

УДК 004.67: 519.257

А.В. СКАТКОВ<sup>1</sup>, К.Н. МАЛОВИК<sup>2</sup>, Л.П. ЛУГОВСКАЯ<sup>1</sup>, В.С. ЛОВЯГИН<sup>1</sup><sup>1</sup> Севастопольский национальный технический университет, Севастополь, Украина<sup>2</sup> Севастопольский национальный университет ядерной энергетики и промышленности, Севастополь, Украина

## АНАЛИЗ МОЩНОСТИ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИХ КРИТЕРИЕВ ПРИ ОЦЕНИВАНИИ СОСТОЯНИЯ ОБЪЕКТОВ КРИТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ

В статье рассматривается вопрос повышения эффективности процесса мониторинга систем управления объектов критического применения, в частности, АЭС. Предлагается использование разработанного авторами программного стенда для исследования применимости и мощности непараметрических статистических критериев, а так же риски допущения ошибок первого и второго рода при использовании непараметрических критериев. В работе приведено описание четырех экспериментов, проводимых с целью определения риска совершения ошибки второго рода в условиях неоднородности выборок, и их результаты.

**Ключевые слова:** гарантоспособность компонентов АЭС, программный исследовательский стенд, непараметрические статистические критерии, риск допущения ошибки, мощность критерия.

### Введение

Одной из важнейших проблем функционирования объектов критического применения, в частности компонентов АЭС [1], является обеспечение их гарантоспособности. Под гарантоспособностью принято понимать несколько расширенное понятие надежности, содержащее следующие составляющие: безотказность, готовность, живучесть, функциональная безопасность, целостность, конфиденциальность, достоверность, обслуживаемость.

Для решения задачи синтеза гарантоспособных систем необходимо собрать и проанализировать информацию о возникших дефектах и чрезвычайных происшествиях. Процесс мониторинга и сбора статистической информации в данных условиях обладает следующими особенностями:

- дефицит информации - получение статистических данных связано с возникновением чрезвычайных ситуаций, катастроф различного масштаба;
- сложность построения систем тотального мониторинга.

Таким образом, для обеспечения гарантоспособности объектов критического применения необходимо решить ряд проблем, в том числе обеспечить повышение эффективности статистических методов анализа малых выборок.

Фактический уровень надежности и безопасности объектов критического применения и АЭС, в частности, в условиях эксплуатации предлагается определять на основе статистических методов ис-

следования. Данные методы применимы в условиях недостаточной априорной информации о воздействии внешних факторов на систему, малых объемах выборки значений наблюдаемых параметров объектов критического применения [2, 3].

Одна из основных задач заключается в оценке статистической однородности выборок. Решение этой задачи позволит оценить состояние рассматриваемого объекта критического применения, сравнить различные объекты с целью принятия решений о контроле, диагностике, необходимости проведения профилактических и/или ремонтных работ и т.п.

Для исследования эффективности статистических критериев проверки гипотез об однородности статистического материала и оценки рисков ошибочных решений при принятии гипотез разработан программно-аппаратный комплекс – исследовательский стенд.

Процесс исследования представляет собой совокупность экспериментов, позволяющих получить оценки рисков при различных сочетаниях входных параметров.

Программное обеспечение предлагаемого исследовательского стенда содержит следующие структурные составляющие:

- подсистема генерирования случайных выборок с априорно заданными параметрами, близких к реальным выборкам параметров сложных систем;
- подсистема управления комплексом;
- подсистема вычисления статистических критериев;

- подсистема логического вывода о принадлежности вычисленного критерия множеству значений принятия гипотезы;
- подсистема определения статистических оценок рисков принятия ошибочных решений и мощностей критериев.

### 1. Постановка задачи исследования применимости непараметрических статистических критериев

Одной из основных задач статистического исследования объектов критического применения является оценка статистической однородности выборок. Если выборки однородны, то считают, что они извлечены из одной и той же генеральной совокупности и, следовательно, имеют одинаковые, причем неизвестные, непрерывные функции распределения  $F_1(x)$  и  $F_2(x)$ .

