

УДК 338.26: 519.85

В.М. ВАРТАНЯН, Д.С. РЕВЕНКО

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина***МОДЕЛЬ, МЕТОД И ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ СРЕДСТВА ИНТЕРВАЛЬНОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО СГЛАЖИВАНИЯ ДЛЯ СЛУЧАЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ДАННЫХ**

*В статье предложена модель, метод и инструментальные средства интервального прогнозирования на основе экспоненциального сглаживания для случая неопределенности исходных данных. Интервальная модель экспоненциального сглаживания является гибридной моделью простого экспоненциального скользящего среднего и операций интервальной алгебры. В качестве инструментального средства реализации вычислений и визуализации полученных прогнозных данных использован пакет компьютерной алгебры Maple 11 и библиотека для интервальных вычислений *intraX*.*

**Ключевые слова:** прогнозирование, экспоненциальное сглаживание, интервальный анализ, краткосрочное и среднесрочное прогнозирование, неопределенность.

**Введение**

В последнее время специалисты все больше уделяют внимание проблемам надежности и адекватности прогнозирования экономических, социальных и производственных систем.

Практика показывает, что прогнозирование достаточно сложно. Иногда прогноз основывается на хорошо изученных закономерностях и осуществляется наверняка. Однако в социально-экономической области обычно не удается дать однозначный обоснованный прогноз. Причины – неопределенности в различных аспектах производственной и экономической ситуации.

В условиях нестохастической неопределенности данных для выполнения расчетов в настоящее время разработана теоретическая основа для обработки такой информации – так называемые *интервальные числа*, которые учитывают эту неопределенность. Результатом таких расчетов будут интервалы, в которых могут находиться итоги вычислений. Применение интервальных вычислений имеет преимущество перед детерминированными или вероятностными методами вычислений – не требуется знание вероятностных характеристик факторов, которые на практике редко бывают точно известными. Фактически вместо них используются их статистические оценки, в этом случае требуется кроме положения центра рассеивания указывать двусторонние границы получаемых результатов.

Представление прогнозных моделей в качестве интервальных данных является одним из подходов к решению задач, связанных с прогнозированием

процессов, имеющих неопределенность исходных данных.

**Анализ последних исследований и публикаций**

Одним из наиболее эффективных методов краткосрочного и среднесрочного прогнозирования спроса является прогнозирование на основе экспоненциального сглаживания. Почти все эффективные методы краткосрочного прогнозирования основываются на экспоненциальном сглаживании. Исторически метод был открыт Р. Брауном в 1956 [1]. Также основные доработки в теорию моделирования на основе экспоненциального прогнозирования были привнесены К. Льюисом. Что же касается интервальной алгебры и анализа, то современное состояние теории интервального анализа можно оценить по работам С.П. Шарого, А.В. Лакеева, Е. Каухера, А. Ноймайера, Р.Е. Мура [2]. Предлагаемые интервальные подходы и методы нашли применение в областях слежения, управления и стабилизации систем, транспортных задачах, финансовом анализе и инвестировании, управлении запасами, эконометрике и др.

Анализ последних публикаций в области прогнозирования с учетом интервальной неопределенности исходных данных дает основания полагать, что на данный момент нет единой концепции и общего представления данного метода, что и создает основу для актуальности исследования данной тематики.

## Формулирование цели

Целью данной статьи является моделирование и создание единой методики прогнозирования по краткосрочным временным рядам с интервальной неопределенностью на основе экспоненциального сглаживания. А также предложить инструментальные средства автоматизации вычислений и визуализации данных прогнозирования.

### 1. Теоретическая часть исследования, моделирование

Преимущество метода экспоненциального сглаживания при краткосрочном прогнозировании состоит, главным образом, в том, что он достаточно прост и удобен в использовании по сравнению с другими методами. Кроме того, экспоненциальное сглаживание обеспечивает быстрое реагирование прогноза на все события, происходящие на протяжении определенного периода, что позволяет построить т. н. «адаптивную прогнозную модель» (возможность учета весов исходной информации). Такая модель значительно лучше учитывает случайную колеблемость функции, чем например, трендовая модель. Тем не менее, прогнозирование спроса методом экспоненциального сглаживания будет более точным, если факторы, определяющие спрос, не подвержены резким колебаниям.

