

УДК 004.05

А.М. РОМАНКЕВИЧ, В.А. РОМАНКЕВИЧ, К.В. МОРОЗОВ

Національний технічний університет України «КПІ», Київ

ОБ ОДНОЙ GL-МОДЕЛИ СИСТЕМЫ СО СКОЛЬЗЯЩИМ РЕЗЕРВОМ

В работе рассматривается моделирование поведения отказоустойчивой многопроцессорной системы со скользящим резервом в потоке отказов. Предполагается, что система состоит из N подсистем, каждая из которых содержит n_i процессоров, причем для ее работы необходима работоспособность не менее, чем l_i из них, где i – номер подсистемы. Кроме того, в системе есть еще n_r процессоров скользящего резерва, которые произвольным образом могут быть распределены между подсистемами для восстановления их работоспособности; для работы системы требуется работоспособность всех ее подсистем. Предложен способ построения GL-модели такой системы на основе композиции базовых GL-моделей ее подсистем.

Ключевые слова: графо-логические модели, скользящий резерв, отказоустойчивые многопроцессорные системы, надежность.

Введение

В последние десятилетия все большее количество систем управления различными объектами реализуются на основе микропроцессоров. Однако, для некоторых систем, особенно, так называемых, систем критического применения, т.е. таких, неправильная работа которых угрожает жизни или здоровью людей, приводит к значительным материальным потерям, наносит серьезный ущерб экологии и т.д., ставятся повышенные требования к надежности. Естественно, эти требования распространяются и на систему управления этих объектов.

Для обеспечения отказоустойчивости таких систем управления, т.е. устойчивости системы к отказу некоторого множества ее процессоров используются различные виды избыточности (структурная, временная избыточность). Обычно такие системы реализуются в виде систем с несколькими процессорами – отказоустойчивых многопроцессорных систем (ОМС).

Для обеспечения заданного уровня надежности системы разработчику необходимо иметь инструмент, позволяющий, во-первых, рассчитывать показатели надежности разрабатываемой им ОМС, а во-вторых находить ее «узкие» места, т.е. те узлы, выход из строя которых наиболее часто приводит к выходу из строя всей системы. Для этих целей используются различные подходы, которые условно можно разделить на два класса: аналитические и статистические. Аналитические методы позволяют рассчитывать показатели надежности системы при помощи специальных формул. Они позволяют получить точный результат, однако, имеют узкое назначение: для каждого типа систем разрабатываются

свои формулы, например, предложен ряд формул для k-out-of-n систем [1,2,3]. Статистические методы позволяют рассчитывать показатели надежности системы путем анализа информации, полученной после проведения статистических экспериментов с моделью системы. Модель системы отвечает на вопрос, является ли система работоспособной при выходе из строя того или иного множества ее процессоров. Эти методы дают решение только с определенной точностью (если, конечно, не перебрать все возможные комбинации состояний процессоров), однако, является более универсальным.

GL-модели

Графо-логические модели (GL-модели) были впервые предложены в [4] и представляют собой граф переменной структуры, каждому ребру которого соответствует некоторая булева функция (реберная функция). Аргументами функции являются индикаторные переменные x_i , соответствующие состоянию каждого из процессоров системы и принимающие значение 1, если процессор исправен, и 0, если он вышел из строя. Если функция принимает значение 0, то соответствующее ей ребро исключается из графа. Связность графа соответствует работоспособности системы: нарушение связности графа соответствует потере работоспособности системы. Таким образом GL-модели позволяют моделировать поведение ОМС в потоке отказов.

ОМС, которые сохраняют свою работоспособность ровно до тех пор, пока не выйдет из строя больше, чем m любых из их n процессоров, мы будем называть базовыми системами и обозначать $K(m,n)$, то есть им соответствуют базовые $K(m,n)$

модели. В [5] предложен способ построения базовых моделей на основе циклического графа. Модели с циклическим графом имеют преимущество вследствие относительной простоты определения их связности. В [6] предложен метод, позволяющий упростить предложенные в [5] модели за счет применения операции склеивания. Такие модели будем называть 2р-моделями. Некоторые свойства этих моделей описаны в [7, 8].

