

УДК 517.2

Л.О. КИРИЧЕНКО, Ж.В. ДЕЙНЕКО

Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Украина

**ОЦЕНИВАНИЕ САМОПОДОБИЯ СТОХАСТИЧЕСКОГО ВРЕМЕННОГО РЯДА
МЕТОДОМ ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗА**

Представлены основы вейвлет-преобразования – аппарата, который хорошо приспособлен для изучения временных рядов, обладающих фрактальными свойствами. Проведен сравнительный анализ оценивания показателя Хёрста методами, основанными на дискретном вейвлет-разложении. В качестве математической модели использовалось фрактальное броуновское движение. Исследовалась зависимость параметров оценок от выбора материнского вейвлета. Численно исследованы статистические характеристики оценок показателя Хёрста, распределения вероятностей, коэффициенты корреляции между оценками.

Ключевые слова: самоподобие, оценка показателя Хёрста, вейвлет-анализ, детализирующие коэффициенты, базисные вейвлеты.

Введение

В последнее время в литературе, посвященной исследованиям временных рядов, большое внимание уделяется новым методам обработки данных, ориентированным на использование компьютерных и информационных технологий. Эти методы позволяют выявлять закономерности в динамике систем на фоне случайностей, скрытые корреляции и непериодические циклы, делать обоснованные выводы и прогнозы. Многие временные ряды, порождаемые информационными потоками, обладают фрактальными свойствами и могут рассматриваться как стохастические фракталы [1 – 3]. Этот подход расширяет область применения теории фракталов на процессы, динамика которых описывается средствами теории случайных процессов.

Стохастический процесс $X(t)$ является статистически самоподобным, если процесс $a^{-H}X(at)$ обладает теми же статистическими характеристиками второго порядка, что и $X(t)$. Показатель Хёрста (параметр H) имеет чрезвычайно важное значение в теории самоподобных процессов, так как является индикатором самоподобия случайного процесса и характеризует свойство долгосрочной зависимости. Долгосрочная зависимость означает медленное (гиперболическое) убывание во времени автокорреляционной функции случайного процесса. Показатель Хёрста H принимает значения от 0 до 1 и позволяет провести различие между случайными процессами с независимыми приращениями ($H = 0,5$), со статистически зависимыми значениями, обнаруживающими так называемое персистентное (поддерживающее) поведение ($H > 0,5$), и со статистически зависимыми значениями, показывающими ангипер-

систентное поведение ($H < 0,5$).

Известны различные статистические методы оценки самоподобия (показателя Хёрста H) случайных процессов. На практике широко применяется R/S анализ, основанный на эвристическом подходе, метод дисперсии агрегированного ряда и многие другие [4]. В последнее десятилетие для изучения структуры и выявления локальных особенностей временных рядов в качестве эффективного метода прогнозно-аналитических исследований рассматривается фрактальный анализ временных рядов, использующий вейвлет-анализ [5 – 7].

Целью данной работы является вычисление показателя Хёрста H по модельным фрактальным временным рядам и сравнительный анализ статистических характеристик оценок, полученных методами, использующими дискретное вейвлет-преобразование. В одном из них используется методика, предложенная Р. Абру в [8], а второй метод реализован в математическом пакете Matlab по методике М. Мисити, Y. Мисити [9]. В качестве модельного случайного процесса, обладающего фрактальными свойствами, был выбран процесс фрактального броуновского движения, реализованный на различных моделях – R. Voss [1, 10] и F. Sellan, Y. Meyer [11 – 13].

1. Краткие сведения из вейвлет-анализа

Вейвлет-анализ является частотно-пространственным анализом сигналов. Идея применения вейвлетов заключается в том, что разложение сигнала $X(t)$ производится по базису, образованному сдвигами и разномасштабными копиями базисной (материнской) функции-прототипа $\psi(t)$, (то есть вейвлет-преобразование по своей сути является

фрактальным). Базисные функции $\psi(t)$ называются вейвлетами, если они определены на пространстве комплекснозначных функций с ограниченной энергией, колеблются вокруг оси абсцисс, быстро сходятся к нулю и удовлетворяют условию