При исследовании мощности воздействия внешних факторов на сложные системы предлагается сформулировать и проверять гипотезу  $H_0$ : «Вектор выходных параметров не меняет закона распределения». Таким образом, нулевая (основная) гипотеза состоит в том, что при всех значениях аргумента (обозначим его через  $x$ ) функции распределения равны между собой:  $F_1(x) = F_2(x)$ . В случае принятия гипотезы  $H_0$  следует вывод об отсутствии влияния внешних факторов или незначительности этого влияния. Конкурирующей является гипотеза  $H_1$ :  $F_1(x) \neq F_2(x)$ .

Конкурирующая гипотеза  $H_1$  принимается в случае опасного воздействия внешних факторов. В рассматриваемом случае  $H_0$  и  $H_1$  – простые, непараметрические гипотезы, т.е. полностью определяют все множество параметров распределения случайной величины и не зависят от вида распределения случайной величины.

Выдвинутая гипотеза подлежит статистической проверке, при этом в двух случаях имеют место риски допущения ошибок первого и второго родов.

Вероятность совершить ошибку первого рода  $P(H_1|H_0)$  называют уровнем значимости  $\alpha$ . Вероятность совершения ошибки второго рода  $P(H_0|H_1)$  обозначается  $\beta$ . Решение о справедливости той или иной гипотезы основывается на знании выборки случайных значений выходных параметров объема  $N$ .

Для проверки нулевой гипотезы используются непараметрические или независимые от формы распределения критерии: критерий знаков, критерий Вилкоксона, критерий Пирсона.

Мощностью критерия называют вероятность попадания критерия в критическую область при условии, что справедлива конкурирующая гипотеза. Если вероятность ошибки второго рода (принять неверную гипотезу) равна  $\beta$ , то мощность равна  $1 -$

$\beta$ . Чем мощность больше, тем вероятность ошибки второго рода меньше.

При исследовании мощности непараметрических критериев и получении оценок рисков ошибок второго рода необходимо постулировать неоднородность статистического материала. Для этого рассматриваются альтернативы статистических характеристик распределений, при которых справедлива конкурирующая гипотеза  $H_1$ . Априорная неоднородность выборок может быть задана изменением значений математических ожиданий, средних квадратических отклонений генеральных совокупностей, границ интервала, которому принадлежат возможные значения случайной величины. После рассмотрения возможных альтернатив принимается экспертная оценка условий, при которых справедлива конкурирующая гипотеза  $H_1$ :  $F_1(x) \neq F_2(x)$ .

### 2. Исследование применимости статистических непараметрических критериев для определения неоднородности двух выборок случайных величин

В реальных системах на выборки случайных величин имеет место воздействие возмущающих факторов  $z$  - возмущающее воздействие которое изменяет свойства генеральной совокупности, определяется по формуле (1).

$$z = z_1 \wedge z_2 \wedge z_3 \wedge z_4 \wedge z_5 \quad (1)$$

где  $z_1$  - неудовлетворительная рандомизация генеральной совокупности;  $z_2$  - аддитивная или мультипликативная составляющая в наблюдениях, обеспечивающая систематический сдвиг;  $z_3$  - изменение области определения генеральной совокупности;  $z_4$  - изменение числовых характеристик генеральной совокупности;  $z_5$  - изменение функции распределения генеральной совокупности.

Удобным геометрическим отображением всего множества ситуаций воздействия возмущающих факторов на плоскости можно выполнить на основе диаграммы Венна. Данная диаграмма позволяет:

- обеспечить функциональную полноту рассмотрения всех ситуаций;
- определение пограничных ситуаций, что позволит разработать рациональную стратегию проведения экспериментов;
- систематизировать полученные экспериментальные данные с точки зрения их наглядного представления в виде выделенных подмножеств на диаграмме.

Можно показать, что диаграмма Венна факторов вызывающих возмущающее воздействие на генеральную совокупность случайных чисел, получаемых с помощью предлагаемого ИПК, имеет вид, предоставленный на рис. 1.