К сожалению, реальные системы не всегда являются базовыми. Однако, модели таких систем часто могут быть получены из базовых путем их модификации.

Однако, возможно построение моделей систем, в принципе не являющихся базовыми, путем сочетания нескольких базовых моделей. Такими системами могут быть, например, системы, состоящие из нескольких подсистем. Одними из таких систем являются рассматриваемые далее системы со скользящим резервом.

Модель системы со скользящим резервом

Пусть ОМС состоит из нескольких подсистем. При этом есть некоторое множество процессоров, которые входят одновременно во все эти подсистемы. Эти процессоры могут произвольно распределяться между подсистемами в зависимости от состояния системы. Это множество процессоров будем называть скользящим резервом. Такой способ организации, хоть и усложняет реализацию связей между процессорами, позволяет системе быть более гибкой в случае выхода процессоров из строя.

Каждая подсистема для своей работы требует некоторого количества процессоров, это могут быть как процессоры, входящие только в нее, так и общие процессоры. Для работоспособности системы необходимо, чтобы работоспособными были все входящие в нее подсистемы. Такая система не является базовой, однако, как будет сказано ниже, ее модель может быть построена на основе нескольких базовых $K(m, n)$ моделей.

Пусть система содержит N подсистем. Рассмотрим каждую подсистему отдельно и без учета процессоров скользящего резерва. Каждая из них включает n_i процессоров, где i – номер подсистемы, и для ее работы необходимо, чтобы работали не менее l_i процессоров. Если $n_i \geq l_i$, то такая подсистема устойчива к отказу $(n_i - l_i)$ процессоров. Если же в подсистеме отказывает k_i процессоров и $k_i > (n_i - l_i)$, то из скользящего резерва необходимо выделить r_i процессоров, где:

$$r_i = k_i - (n_i - l_i). \quad (1)$$

В [8] доказано, что базовая $K(m, n)$ 2р-модель теряет на векторах с k нулями ровно l ребер, где

$$l = \begin{cases} 0, & \text{при } k < m; \\ k - m + 1, & \text{при } k \geq m. \end{cases} \quad (2)$$

Базовая $K(n_i - l_i + 1, n_i)$ 2р-модель, на векторах с k_i нулями ($k_i > (n_i - l_i)$) теряет r_i ребер, где:

$$r_i = k_i - (n_i - l_i + 1) + 1 = k_i - (n_i - l_i). \quad (3)$$

Таким образом, если в качестве входного вектора базовой $K(n_i - l_i + 1, n_i)$ 2р-модели использовать индикаторные переменные, соответствующие процессорам i -й подсистемы, она будет терять ровно столько ребер, сколько процессоров необходимо выделить подсистеме из скользящего резерва для восстановления ее работоспособности.

Если $n_i < l_i$, то подсистеме необходимо выделить из скользящего резерва как минимум $(l_i - n_i)$ процессоров, а если в ней отказывает k_i процессоров, то для поддержания работоспособного состояния системы выделить необходимо r_i процессоров, где:

$$r_i = k_i + (l_i - n_i). \quad (4)$$

Если в качестве входного вектора базовой $K(1, l_i)$ 2р-модели использовать индикаторные переменные, соответствующие процессорам i -й подсистемы, дополненные $(l_i - n_i)$ переменными, равными нулю, в случае отказа в подсистеме k_i процессоров, модель потеряет r_i ребер, где:

$$r_i = k_i + (l_i - n_i) - 1 + 1 = k_i + (l_i - n_i). \quad (5)$$

Таким образом, модель будет терять ровно столько ребер, сколько процессоров необходимо выделить подсистеме из скользящего резерва для поддержания ее работоспособности.