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0. \quad (1)$$

Существует непрерывная и дискретная форма вейвлет-преобразования. Непрерывное вейвлет-преобразование представляет собой разложение сигнала по всем возможным сдвигам и сжатию/растяжению некоторой функции – вейвлета:

$$C(a,b) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)\psi(a,b,t)dt, \quad a,b \in \mathbb{R}, \quad a \neq 0, \quad (2)$$

где вейвлеты $\psi(a,b,t)$ – масштабированные и сдвинутые копии порождающего вейвлета $\psi(t)$. При этом переменная 'a' определяет масштаб вейвлета и эквивалентна частоте в преобразованиях Фурье, а переменная 'b' – сдвиг вейвлета по сигналу от начальной точки в области его определения, шкала которого полностью повторяет временную шкалу анализируемого сигнала.

Дискретное вейвлет-преобразование (ДВП) обеспечивает достаточно информации, как для анализа сигнала, так и для его синтеза, являясь вместе с тем экономным по числу операций и по требуемой памяти. ДВП оперирует с дискретными значениями параметров a и b , которые задаются, как правило, в виде степенных функций:

$$a = 2^{-j}, \quad b = k \cdot 2^{-j}, \quad j,k \in \mathbb{Z},$$

где $\mathbb{Z}$ – пространство целых чисел;

j – параметр масштаба;

k – параметр сдвига.

Основная трудность построения ДВП заключается в том, что формулы для дискретного преобразования нельзя получить просто дискретизацией соответствующих формул непрерывного преобразования. Однако удалось найти метод, позволяющий построить серию ортогональных вейвлетов, каждый из которых определяется конечным числом коэффициентов, благодаря чему стало возможным построить алгоритм, реализующий быстрое вейвлет-преобразование на дискретных данных.

Одна из основополагающих идей ДВП сигналов заключается в разбиении исследуемого сигнала на две составляющие – аппроксимирующую и детализирующую – с последующим их дроблением с целью изменения уровня декомпозиции сигнала. Это возможно как во временной, так и в частотной областях представления сигналов.

Число практически использованных вейвлетов

по масштабному коэффициенту j задает уровень декомпозиции сигнала. Обычно при обработке выборки $X(t)$ объема N вейвлет-анализ выполняется путем разложения выборки на функции детализации различного масштаба с максимальным значением $J_{\max} = [\log_2 N]$; где операция $[\]$ обозначает взятие целой части. Значение индекса масштаба $j=0$ соответствует случаю максимального разрешения – самой точной аппроксимации, которая равна исходному ряду $X(t)$, состоящему из $n_0 = 2^{J_{\max}}$ отсчетов. С увеличением j ($0 < j \leq J_{\max}$) происходит переход к более грубому разрешению.

Дискретные вейвлеты используются, как правило, в паре со связанными с ними дискретными скейлинг-функциями $\phi_{j,k}(t)$. Скейлинг-функции имеют с вейвлетами-функциями общую область задания и определенное соотношение между значениями (формой) вейвлета. В соответствии с дискретным вейвлет-преобразованием временной ряд $X(t)$ представляется набором коэффициентов – детализирующих и низкоуровневых аппроксимирующих:

$$\begin{aligned} X(t) &= \text{approx}_J(t) + \sum_{j=1}^{J_{\max}} \text{detail}_j(t) = \\ &= \sum_k a_{j,k} \phi_{j,k}(t) + \sum_{j=1}^{J_{\max}} \sum_k d_{j,k} \psi_{j,k}(t). \end{aligned} \quad (3)$$

При заданных материнском вейвлете $\psi(t)$ и соответствующей скейлинг-функции $\phi(t)$ аппроксимирующие коэффициенты $a_{j,k}$ и детализирующие коэффициенты $d_{j,k}$ ДВП для процесса $X(t)$ определяются следующим образом:

$$a_{j,k} = \int_{-\infty}^{\infty} X(t) \phi_{j,k}(t) dt, \quad d_{j,k} = \int_{-\infty}^{\infty} X(t) \psi_{j,k}(t) dt, \quad (4)$$

где $\phi_{j,k} = 2^{-j/2} \phi(2^{-j}t - k)$,

$$\psi_{j,k} = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - k).$$

ДВП позволяет получить хорошее разрешение по времени (плохое по частоте) на высоких частотах и хорошее разрешение по частоте (плохое по времени) на низких частотах.