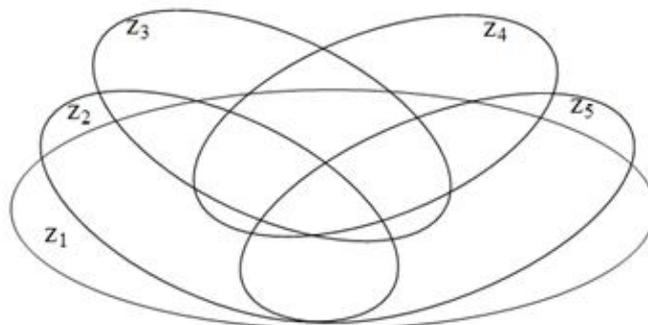


Рис. 1. Диаграмма Венна множества ситуаций воздействия возмущающих факторов на генеральную совокупность случайных величин

В данной работе рассмотрим области диаграммы Венна в которых имеет место только одна составляющая возмущающего воздействия, а именно;  $z_3$  - изменение области определения генеральной совокупности;  $z_4$  - изменение числовых характеристик генеральной совокупности.

### 3. Определение риска совершения ошибки второго рода в условиях неоднородности выборок

#### Эксперимент №1.

Проводится серия опытов проверки гипотезы о равенстве функций распределения двух выборок равного объема, извлеченных из генеральных сово-

купностей, имеющих функции распределения с отличающимися параметрами.

Число проверок в серии  $k = 50$ . Объемы выборок равны,  $N = 100$ . В каждом опыте проверяется нулевая гипотеза о равенстве функций распределения. Определяется частота  $\beta = k_2 / k$ , где  $k_2$  – число опытов в серии, в которых нулевая гипотеза не была отклонена. Выборки извлечены из генеральных совокупностей, имеющих нормальные функции распределения.

Функция распределения первой выборки имеет параметры  $m = 0,5, \sigma = 0,12$ ; параметры распределения второй выборки -  $m = 0,5 + \delta m, \sigma = 0,12$ .

Разность центров рассеяния  $\delta m$  принимает значения из диапазона  $[0; 0,09]$  с шагом 0,01 (табл. 1).

Таблица 1

Значения  $\beta$  при изменении условий нарушения однородности выборок с нормальными функциями распределения

Разность центров рассеяния функций распределения		0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
Риск $b$	критерий Вилкоксона	0,96	0,88	0,8	0,68	0,3	0,12	0,08	0,04	0	0
	критерий знаков	0,98	0,86	0,9	0,7	0,54	0,34	0,2	0,1	0	0,04

#### Эксперимент №2.

Проводятся серии экспериментов по определению вероятности принятия гипотезы  $H_1$  с помощью расчета критерия Пирсона. Число экспериментов в каждой серии  $N=50$ . Для каждой серии экспериментов определяется вероятность  $P(H_1|H_1)$  и вероятность  $P(H_0|H_1)$ .  $P(H_0|H_1)$  – вероятность допущения

ошибок второго рода. В ходе исследования будут генерировать выборки случайных величин, объем которых  $n=15$ .

Случайные величины распределены согласно нормальному закону распределения с параметрами  $\sigma^2=0,1$ ; параметр  $m$  смещается на величину  $\Delta m \in [-0,25,0,25]$  (табл. 2 – 4)

Таблица 2

Значения вероятностей  $P(H_0|H_1), P(H_1|H_1)$  в зависимости от смещения параметра  $m$  нормального закона распределения, параметр  $\sigma^2=0,1$

Смещение $\Delta m$	-0,25	-0,2	-0,15	-0,1	-0,05	0	0,05	0,1	0,15	0,2
$P(H_0 H_1)$	0,06	0,04	0,32	0,46	0,86	0,96	0,96	0,58	0,08	0
$P(H_1 H_1)$	0,94	0,96	0,68	0,54	0,14	0,04	0,04	0,42	0,92	1