Предложенным выше способом можно построить соответствующие модели для каждой подсистемы. Общее количество процессоров, которые необходимо выделить всем подсистемам r_f :

$$r_f = \sum_{i=1}^N r_i. \quad (6)$$

Если скользящий резерв состоит из n_f процессоров и k_f из них вышли из строя, то система будет работоспособной тогда и только тогда, когда:

$$r_f \leq n_f - k_f, \quad (7)$$

т.е., когда количество ее работоспособных процессоров не меньше, чем количество процессоров, которые необходимо выделить всем подсистемам.

Преобразуя выражение (7):

$$(r_f + k_f) - n_f \leq 0, \quad (8)$$

приходим к следующему:

$$\left(\sum_{i=1}^N r_i + k_f \right) - n_f + 1 \leq 1. \quad (9)$$

Построим базовую $K(n_f, s)$ 2p-модель, для которой входным вектором будет конкатенация набора значений индикаторных переменных, соответствующих процессорам скользящего резерва, и значений реберных функций моделей всех подсистем, где s – длина этого вектора. В соответствии с (2) и (6), на векторах с $(r_f + k_f)$ нулями (при $r_f + k_f \geq n_f$), такая модель будет терять ровно l_f ребер, где:

$$l_f = \left(\sum_{i=1}^N r_i + k_f \right) - n_f + 1. \quad (10)$$

Эта модель будет показывать работоспособное состояние системы, если $l_f \leq 1$, что и соответствует выражению (9). Отсюда видно, что такая модель будет адекватно отображать состояние системы в потоке отказов.

Выше было сказано, что в случае, если $n_i < l_i$, в качестве части входных переменных модели подсистемы используются нулевые значения. Это приводит к появлению реберных функций, постоянно равных нулю. Для упрощения модели системы все их можно исключить из входного вектора модели, при этом соответственно изменив и параметры модели. Если количество таких нулевых функций z , то системе будет соответствовать $K(n_f - z, s - z)$ 2p-модель.

Заключение

В данной работе предложен метод построения GL-модели отказоустойчивой многопроцессорной системы, состоящей из нескольких подсистем, которые имеют общие процессоры - так называемый скользящий резерв. Эти процессоры могут быть произвольно распределены между подсистемами в зависимости от потребностей системы, благодаря чему обеспечивается работоспособность системы (т.е. всех ее подсистем) в случае выхода из строя части процессоров. Такая система не является базовой.

Построив предложенным методом модель одной подсистемы, можно убедиться, что количество теряемых ею ребер равно количеству процессоров, необходимых для восстановления работоспособно-

сти подсистемы. При этом такая модель будет базовой. Критерием работоспособности системы в целом можно считать тот факт, что суммарное количество процессоров, необходимых для восстановления работоспособности всех подсистем (количество выпавших ребер моделей всех подсистем) не превышает количества работоспособных процессоров скользящего резерва, что и представляется еще одной базовой моделью.

Таким образом, рассматриваемая система моделируется при помощи модели, состоящей из $N + 1$ базовых моделей, где N – количество подсистем.