2. Оценивание показателя Хёрста с помощью вейвлет-преобразования

Для дискретного вейвлет-преобразования стационарного в широком смысле процесса $X(t)$, ($t = 1, 2, \dots, n$) детализирующие вейвлет-коэффициенты $d_{j,k}$ на масштабном уровне j опре-

деляются следующим образом:

$$d_{j,k} = 2^{j/2} \sum_{i=1}^{n_j} X_i \psi_0(2^{-j}n - k), \quad (5)$$

где $n_j = 2^{-j}n$ – число вейвлет-коэффициентов на уровне j , ψ_0 – базисный вейвлет.

Для оценивания показателя Хёрста в прикладных исследованиях наиболее часто используется метод Abry, изложенный в [8]. Основу данного метода составляет положение о том, что изменение средних значений квадратов модулей вейвлет-

коэффициентов ДВП $\mu_j = \frac{1}{n_j} \sum_{k=1}^{n_j} |d_{j,k}|^2$ подчиняется скейлинговому отношению:

$$\mu_j \sim 2^{(2H-1)j}, \quad (6)$$

где H – показатель Хёрста.

Данное соотношение представляет возможный способ оценки показателя Хёрста:

$$\log_2 \mu_j = \log_2 \left(\frac{1}{n_j} \sum_{k=1}^{n_j} |d_{j,k}|^2 \right) \sim (2H-1)j + c, \quad (7)$$

где $c = \text{const}$.

Из данной формулы следует, что при долговременной зависимости числового ряда с показателем Хёрста H , график зависимости $\log_2(\mu_j)$ от j имеет тангенс угла наклона $2H-1$, который может быть получен путем оценки наклона графика функции $\log_2(\mu_j)$ от j .

Другой метод расчета параметра Хёрста (метод Misiti), использующий ортогональные вейвлеты и реализованный в математическом пакете MatLab [9], основан на скейлинговом соотношении между дисперсией детализирующих коэффициентов одного уровня:

$$D_j \sim \sigma^2 2^{j\gamma}, \quad (8)$$

где $\gamma = 2H+1$, j – уровень детализации, σ^2 – константа, не зависящая от j .

Логарифмируя обе стороны данного отношения, получаем, что для временного ряда с параметром Хёрста H прямая, аппроксимирующая зависимость $\log_2(D_j)$ от j , имеет тангенс угла наклона $2H+1$.

3. Моделирование фрактального броуновского движения

Одной из наиболее известных и простых (и, как следствие, наиболее привлекательных) моделей сто-

хастической динамики, обладающей фрактальными свойствами, является фрактальное броуновское движение (ФБД).

Гауссовский процесс $X(t)$ называется фрактальным броуновским движением с параметром H , $0 < H < 1$, если приращения случайного процесса $\Delta X(\tau) = X(t+\tau) - X(t)$ имеют гауссовское распределение вида

$$P(\Delta X < x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0\tau^H} \cdot \int_{-\infty}^x \text{Exp} \left[-\frac{z^2}{2\sigma_0^2\tau^{2H}} \right] dz, \quad (9)$$

где σ_0 – коэффициент диффузии.

ФБД с параметром $H = 0,5$ совпадает с классическим броуновским движением. Приращения ФБД называются фрактальным гауссовским шумом, дисперсия которого подчиняется соотношению $D[X(t+\tau) - X(t)] = \sigma_0^2 \tau^{2H}$.

Существует несколько методов построения ФБД для случая дискретного времени. Одним из наиболее используемых на практике является метод последовательного случайного сложения Фосса. Метод включает в себя следующий пошаговый алгоритм [1, 10]. Исходные значения координат $X(t_i)$ в моменты времени $t_i = 0, 1/2, 1$ равны нулю. На первом шаге к значениям координат $X(t_1)$, $X(t_2)$, $X(t_3)$ прибавляются случайные числа, выбранные из нормального распределения с нулевым средним и начальной дисперсией σ_1^2 . Средние значения времени на каждом интервале рассматриваются как дополнительные узлы на оси времени, значения координаты в них оцениваются интерполяцией. На следующем шаге ко всем координатам $X(t_i)$, ($t_i = 0, 1/4, 1/2, 3/4, 1$) прибавляются случайные числа с нулевым средним значением и уменьшенной дисперсией $\sigma_2^2 = \frac{\sigma_1^2}{2^{2H}}$. На n -м шаге алгоритма мы

