

УДК 519.218.7.001.57 : [621.396.967 : 621.391.828]

Д.И. ЛЕХОВИЦКИЙ¹, И.Г. КИРИЛЛОВ², Д.В. ЛИВИЦКИЙ²¹Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков²Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, ХарьковСПОСОБ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПАССИВНЫХ ПОМЕХ ИМПУЛЬСНЫМ
РЛС МЕТОДАМИ РЕШЕТЧАТОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Предложен способ моделирования пассивных помех импульсным РЛС на основе обобщенной факторизации Левинсона (решетчатых фильтров), позволяющий формировать модельные случайные процессы с заданными формами спектров и типовыми корреляционными функциями (матрицами). Разработаны "экономичные" с точки зрения вычислительных затрат универсальные алгоритмы реализации основных этапов моделирования расширенного набора случайных процессов. Способ в равной мере пригоден для моделирования как пассивных, так и активных помех на выходах пространственных каналов приема.

Ключевые слова: пассивная помеха, типовая корреляционная функция, энергетический спектр, обобщенная факторизация, решетчатый фильтр, треугольная матрица, матричная импульсная характеристика.

Введение

Постановка проблемы и анализ литературы.

При моделировании процессов, протекающих в радиосистемах, применительно к решению задач в области статистической радиотехники, радиолокации, радиофизики, автоматики, необходимо учитывать, что радиотехнические процессы обладают рядом специфических свойств, главными из которых являются их статистическая природа и весьма высокая скорость протекания. Из *первого свойства* вытекает необходимость при разработке цифровых моделей уделять значительное внимание нахождению алгоритмов формирования широких классов случайных процессов, составляющих основу математических моделей радиосигналов, радиопомех и различного рода флуктуаций в радиотехнике. *Второе свойство* приводит к тому, что воспроизведение процессов функционирования радиосистем часто требует больших вычислительных затрат и возникает необходимость отыскания "экономичных" алгоритмов моделирования.

В статье [5] предложен способ моделирования случайного M -мерного гауссовского вектора

$\mathbf{Y}_i = \left\{ y_{\ell}^{(i)} \right\}_{\ell=1}^M$ с нулевым средним значением

($\overline{\mathbf{Y}_i} = 0$) и корреляционной матрицей (КМ) вида

$\Phi = \overline{\mathbf{Y}_i \cdot \mathbf{Y}_i^*} = \Phi_{\text{ш}} + \Phi_{\text{п}}$ по соотношению *)

$$\mathbf{Y}_i = \xi_{\text{ш}i} + \mathbf{Y}_{\text{п}i}, \quad \mathbf{Y}_{\text{п}i} = \mathbf{T} \cdot \xi_{\text{п}i}, \quad i \in 1, K, \quad (1)$$

*) Здесь и ниже *черта сверху* и знак (*) обозначают операции статистического усреднения и эрмитового сопряжения (комплексного сопряжения и транспонирования) соответственно.

где $\xi_{\text{ш}i}$ и $\xi_{\text{п}i}$ – независимые гауссовские M -мерные векторы собственных шумов временных каналов приема и «возбуждения» с нулевым средним значением и единичной КМ $\mathbf{I}_M$;

$\mathbf{T} = \left\{ t_{ij} \right\}_{i,j=1}^M$ – $M \times M$ матрица («корень» из матрицы $\Phi_{\text{п}}$), удовлетворяющая условию

$$\mathbf{T} \cdot \mathbf{T}^* = \Phi_{\text{п}}, \quad (2)$$

существенно расширяющий известный набор типовых спектров (КМ) модельных случайных процессов.

Однако в известной литературе [1, 2, 5] недостаточное внимание уделено практической реализации предложенных способов моделирования, выбору вычислительных алгоритмов, целесообразных с точки зрения минимизации вычислительных затрат в условиях постоянного роста объема требуемых модельных данных. Как правило, такая минимизация оказывается возможной за счет учета той или иной специфики моделируемых процессов.

Кроме того, в [5] обговорены лишь общие подходы к формированию матрицы $\mathbf{T}$, соответствующей процессу авторегрессии произвольного порядка p , аппроксимирующего пассивную помеху с заданной формой энергетического спектра междупериодных флуктуаций.

В данной статье предлагается способ моделирования пассивных помех импульсным РЛС на универсальной основе обобщенной факторизации Левинсона, позволяющий формировать модельные случайные процессы с заданными формами спектров и типовыми корреляционными последовательностями (матрицами), обладающими явно

выраженной спецификой, например, эрмитовостью, теплицевостью и т.п.

Основная часть

К числу методов, которые наиболее просто учитывают подобную специфику КМ, относятся методы на основе обобщенной факторизации Левинсона (ОФЛ) [3]. Такие методы эффективны не только с точки зрения минимизации вычислительных затрат, но и простоты организации параллельных вычислений, особенно в случаях, когда требуется не формирование самих матриц, например, $\mathbf{T}$, а – отыскание различных функций от них. В этих случаях можно ограничиться нахождением некоторого числа параметров слабо заполненных матриц-сомножителей факторизованного представление такой матрицы. Причем число этих параметров существенно уменьшается с «наращиванием» специфики исходных КМ. При этом отказ от «лишних» вычислений, кроме того, позволяет существенно повысить «точность расчетов».

