \tilde{U}_p^T (\tilde{U}_p^T)^+ \right\rangle \quad (16)$$

$$R_K(\bar{A}) = \bar{\Lambda}_y \Psi_K \bar{\Lambda}_y^+ + 2\sigma_0^2 I_K,$$

где элемент  $\hat{\lambda}_y$  вектора

$$\bar{\Lambda}_y^{-T} = (1, \hat{\lambda}_y, \hat{\lambda}_y^2, \dots, \hat{\lambda}_y^{K-1})$$

определен так  $\hat{\lambda}_y = \exp\left(j2\pi \frac{d_y}{\lambda} U_y\right)$ .

Решение уравнений (13) и (16) по методу наименьших квадратов относительно  $\Psi_M$  и  $\Psi_K$  приводит к равенствам

$$\begin{aligned} \Psi_M &= (\bar{\Lambda}_x^+ \bar{\Lambda}_x)^{-1} \bar{\Lambda}_x^+ \tilde{R}_M \bar{\Lambda}_x (\bar{\Lambda}_x^+ \bar{\Lambda}_x)^{-1}, \\ \Psi_K &= (\bar{\Lambda}_y^+ \bar{\Lambda}_y)^{-1} \bar{\Lambda}_y^+ \tilde{R}_K \bar{\Lambda}_y (\bar{\Lambda}_y^+ \bar{\Lambda}_y)^{-1}. \end{aligned} \quad (17)$$

При известных  $2\sigma_0^2$  соотношения (17) могут быть уточнены

$$\begin{aligned} \Psi_M &= (\bar{\Lambda}_x^+ \bar{\Lambda}_x)^{-1} \bar{\Lambda}_x^+ (\tilde{R}_M - 2\sigma_0^2 I_M) \cdot \\ &\quad \cdot \bar{\Lambda}_x (\bar{\Lambda}_x^+ \bar{\Lambda}_x)^{-1}, \\ \Psi_K &= (\bar{\Lambda}_y^+ \bar{\Lambda}_y)^{-1} \bar{\Lambda}_y^+ (\tilde{R}_K - 2\sigma_0^2 I_M) \cdot \\ &\quad \cdot \bar{\Lambda}_y (\bar{\Lambda}_y^+ \bar{\Lambda}_y)^{-1}. \end{aligned} \quad (18)$$

Процедура оценивания  $\Psi_M$  и  $\Psi_K$  фактически есть формирование диаграммы направленности (ДН)  $F(\Theta_x)$ ,  $F(\Theta_y)$  по мощности АР размером  $(M \times K)$ .

В этом нетрудно убедиться, положив для иллюстрации  $2\sigma_0^2 = 0$ , например, в первом из равенств (17). На рисунке 1 показана зависимость

$$F(\Theta_x) = \frac{\Psi_M(\Theta_x)}{\max_{\Theta_x} \Psi_M(\Theta_x)}, \quad (19)$$

рассчитанная для случая  $\Theta_x = 0$  согласно упомянутой зависимости.

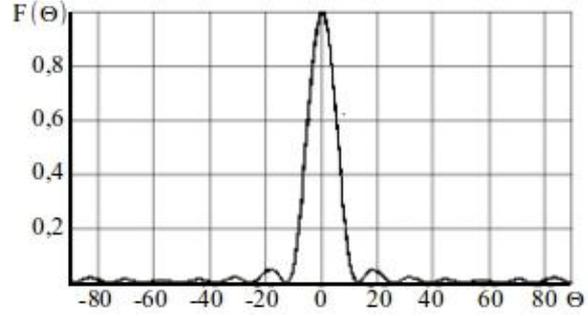


Рис. 1. Зависимость  $F(\Theta_x)$  по формуле (19) при  $\Theta_x = 0$

Приведенная выше методология позволяет, во-первых, построить вид ДН соответствующих планарных АР. Для наглядности на рисунке 2 приведены эквидистантные поверхности - линии равного уровня, характеризующие синтезированную диаграмму направленности планарной решетки размером  $6 \times 4$  ( $M = 6$ ,  $K = 4$ ).

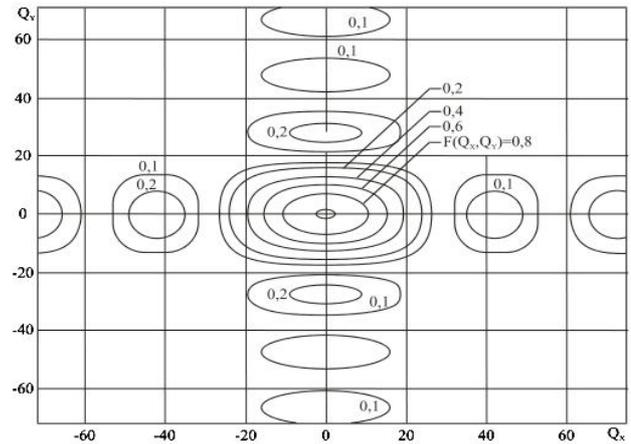


Рис. 2. Эквидистантные поверхности - линии равного уровня

Во-вторых, проанализировать их свойства, например, при истинном направлении АР на источник излучения будет иметь место равенство  $\Psi_M = \Psi_K$ .