Литература

1. Cluzeau, T. An efficient Algorithm for Computing the Reliability of Consecutive-k-Out-Of-n:F Systems [Текст] / T. Cluzeau, J. Keller, W. Schneeweiss // IEEE Transaction on Reliability. – 2008. – Vol. 57, No. 1. – P. 84 – 87.
2. Recursive Formulas for the Reliability of Multi-State Consecutive-k-out-of-n:G Systems [Текст] / H. Yamamoto, M.J. Zuo, T. Akiba, Z. Tian // IEEE Transaction on Reliability. – 2006. – Vol. 55, No. 1. – P. 98 – 104.
3. Lin, M.-S. An $O(k^2 \log(n))$ Algorithm for Computing the Reliability of Consecutive-k-out-of-n:F Systems [Текст] / M.-S. Lin // IEEE Transaction on Reliability. – 2004. – Vol. 53, No. 1. – P. 3 – 7.
4. Романкевич, О.М. До питання побудови моделі поведінки багатомодульних систем [Текст] / О.М. Романкевич, Л.Ф. Карачун, В.О. Романкевич // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 1998. – №1. – С. 38 – 40.
5. Романкевич, А.М. Графо-логические модели для анализа сложных отказоустойчивых вычислительных систем [Текст] / А.М. Романкевич, Л.Ф. Карачун, В.А. Романкевич // Электронное моделирование. – 2001. – Т.23, №1. – С. 102 – 111.
6. О минимизации базовых циклических GL-моделей [Текст] / А. Романкевич, Рабах Ал Шбул, В. Романкевич, В. Назаренко // Вісник ТУП, частина 1, Т.2 "Технічні науки". – Хмельницький. – 2004. – С. 42 – 45.
7. Романкевич, А.М. Граничные оценки числа ребер GL-моделей поведения отказоустойчивых многопроцессорных систем в потоке отказов [Текст] / А.М. Романкевич, В.А. Романкевич, И.В. Майданюк // Электронное моделирование. – 2008. – Т.30, №1. – С. 59 – 70.
8. Об одном свойстве GL-модели с минимальным количеством теряемых ребер [Текст] / И.В. Майданюк, К.В. Морозов, Е.Р. Потапова, А.В. Шурига // Науковий вісник Чернівецького університету. Серія: Комп'ютерні системи та компоненти. – 2010. – Т.1, №2. – С. 31 – 34.

Поступила в редакцію 14.02.2013, рассмотрена на редколлегии 13.03.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. каф. компьютерных систем и сетей В.С. Харченко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

ПРО ОДНУ GL-МОДЕЛЬ СИСТЕМИ З КОВЗАЮЧИМ РЕЗЕРВОМ

О.М. Романкевич, В.О. Романкевич, К.В. Морозов

В роботі розглядається моделювання поведінки відмовостійкої багатопроцесорної системи з ковзаючим резервом в потоці відмов. Передбачається, що система складається з N підсистем, кожна з яких містить n_i процесорів, а для її роботи необхідна працездатність не менш, ніж l_i з них, де i – номер підсистеми; крім того в системі є ще n_r процесорів ковзаючого резерву, які довільним чином можуть бути розподілені між підсистемами для відновлення їх працездатності; для роботи системи потрібна працездатність всіх її підсистем. Запропоновано спосіб побудови графо-логічних моделей таких систем на базі композиції базових GL-моделей її підсистем.

Ключові слова: графо-логічні моделі, ковзаючий резерв, відмовостійкі багатопроцесорні системи, надійність

ON A GL-MODEL OF THE SYSTEM WITH SLIDING REDUNDANCY

A.M. Romankevich, V.A. Romankevich, K.V. Morozov

In this paper the modeling of the behavior of a fault-tolerant multiprocessor systems with a sliding redundancy in the flow of failures is considered. It is assumed that the system consists of N subsystems, each contains n_i processors, and for its operation at least l_i processors must be operable, where i is number of subsystems, in addition, the system contains n_r processors of sliding redundancy that arbitrarily can be distributed among the subsystems to restore their operability; operation of the whole system requires the operation of all of its subsystems. The method for constructing graph-logical models of such systems based on the composition of basic GL-models of its subsystems is proposed.

Key words: graph-logical models, sliding redundancy, fault-tolerant multiprocessor systems, reliability.

Романкевич Алексей Михайлович – д-р техн. наук, проф., проф. каф. системного программирования и специализированных компьютерных систем, факультет прикладной математики, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Киев, Украина, e-mail: romankev@scs.ntu-kpi.kiev.ua,

Романкевич Виталий Алексеевич – канд. техн. наук, доц., доц. каф. системного программирования и специализированных компьютерных систем, факультет прикладной математики, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Киев, Украина, e-mail: romankev@scs.ntu-kpi.kiev.ua,

Морозов Константин Вячеславович – аспирант каф. системного программирования и специализированных компьютерных систем, факультет прикладной математики, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Киев, Украина, e-mail: mcng@ukr.net.