Простая модель экспоненциального сглаживания имеет следующий вид:

$$F_t = \alpha \cdot A_{t-1} + \sum_{i=1}^{t-2} \alpha \cdot (1-\alpha)^i \cdot A_{t-(i+1)}, \quad (1)$$

где  $F_t$  – прогноз;

$\alpha$  – вес или константа сглаживания ( $0 < \alpha < 1$ );

$A_{t-(i+1)}$  – текущие показатели прошлого периода.

В ходе проведения маркетинговых исследований с целью прогнозирования тенденций развития бизнес-процессов возникают ситуации, когда не представляется возможным точное определение численных значений показателей составляющих временной ряд. Это может быть вызвано различными статистическими оценками, предоставляемых экспертами в открытых источниках, отсутствием строгих границ, определяющих содержание тех или иных показателей исследуемых процессов. Таким образом, некоторое или все значения временного ряда могут быть представлены двумя числами, определяющими нижнее и верхнее значение показателя. Следует отметить, что вероятностные характеристики

распределения внутри интервала, как правило, неизвестны и любое возможное значение параметра в нем следует считать равновероятным.

Для получения необходимого решения предлагается использовать математический аппарат интервальных вычислений. Обозначим  $[x] = [\underline{x}, \bar{x}]$  – интервальное число, где  $\underline{x} < x < \bar{x}$ , тогда модель экспоненциального сглаживания можно представить следующим выражением:

$$[F_t, \bar{F}_t] = [\underline{\alpha}, \bar{\alpha}] \cdot [A_{t-1}, \bar{A}_{t-1}] + \sum_{i=1}^{t-2} [\underline{\alpha}, \bar{\alpha}] \cdot (1 - [\underline{\alpha}, \bar{\alpha}])^i \cdot [A_{t-(i+1)}, \bar{A}_{t-(i+1)}], \quad (2)$$

В связи с этим возникают определенные затруднения в использовании методики интервального прогнозирования с использованием популярной модели экспоненциального сглаживания, потому что интервальная алгебра имеют свою специфику при проведении математических вычислений:

$$X + Y = [\underline{x} + \underline{y}, \bar{x} + \bar{y}], \quad (3)$$

$$X - Y = [\underline{x} - \underline{y}, \bar{x} - \bar{y}], \quad (4)$$

$$X \cdot Y = [\min\{\underline{x} \cdot \underline{y}, \underline{x} \cdot \bar{y}, \bar{x} \cdot \underline{y}, \bar{x} \cdot \bar{y}\}, \max\{\underline{x} \cdot \underline{y}, \underline{x} \cdot \bar{y}, \bar{x} \cdot \underline{y}, \bar{x} \cdot \bar{y}\}], \quad (5)$$

$$X/Y = [\min\{\underline{x}/\underline{y}, \underline{x}/\bar{y}, \bar{x}/\underline{y}, \bar{x}/\bar{y}\}, \max\{\underline{x}/\underline{y}, \underline{x}/\bar{y}, \bar{x}/\underline{y}, \bar{x}/\bar{y}\}], \quad (6)$$

$$c \cdot X = \begin{cases} [c \cdot \underline{x}, c \cdot \bar{x}], & \text{если } c \geq 0, \\ [c \cdot \bar{x}, c \cdot \underline{x}], & \text{если } c < 0, \end{cases} \quad c \in \mathbb{R}, \quad (7)$$

$$X^2 = \begin{cases} [\min\{\underline{x}^2, \bar{x}^2\}, \max\{\underline{x}^2, \bar{x}^2\}] & \text{если } \underline{x} \cdot \bar{x} > 0, \\ [0, \max\{\underline{x}^2, \bar{x}^2\}] & \text{если } \underline{x} \cdot \bar{x} < 0, \end{cases} \quad (8)$$

где  $X$  и  $Y$  интервалы, представленные границами  $[\underline{x}, \bar{x}]$ ,  $[\underline{y}, \bar{y}]$  соответственно.