получаем значения реализации ФБД для $1+2^n$ значений времени t_i . Дисперсия слагаемых n -го поколения

$$\sigma_n^2 = \frac{\sigma_{n-1}^2}{2^{2H}} = \frac{\sigma_0^2}{2^{2Hn}}.$$

Процесс, предложенный Фоссом, приводит к обобщенному броуновскому движению при любом разрешении [1].

Принципиально другим подходом является построение ФБД с помощью биортогональных вейвлетов [11 – 13]. В этом случае построение реализации ФБД осуществляется с помощью дискретного вейвлет-преобразования, где детализирующие вейвлет-коэффициенты на каждом уровне являются независимыми нормально распределенными случайными величинами.

ми, а аппроксимирующие вейвлет-коэффициенты получены с помощью фрактального процесса авторегрессии и скользящего среднего FARIMA:

$$B_H(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Phi_H(t-k) S_k^{(H)} + \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2^{-jH} \Psi_H(2^j t - k) \varepsilon_{j,k} - b_0, \quad (10)$$

где Ψ_H – биортогональная вейвлет-функция;

Φ_H – соответствующая Ψ_H скейлинг-функция;

$S_k^{(H)}$ – стационарный гауссовский процесс FARIMA с параметром дробного дифференцирования $d = H - 0,5$;

$\varepsilon_{j,k}$ – независимые гауссовские случайные величины с параметрами $N(0,1)$;

b_0 – константа, такая что $B_H(0) = 0$.

Первоначально предложенный алгоритм, в котором искомая реализация содержала слишком много высокочастотных компонент, был усовершенствован [15]. Программная реализация данного алгоритма доступна в математическом пакете MatLab, начиная с 7-й версии.

Результаты исследований

В данной работе представлены результаты численного эксперимента, в ходе которого моделировалось фрактальное броуновское движение с заданным показателем H . Значения H для модельного ряда изменялись на всем возможном диапазоне $0 < H < 1$. Для полученного временного ряда длиной 2^n рассчитывалась оценка H методами Abry и

Misiti. Для каждого теоретического значения показателя H были получены выборки его оценок и исследованы их статистические характеристики.

Результаты эксперимента показывают, что оценки показателя Хёрста по выборкам конечной длины имеют смещение, которое увеличивается с уменьшением длины выборки. Теоретически оценивание параметра Хёрста методом, предложенным Abry [8], дает несмещенные оценки, однако практически это требует временного ряда очень большой длины, что в большинстве случаев не представляется реальным.

На рис. 1 показана зависимость средних значений оценки параметра Хёрста от его теоретического значения для реализаций, рассчитанных методом Abry для временных рядов длиной 2^n , полученных моделированием методом последовательного случайного сложения (а) и методом вейвлет-преобразования (б). Сплошная прямая соответствует теоретическим значениям H . Очевидно, что средние значения оценок являются смещенными в зависимости от действительного значения показателя Хёрста, и достаточно хорошо аппроксимируются прямыми.

Исследования показали, что для вейвлет-модели ФБД оба метода оценивания дают меньшее смещение от теоретического значения и меньшее выборочное среднее квадратическое отклонение.

В табл. 1 приведены значения среднее квадратических отклонений S и величин смещения Δ для оценок показателя Хёрста, полученных методом Abry по реализациям длины 2^n на двух разных моделях (Sellan-Meyer, Voss).