Таблица 3

Значения вероятностей  $P(H_0|H_1)$ ,  $P(H_1|H_1)$  в зависимости от смещения параметра  $m$  нормального закона распределения, параметр  $\sigma^2=0,1$  (детализированная таблица для участка  $[-0.25,-0.15]$ )

Смещение $\Delta m$	-0,25	-0,24	-0,23	-0,22	-0,21	-0,2	-0,19	-0,18	-0,17	-0,16	-0,15
$P(H_0 H_1)$	0,06	0,04	0,06	0,06	0,04	0,04	0,14	0,12	0,36	0,24	0,32
$P(H_1 H_1)$	0,94	0,96	0,94	0,94	0,96	0,96	0,86	0,88	0,64	0,76	0,68

Таблица 4

Значения вероятностей  $P(H_0|H_1)$ ,  $P(H_1|H_1)$  в зависимости от смещения параметра  $m$  нормального закона распределения, параметр  $\sigma^2=0,1$  (детализированная таблица для участка  $[-0.25,-0.15]$ )

Смещение $\Delta m$	0,1	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15	0,16	0,17	0,18	0,19	0,2
$P(H_0 H_1)$	0,58	0,48	0,28	0,2	0,04	0,08	0	0,02	0	0	0
$P(H_1 H_1)$	0,42	0,52	0,72	0,8	0,96	0,92	1	0,98	1	1	1

### Эксперимент №3.

Проводится серия опытов проверки гипотезы о равенстве функций распределения двух выборок равного объема, извлеченных из генеральных совокупностей, имеющих функции распределения с отличающимися параметрами.

Число проверок в серии  $k=50$ . Объемы выборок равны,  $N=100$ . В каждом опыте проверяется нулевая гипотеза о равенстве функций распределения. Определяется частота  $\beta = \frac{k_2}{k}$ , где  $k_2$  – число

опытов в серии, в которых нулевая гипотеза не была отклонена.

Выборки извлечены из генеральных совокупностей, имеющих равномерные функции распределения.

Функция распределения первой выборки имеет параметры  $a=0$ ,  $b=1$ ; параметры распределения второй выборки -  $a=0$ ,  $b=1+\delta b$ .

Разность правых границ интервалов распределения  $\delta b$  принимает значения из диапазона  $[0; 0,9]$  с шагом 0,1.

Таблица 5

Значения  $\beta$  при изменении условий нарушения однородности выборок с равномерной функцией распределения

Разность правых границ интервалов распределения		0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
Риск $\beta$	критерий Вилкоксона	0,98	0,9	0,42	0,18	0,06	0,04	0	0	0	0
	критерий знаков	0,96	0,88	0,62	0,44	0,18	0,1	0,04	0	0	0

## 4. Анализ экспериментальных данных

Использование программного исследовательского стенда позволило определить области значений некоторых составляющих помехи  $z$ , нахождение которых возможно с помощью непараметрических статистических критериев.

Результаты экспериментов №1 и №3 используются при экспертном анализе условий неоднородности выборок и постулировании конкурирующей гипотезы  $H_1: F_1(x) \neq F_2(x)$  для получения оценки ошибки второго рода в случаях, когда гипотеза  $H_1$  верна.

Альтернативы значений параметров распределений, соответствующие уровню ошибки второго рода, не превышающему значение 0,04, используются для получения неоднородных выборок.

Результаты эксперимента №2 демонстрируют способность критерия Пирсона распознавать сме-

щение математического ожидания выборок случайных величин, а так же выделить области с допустимым значением риска совершения ошибки второго рода не более чем 0,05.

Эксперимент №4 показал способность критерия Пирсона наблюдать систематический сдвиг в выборках случайных величин распределенных согласно равномерному закону распределения. Однако значение смещения должно быть крайне большим, для его определения с допустимым риском совершения ошибки второго рода.

## Выводы

Исследования приведенные в данной статье позволяют делать выводы о применимости тех или иных статистических критериев в области обеспечения гарантоспособности компонентов объектов критического применения, в том числе АЭС.