Одной из проблем использования метода экспоненциального сглаживания является выбор значения константы сглаживания  $\alpha$ . Эмпирические исследования показали, что нахождение константы сглаживания путем решения обратных полиномиальных уравнений дает неадекватные прогнозные данные и «расширение» прогнозного интервала. Поэтому, представляет интерес решить задачу нахождения адекватного  $\alpha$ , путем оценивания лучшего параметра значения  $\alpha$  с помощью «поиска на сетке» (метод предложен К. Льюисом) [3]. Возможные параметры разбиваются сеткой с определенным шагом. Например, рассматривается сетка значений от  $\alpha = 0,1$  до  $\alpha = 0,9$ , с шагом 0,1. Затем выбираем  $\alpha$ , для которой сумма модулей границ интервала средней ошибки аппроксимации ближе к нулю:

$$\varepsilon = |\underline{E}| + |\overline{E}|, \quad (9)$$

где  $\underline{E}$ ,  $\overline{E}$  – нижняя и верхняя граница интервального показателя средней ошибки аппроксимации, которую можно вычислить следующим образом:

$$E = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{Y_i - Y_t}{Y_t}, \quad (10)$$

где  $Y_i$  – исходный ряд;  $Y_t$  – теоретический ряд, полученный путем прогнозирования;  $n$  – число наблюдений.

Для удобства представления результатов, полученные данные сводятся в таблицу «поиска по сетке»:

Таблица 1

Сводная матрица средних ошибок аппроксимации прогноза полученная методом «поиск по сетке»

		Нижняя граница								
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
Верхняя граница	0,1	■								
	0,2	■	■							
	0,3	■	■	■						
	0,4	■	■	■	■					
	0,5	■	■	■	■	■				
	0,6	■	■	■	■	■	■			
	0,7	■	■	■	■	■	■	■		
	0,8	■	■	■	■	■	■	■	■	
	0,9	■	■	■	■	■	■	■	■	■

На основе полученного наилучшего результата, суммы модулей границ интервала средней ошибки аппроксимации, выбираем соответствующий ей интервал  $\alpha$  и строим прогноз.

## 2. Методика построения интервального прогноза

Определение интервала для прогнозируемой величины и сам процесс прогнозирования можно сделать вполне выполнимой задачей, если воспользоваться предлагаемой ниже методикой. Эта методика отличается прагматичностью: она проста в реализации.

1. Определение реально возможного диапазона значений прогнозируемой величины по периодам. На данном этапе получаем обобщенные экспертные оценки группы экспертов. Каждый специалист выдает оценку «своего» участка проблемной сети в виде интервала. Реальный возможный диапазон (РВД) – полный интервал реально возможных значений, в котором с практически 100%-й вероятностью (наверняка) окажется, по мнению эксперта, соответствующая характеристика. Эксперт

для этого определяет экстремальные значения показателя (нижнюю и верхнюю границу) исходя из крайних сценариев развития исследуемого объекта.

2. Наложение интервальных границ на модель простого экспоненциального сглаживания.

3. Выбор наилучшего коэффициента сглаживания, на основании адаптивного решения задачи подбора параметра (метод «поиск по сетке»).

4. Прогнозирование на основании полученной гибридной модели интервального экспоненциального сглаживания и наилучшего параметра  $\alpha$ .

5. Визуализация и интерпретация полученного прогноза.

## 3. Инструментальные средства реализации вычислений и визуализации полученных данных

В качестве инструментального средства реализации вычислений и визуализации данных был использован интегрированный пакет компьютерной математики *Maple11* и библиотека для интервальных вычислений *intrapkX*. Библиотека *intrapkX* специально и независимо была разработана группой немецких ученых из университета Вупперталя, профессорами Ф. Крамером и Ф. Хофшустером [4].

Таблица 2

Элементарные операции интервальных вычислений в интегрированном пакете компьютерной математики Maple 11

Операция	Интерпретация в Maple
$X + Y$	$X \& + Y$
$X - Y$	$X \& - Y$
$X \cdot Y$	$X \& * Y$
$X / Y$	$X \& / Y$
$X^Y$	$X \& ** Y$

В качестве исходного ряда была дана экспертная оценка объема рынка непродовольственного ритейла в Украине за 2003 – 2008 года.

Таблица 3

Объем рынка непродовольственного ритейла Украины в 2003-2008 гг., в млрд. грн.

Годы	2003	2004	2005	2006	2007	2008
$\overline{A}_i$	147	163	179	192	205	210
$\underline{A}_i$	100	120	125	140	158	167

Все вычисления проводились на основании предложенной методики интервального прогнозирования на основании модели экспоненциального сглаживания.