Величина смещения Δ рассчитывалась по формуле

$$\Delta = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \bar{H}_i - H,$$

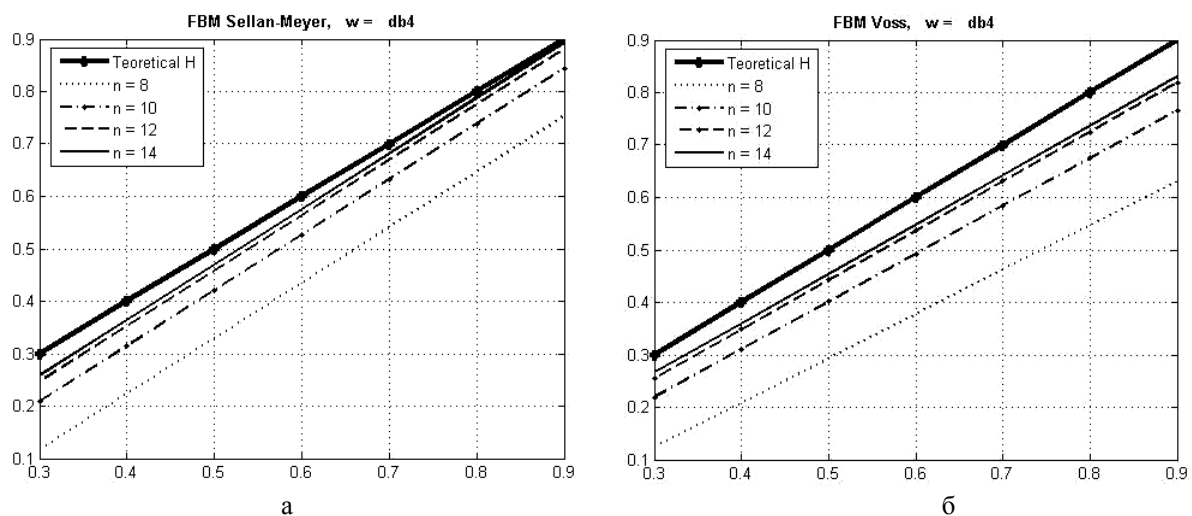


Рис. 1. Зависимости средних значений оценок от теоретического значения H для разных моделей ФБД: а – метод Sellan-Meyer, б – метод Voss

где $\bar{H}$ – среднее значение оценки показателя Хёрста, полученной для k значений теоретического показателя $0 < H < 1$. Вычисления производились для различных вейвлет-функций, обладающих свойствами ортогональности: Добеши (db1, db4, db4, db10), Хаара (haar), Мейера (dmey).

Таблица 1

Среднеквадратические отклонения и смещения оценок показателя Хёрста для разных моделей ФБД

n	FBM Sellan-Meyer		FBM Voss	
	Δ	S	Δ	S
w = 'db4'				
8	0,0782	0,0420	0,2222	0,0859
10	0,0318	0,0240	0,1005	0,0511
12	0,0234	0,0104	0,0652	0,0260
14	0,0113	0,0048	0,0512	0,0121
w = 'db1'				
8	0,0918	0,1064	0,1703	0,1075
10	0,0463	0,0521	0,0632	0,0588
12	0,0301	0,0212	0,0383	0,0266
14	0,0282	0,0131	0,0309	0,0148
w = 'haar'				
8	0,0468	0,1025	0,1652	0,1274
10	0,0322	0,0454	0,0611	0,0513
12	0,0294	0,0328	0,0365	0,0471
14	0,0280	0,0087	0,0292	0,0141

Приведенные результаты свидетельствуют, что модель ФБР, реализованная с помощью вейвлет-преобразования, более корректно отображает степень самоподобия для выборок с диапазоном длины 1000–10000 значений. Следует отметить, что время генерации данной модели в среднем на порядок больше времени генерации ФБД по методу Фосса. Ниже приведены результаты, где реализации получены с помощью метода вейвлетов.

В табл. 2 приведены значения среднеквадратических отклонений S и величин смещения Δ для оценок

показателя Хёрста, полученных указанными методами по реализациям длины 2^n для разных материнских вейвлетов. Представленные результаты показывают, что оценки, полученные по методу Abry, обладают меньшим смещением и меньшими среднеквадратическими отклонениями. На рис. 2, а представлены графики зависимости средних значений оценок от теоретических значений параметра Хёрста. Оценки получены двумя методами с помощью вейвлета Добеши db4 для реализаций длиной 2^{12} .