Разработанный программный комплекс – исследовательский стенд, позволяет проводить обширные исследования применимости различных статистических критериев в условиях функционирования того или иного объекта критического применения за счет гибкого интерфейса получения входящих данных и возможности проведения обширных исследований в сравнительно небольшие временные интервалы.

В качестве дальнейшего развитие данной темы предлагается совместное исследование параметрических и непараметрических критериев, а также исследование способности непараметрических критериев определить другие составляющие возмущающего воздействия  $z$ , и сочетаний составляющих.

## Литература

1. Ястребенецкий, М.А. Оценка уровня безопасности информационных и управляющих систем АЭС [Текст] / М.А. Ястребенецкий, В.В. Инюшев, О.Н. Бутова // Радиоэлектронные и компьютерные системы. – 2008. – №8 (27). – С. 96-103.
2. Демаков, И.П. Статистический анализатор малого числа наблюдений [Текст] / И.П. Демаков. – Л.: 1973. – 27 с.
3. Лемешек, Б.Ю. О распределениях статистик непараметрических критериев согласия при оценивании по выборкам параметров наблюдаемых законов [Текст] / Б.Ю. Лемешек, С.Н. Постовалов // Заводская лаборатория. – 1998. – Т. 64. № 3. – С. 61 – 72.

Поступила в редакцию 20.01.2012

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., зав. отделом В.А. Гайский, МГИ НАН Украины, Севастополь, Украина.

### АНАЛІЗ ПОТУЖНОСТІ НЕПАРАМЕТРИЧНИХ КРИТЕРІЇВ ПРИ ОЦІНЮВАННІ СТАНУ ОБ'ЄКТІВ КРИТИЧНОГО ЗАСТОСУВАННЯ

*О.В. Скатков, К.М. Маловік, Л.П. Луговська, В.С. Ловягін*

У статті розглядається питання підвищення ефективності процесу моніторингу систем управління об'єктів критичного застосування, зокрема, АЕС. Пропонується використання розробленого авторами програмного стенда для дослідження застосовності і потужності непараметричних статистичних критеріїв, а так само ризиків допущення помилок першого і другого роду при використанні непараметричних критеріїв. В роботі наведено опис чотирьох експериментів, проведених з метою визначення ризику здійснення помилки в умовах неоднорідності вибірки, та проаналізовано їх результати.

**Ключові слова:** гарантоздатність компонентів АЕС, програмний дослідний стенд, непараметричні статистичні критерії, ризик допущення помилки, потужність критерію.

### ANALYSIS OF NONPARAMETRIC TESTS POWER WHILE ASSESSMENT OF STATE CRITICAL USING OBJECTS

*A.V. Skatkov, K.N. Malovik, L.P. Lugovskaya, V.S. Loviahin*

The paper deals with the issue of increasing of critical infrastructure management systems monitoring effectiveness, particularly NPP. Using of developed by authors software workbench is proposed for examining of applicability and power of nonparametric statistical tests, and in the same way the risks of making errors of the first and the second types during the exploitation of nonparametric tests. The description of four experiments, which were carried out in order to obtain the value of risk of making error under presence of heterogeneous sample, and their results are analyzed in the paper.

**Keywords:** dependability of NPP components, software researching workbench, nonparametric tests, risk of errors of first and second type, power of test.

**Скатков Александр Владимирович** – д-р техн. наук, профессор, зав. каф. «Кибернетики и Вычислительной техники» Севастопольского национального технического университета, Севастополь, Украина.

**Маловик Константин Николаевич** – канд. техн. наук, доцент, декан факультета МиМСК, директор центра СМ Севастопольского национального университета ядерной энергетики и промышленности, Севастополь, Украина.

**Луговская Людмила Петровна** – старший преподаватель кафедры «Кибернетики и Вычислительной Техники» Севастопольского национального технического университета, Севастополь, Украина.

**Ловягин Вячеслав Сергеевич** – аспирант кафедры «Кибернетики и Вычислительной Техники» Севастопольского национального технического университета, Севастополь, Украина, e-mail: lovyagin88@gmail.com