Составление матрицы средних ошибок аппроксимации прогноза показала, что наилучший параметр  $\alpha$  равен  $[0,9; 0,9]$ . На основании этого получен прогноз на 2009 год, который равен  $[165,90; 209,36]$ . Результат был визуализирован с помощью встроенной функции PLOT. Результат визуализации приведен ниже.

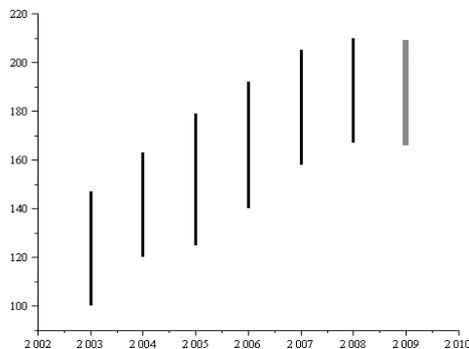


Рис. 1. График исходного ряда и прогнозной величины

### Выводы

В статье рассмотрены теоретические и практические аспекты интервального прогнозирования на основе модели простого экспоненциального сглаживания. Данная модель, методика и инструментальные

средства могут быть использованы для прогнозирования краткосрочных процессов с интервальной неопределенностью.

В дальнейшем представляет интерес усовершенствование интервальной модели до вида моделей экспоненциального сглаживания «Холта-Уинтерса» и «Бокса-Дженкинса», которые дают возможность прогнозировать в условиях возрастающего или убывающего тренда и присутствия сезонности.

### Литература

1. Brown R.G. *The fundamental theorem of exponential smoothing* / R.G Brown, R.F. Meyer // *Operation research*. – 1961. – vol 9. – № 5. – P. 178.
2. *Прикладной интервальный анализ* / Л. Жолтен, М. Кифер, О. Дидри, Э. Вальтер. – М.: Институт компьютерных исследований, 2007. – 468 с.
3. Льюис К. *Методы прогнозирования экономических показателей*. / К. Льюис – М.: Финансы и статистика, 1986. – 364 с.
4. Kramer W. *Interval calculus in Maple: the extension intpakX, to the package intpakX, of the share-library / W.Kramer, I. Geulig – Bergische University, 2001. – P. 43.*

Поступила в редакцию 15.01.2009.

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой программной инженерии И.Б. Туркин, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина

### МОДЕЛЬ, МЕТОД ТА ІНСТРУМЕНТАЛЬНІ ЗАСОБИ ІНТЕРВАЛЬНОГО ПРОГНОЗУВАННЯ НА ОСНОВІ ЕКСПОНЕНЦІЙНОГО СГЛАДЖУВАННЯ ДЛЯ ВИПАДКУ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ДАНИХ

*В.М. Вартамян, Д.С. Ревенко*

В статті запропонована модель, метод та інструментальні засоби інтервального прогнозування на основі експоненційного згладжування для випадку невизначеності вхідних даних. Інтервальна модель експоненційного згладжування є гібридною моделлю простого експоненційного ковзкого середнього та операцій інтервальної алгебри. В якості інструментального засобу реалізації розрахунків та візуалізації одержаних даних був використаний пакет комп'ютерної алгебри Maple 11 і бібліотека для інтервальних розрахунків intpakX.

**Ключові слова:** прогнозування, експоненційне згладжування, інтервальный аналіз, короткострокове та середньострокове прогнозування, невизначеність.

### MODEL, METHOD AND TOOL MEANS OF INTERVAL FORECASTING ON A BASIS EXPONENTIAL SMOOTHINGS FOR A CASE OF UNCERTAINTY DATA

*V.M. Vartanyan, D.S. Revenko*

Article provides model, method and tools of interval forecasting basing on the exponential smoothings for a case of initial data uncertainty. The interval model exponential smoothings is a hybrid model of a method simple exponential a sliding average and operations of interval algebra. As implement tool of calculations and visualization received forecasting data is used the package of computer algebra Maple 11 and library for interval calculations intpakX.

**Keywords:** forecasting, exponential smoothing, the interval analysis, a short-term time number, uncertainty.

**Вартамян Василий Михайлович** – д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой экономико-математического моделирования, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: vartanyan\_vm@ukr.net.

**Ревенко Даниил Сергеевич** – аспирант кафедры экономико-математического моделирования, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: revenko\_dan@ukr.net.