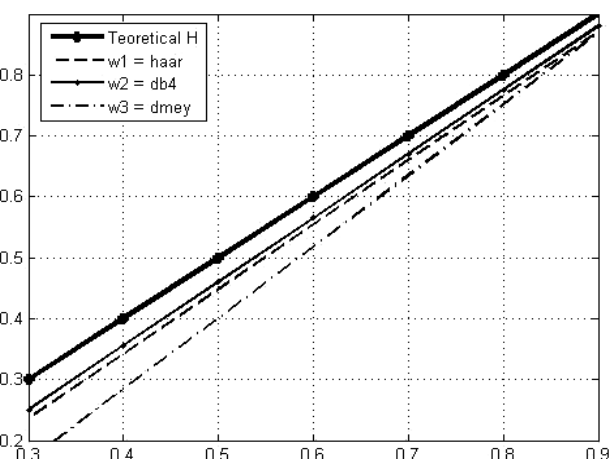
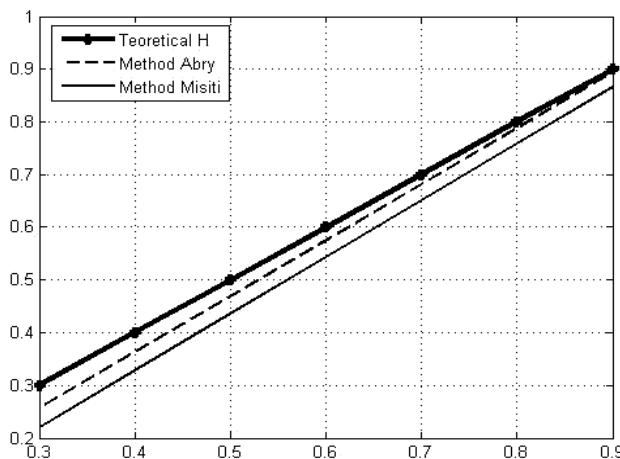
Таблица 2

Среднеквадратические отклонения и смещения оценок показателя Хёрста для разных вейвлетов

n		Method Abry			Method Misiti		
		dmey	db4	haar	dmey	db4	haar
8	Δ	0,2037	0,0782	0,0468	0,2870	0,1215	0,0603
	S	0,1072	0,0420	0,0499	0,1872	0,0744	0,0775
10	Δ	0,1376	0,0318	0,0322	0,1538	0,0714	0,0469
	S	0,0728	0,0240	0,0454	0,0968	0,0365	0,0367
12	Δ	0,0836	0,0234	0,0294	0,0870	0,0549	0,0463
	S	0,0419	0,0104	0,0328	0,0675	0,0177	0,0188
14	Δ	0,0416	0,0113	0,0280	0,0535	0,0501	0,0482
	S	0,0207	0,0048	0,0087	0,0398	0,0092	0,0127

В работе была исследована зависимость параметров оценок от выбора материнского вейвлета. Исследования показали, что лучшие статистические характеристики имеют оценки, полученные с помощью вейвлета Добеши db4. На рис. 2, б показана зависимость средних значений оценок параметра Хёрста, полученных методом Abry с помощью различных материнских вейвлетов для реализаций длиной 2^{12} значений.

В работе были исследованы законы распределения оценок показателя Хёрста. Для обоих рассмотренных методов была выдвинута гипотеза о нормальном распределении выборочных значений оценок с параметрами $N(\bar{H}, S)$. Практически для

Рис. 2. Зависимости средних значений оценок от теоретического значения H :

а – для разных методов с применением вейвлета Добеши; б – для метода Abry и разных вейвлетов

всех выборочных данных гипотеза была принята с уровнем значимости $\alpha = 0,05$ по нескольким критериям согласия. На рис.3 показана типичная гистограмма распределения выборочных значений оценки показателя Хёрста (теоретическое значение показателя $H = 0,8$).