При отношениях  $\frac{dx}{\lambda} \geq 0,5$  может возникнуть неустранимая неоднозначность при оценивании углового

положения, кратная  $\pm \frac{\lambda}{dx}$ , которая обусловлена многолучевостью ДН антенной решетки в пределах сектора обзора от  $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$  до  $\left(\frac{\pi}{2}\right)$ .

### Выводы

Приведенные теоретические и экспериментальные результаты позволяют сделать следующие выводы:

- на основе ковариационной матрицы наблюдений можно рассчитать диаграмму направленности планарной АР радиометрической системы;
- синтезированная ДН даёт возможность оценить качественные показатели радиометрических систем, в частности, точность восстановления пространственного положения источника излучения.

### Литература

1. Караваев, В. В. Статистическая теория пассивной локации [Текст] / В. В. Караваев, В. В. Сазонов. – М. : Радио и связь, 1987. – 240 с.
2. Волосюк, В. К. Оптимальный обнаружитель шумовых сигналов [Текст] / В. К. Волосюк // *Радиоэлектронні і комп'ютерні системи*. – 2014. – № 4. – С. 5 – 14.
3. Фалькович, С. Е. Оптимальный прием пространственно - временных сигналов в радиоканалах с рассеиванием [Текст] / С. Е. Фалькович, В. И. Пономорёв, Ю. В. Шварко. – М. : Радио и связь, 1989. – 296 с.
4. Dang, Xin. Noise Power Spectral Density Estimation based on Maximum a Posteriori and Generalized Gamma Distribution [Text] / Xin Dang, Takayoshi Nakai, Md. Iqbal Aziz Khan // *International Journal of Advanced Science and Technology*. – 2013. – Vol. 54. – P. 77-88.
5. Волосюк, В. К. Статистическая теория радиометрических систем дистанционного зондирования и радиолокации [Текст] / В. К. Волосюк, В. Ф. Кравченко. – М. : Физматлит. 2008. – 704 с.

*Поступила в редакцию 28.05.2015, рассмотрена на редколлегии 18.06.2015*

## ОСОБЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ ТА АНАЛІЗУ ДІАГРАМИ СПРЯМОВАНОСТІ БАГАТОКАНАЛЬНИХ РАДІОМЕТРІВ

*О. Д. Абрамов, О. В. Фатеев, Т. І. Москаленко*

У роботі наведено методи синтезу та аналізу діаграм спрямованості планарних антенних решіток радіометричних систем, як одного з факторів, необхідних для вирішення центральної для багатьох додатків завдань радіометрії. Базовою основою аналізу і синтезу, на відміну від відомих методів формування діаграми спрямованості, служить коваріаційна матриця спостереження. По-перше, наведений у роботі ілюстративний матеріал переконливо підтверджує правильність теоретичних положень. По-друге, вказує на те, що використання коваріаційної матриці спостережень багатоканальних радіометричних систем дозволяє будувати й аналізувати вид діаграм спрямованості.

**Ключові слова:** діаграма спрямованості, планарна антенна решітка, сигнальна компонента, радіометрична система.

## FEATURES FORMATION AND ANALYSIS OF THE RADIATION PATTERN MULTICHANNEL RADIOMETERS

*A. D. Abramov, A. V. Fateev, T. I. Moskalenko*

In this article presented methods of synthesis and analysis of radiation patterns of planar arrays of radiometric systems, as one of the factors necessary for the solution of the central tasks for many radiometry applications. In contrast to the known methods of beamforming, as the basis for analysis and synthesis used covariance matrix of observation. Illustrative material contained in this article clearly confirms the correctness of theoretical positions. On the other hand, it indicates that the use of the covariance matrix of observations of multichannel radiometric systems allows to model and analyze radiation patterns.

**Keywords:** radiation pattern, planar array, signal component, radiometric system.

**Абрамов Александр Дмитриевич** – канд. техн. наук, с.н.с., доцент кафедры проектирования радиотехнических систем летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

**Фатеев Александр Владимирович** – аспирант кафедры проектирования радиотехнических систем летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: fateev@ire.kharkov.ua.

**Москаленко Татьяна Игоревна** – аспирант кафедры проектирования радиотехнических систем летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.