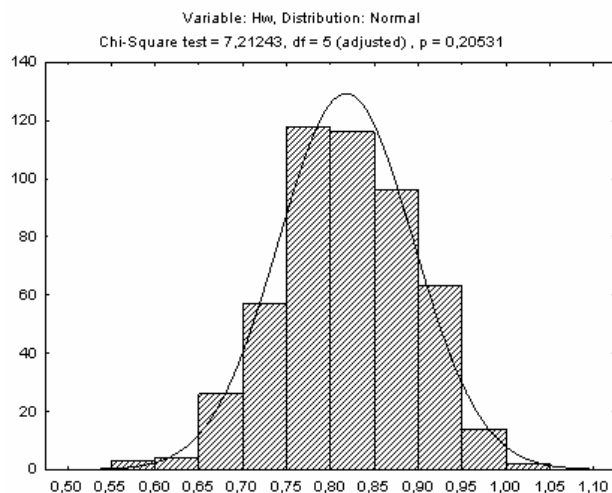


Рис. 3. Гистограмма выборочных значений показателя Хёрста

Одним из интересных, но слабоизученных вопросов оценивания параметра Хёрста, является вопрос о корреляционной связи между оценками, полученными разными методами. В случае использования методов вейвлет-анализа также можно исследовать корреляцию между оценками, полученными с помощью разных вейвлет-функций. Численный анализ корреляционной зависимости между оценками параметра Хёрста показал, что для всех рассмотренных случаев выборочные коэффициенты корреляции оказались значимыми. В табл. 3 представлены средние значения выборочных коэффициентов корреляции.

Численный анализ корреляционной зависимости между оценками параметра Хёрста показал, что они имеют слабую линейную зависимость. Известно, что дисперсия среднего арифметического случайных величин X и Y вычисляется по формуле:

$$D\left[\frac{X+Y}{2}\right] = \frac{1}{4}(D[X] + D[Y] + 2r[X, Y]\sigma[X]\sigma[Y]), \quad (11)$$

где $\sigma[X]$, $\sigma[Y]$ – среднеквадратические отклонения случайных величин;

$r[X, Y]$ – коэффициент корреляции между случайными величинами.

Исходя из формулы (11) получаем, что более эффективной оценкой показателя Хёрста является среднее арифметическое оценок, полученных разными методами или с помощью разных вейвлетов. Такая оценка будет иметь выборочную дисперсию

не большую минимальной из выборочных дисперсий оценок.

Таблица 3

Средние коэффициенты корреляции для оценок показателя Хёрста, рассчитанных разными методами с помощью разных вейвлетов

Метод	Вейвлет	Коэффициент корреляции
Abry	db4	0,39
Misiti	db4	
Abry	haar	0,63
Misiti	haar	
Abry	db4	0,31
Misiti	haar	
Abry	db4	0,37
	haar	
Abry	db4	0,34
	db4	

Заключение

Обобщая результаты численного исследования, можно сделать вывод, что оценки показателя Хёрста, которые получены рассмотренными методами, являются нормально распределенными случайными величинами. Средние значения оценок значительно сдвинуты относительно оцениваемого параметра Хёрста. Сдвиг среднего значения зависит от действительного значения H , метода оценивания и вейвлет-функции (эту зависимость можно аппроксимировать прямой). Среднеквадратические отклонения оценок также зависят от указанных параметров и уменьшаются с ростом длины ряда. Таким образом, для каждого метода и материнского вейвлета можно найти доверительные интервалы оцениваемого значения показателя Хёрста. Исходя из результатов корреляционного анализа, для увеличения точности оценки H можно использовать среднее арифметическое оценок, полученных с помощью разных вейвлет-функций.

Литература

1. Федер Е. Фракталы: пер. с англ. / Е. Федер. – М.: Мир, 1991. – 254 с.
2. Шелухин О.И. Фрактальные процессы в телекоммуникациях: моногр. / О.И. Шелухин, А.М. Тенякиев, А.В. Осин; под ред. О.И. Шелухина. – М.: Радиотехника, 2003. – 480 с.
3. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков. Применение теории хаоса в инвестициях и экономике / Э. Петерс. – М.: Интернет-трейдинг, 2004. – 304 с.
4. Clegg R.G. A practical guide to measuring the hurst parameter / R.G. Clegg // Computing science technical report. – 2005. – № CS-TR-916. – P. 125-138.

5. Смоленцев Н.К. Основы теории фракталов. Вейвлеты в MATLAB / Н.К. Смоленцев – М.: ДМК Пресс, 2005. – 304 с.
6. Шелухин О.И. Самоподобие и фракталы / О.И. Шелухин, А.В. Осин, С.М. Смольский. – М.: Физматлит, 2008. – 368 с.
7. Астафьева Н.М. Вейвлет-анализ: Основы теории и примеры применения / Н.М. Астафьева // Успехи физических наук. – 1996. – Т.166, № 11. – С. 1145-1170.
8. Abry P. Wavelet analysis of long-range dependent traffic / P. Abry, D. Veitch // IEEE/ACM Transactions Information Theory. – 1998. – № 1(44). – P. 2-15.
9. Misiti M. Wavelet Toolbox for use with MATLAB / M. Misiti, Y. Misiti, G. Oppenheim, J.-M. Poggi. – The MathWorks Inc. 941, 2000. – 288 p.
10. Voss R.F. Random fractal forgeries / R.F. Voss – In: Fundamental Algorithms in Computer Graphics, Springer-Verlag, Berlin, 1985. – P. 805-835.
11. Abry P. The wavelet-based synthesis for the fractional Brownian motion proposed by F. Sellan and Y. Meyer: Remarks and fast implementation / P. Abry, F. Sellan // Appl. and Comp. Harmonic Anal. V. – 3(4). – 1996. – P. 377-383.
12. Sellan F. Synthèse de mouvements browniens fractionnaires à l'aide de la transformation par ondelettes / F. Sellan // Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris. – 1996. – Série I. – P. 351-358.
13. Meyer Y. Wavelets, generalized white noise and fractional integration: the synthesis of fractional Brownian motion / Y. Meyer // The Journal of Fourier Analysis and Applications. – 1995. – № 5(5). – P. 465-494.
14. Дьяконов В. MATLAB. Обработка сигналов и изображений. Специальный справочник / В. Дьяконов, И. Абраменкова. – СПб.: Питер, 2002. – 608 с.
15. Bardet J.M. Generators of long-range dependence processes: a survey, Theory and applications of long-range dependence / J.M. Bardet // Theory and applications of long-range dependence. Birkhäuser. – 2003. – №1. – P. 579-623.

Поступила в редакцию 7.12.2009

Рецензент: д-р техн. наук, проф. каф. искусственного интеллекта Е.В. Бодянский, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, Украина.

ОЦІНЮВАННЯ САМОПОДОБИ СТОХАСТИЧНОГО ЧАСОВОГО РЯДУ МЕТОДОМ ВЕЙВЛЕТ-АНАЛІЗУ

Л.О. Кіріченко, Ж.В. Дейнеко

Наводяться основи вейвлет-перетворення – апарату, що добре пристосований для вивчення часових рядів, які мають фрактальні властивості. Проведено порівняльний аналіз оцінювання показника Херста методами, заснованими на дискретному вейвлет-перетворенні. За математичну модель часового ряду обрано фрактальний броуновський рух. Досліджувалася залежність параметрів оцінок від вибору материнського вейвлету. Чисельно досліджені статистичні характеристики оцінок показника Херста, вибіркові розподіли ймовірностей, коефіцієнти кореляції між оцінками.

Ключові слова: самоподоба, оцінка показника Херста, вейвлет-аналіз, вейвлет-коефіцієнти, базові вейвлети.

ESTIMATION SELF-SIMILARITY OF STOCHASTIC TIME SERIES BY WAVELET-ANALYSIS

L.O. Kirichenko, Zh.V. Deineko

The basic theory of the wavelet transform, an effective investigation tool for study of the time series fractal possessing properties, is presented. Methods which allow to estimate Hurst parameter on the basis of the discrete wavelet-transformation are investigate in this article. The fractal Brownian motion has been used as mathematical models of time series. Statistical characteristics of estimators of Hurst parameter, sample probability distribution, coefficient of correlation between estimators are numerically investigated.

Key words: self-similarity, estimator of Hurst, wavelet-based analysis, detail coefficients, mother wavelets.

Кириченко Людмила Олеговна – канд. техн. наук, доцент кафедри прикладної математики Харківського національного університету радіоелектроніки, Україна, e-mail: ludmila.kirichenko@gmail.com.

Дейнеко Жанна Валентинівна – старший преподаватель центра последипломного образования Харьковского национального университета радиоэлектроники, Украина, e-mail: shanna@kture.kharkov.ua.