1. Общая характеристика решетчатых фильтров

ОФЛ основана на использовании специальной факторизации матрицы Ψ , которая задает верхне-нижнее и нижне-верхнее ее разложения вида

$$\Psi = \Phi^{-1} = \mathbf{H}^* \cdot \mathbf{H} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{N}^*, \quad (3)$$

где $\mathbf{H} = \{h_{ij}\}_{i,j=1}^M$, $\mathbf{N} = \{n_{ij}\}_{i,j=1}^M$ – нижние треугольные матрицы [3, 4]. Вычислительные структуры, реализующие такую факторизацию, называются решетчатыми фильтрами (РФ). Схема M -входового ($M=4$) РФ приведена на рис. 1, а. На рис. 1,б представлена структура «элементарного решетчатого фильтра» (ЭРФ), которая иллюстрирует реализацию итерационных соотношений

$$\begin{aligned} p_m(\ell) &= s_m(\ell) \cdot \{p_{m-1}(\ell+1) + \alpha_m(\ell) \cdot q_{m-1}(\ell)\}; \\ q_m(\ell) &= c_m(\ell) \cdot \{q_{m-1}(\ell) + \beta_m(\ell) \cdot p_{m-1}(\ell+1)\}; \end{aligned} \quad (4,а)$$

$$\alpha_m(\ell) = -\frac{p_{m-1,\ell}(\ell+1)}{q_{m-1,\ell}(\ell)}, s_m(\ell) = \left(1 - |\alpha_m(\ell)|^2\right)^{-1/2}, \quad (4,б)$$

где $s_m(\ell)$, $c_m(\ell)$ и $\alpha_m(\ell)$, $\beta_m(\ell)$ – параметры РФ, которые представляют собой действительные коэффициенты нормирования и в общем случае комплексные частные коэффициенты корреляции соответственно.

Именно эти параметры полностью задают факторизованное представление матрицы Ψ . Заметим, что для случая эрмитовых матриц справедливы равенства $s_m(\ell) = c_m(\ell)$, $\beta_m(\ell) = \alpha_m^*(\ell)$.

При подаче на входы РФ произвольного векто-

ра $\mathbf{u} = \{u_\ell\}_{\ell=1}^M$ на выходах фильтра, в частности на верхних выходах ЭРФ $_m(1)$ и нижних – ЭРФ $_m(M+1-m)$ (рис. 1, в) (при $m \in 1, M$), формируются соответственно векторы

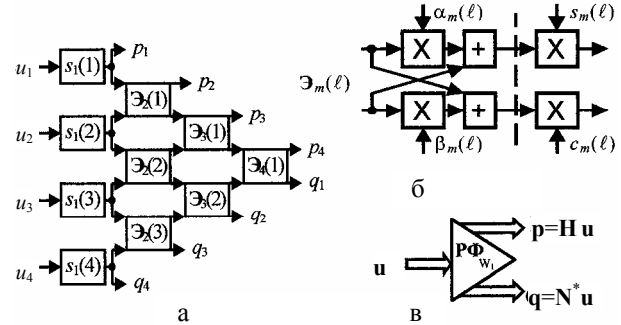


Рис. 1. Структурные схемы «прямого» («обеляющего») РФ и элементарного РФ

$$\mathbf{p} = \{p_m(1)\}_{m=1}^M = \mathbf{H} \cdot \mathbf{u}, \quad \mathbf{q} = \{q_{M+1-m}(\ell)\}_{m=1}^M = \mathbf{N}^* \cdot \mathbf{u}, \quad (5)$$

а треугольные матрицы $\mathbf{H}$ и $\mathbf{N}^*$ являются соответственно верхним и нижним $M \times M$ блоками $2M \times M$ матрицы $\mathbf{W}_1$, которая представляет собой матричную импульсную характеристику (МИХ) РФ.

В соответствии с определением МИХ произвольного M – входового фильтра является откликом на единичную $M \times M$ матрицу $\mathbf{I}_M$. Применительно к РФ (рис. 1, а) с известными параметрами $s_m(\ell)$ ($m \in 1, M$, $\ell \in 1, M+1-m$) и $\alpha_m(\ell)$ ($m \in 2, M$) это означает, что при подаче на его входы вектора $\mathbf{e}_k$ (k -го столбца единичной матрицы $\mathbf{I}_M$) на его M верхних выходах будет сформирован k -й столбец МИХ нижней треугольной матрицы $\mathbf{H}$, а на M нижних – k -й столбец МИХ верхней треугольной матрицы $\mathbf{N}^*$. В случае появления дополнительной специфики КМ Φ , например, теплицевости, справедливы следующие равенства $s_m(\ell) = s_m(1) = s_m$, $\alpha_m(\ell) = \alpha_m(1) = \alpha_m$, что еще более упрощает алгоритм моделирования.

2. Моделирование авторегрессионных пассивных помех по заданным корням характеристического уравнения

Как показано в [5], способ моделирования процессов авторегрессии позволяет по заданным требованиям к форме спектра междупериодных флуктуаций пассивных помех задать число p и значения x_i ($i \in 1, p$) корней характеристического уравнения вида

$$x^p - \sum_{i=1}^p \varphi_i \cdot x^{p-i} = 0, \quad (6)$$

лежащих внутри единичного круга $|x_i| < 1$. Алгоритм моделирования АР-пассивных помех в этом случае включает в себя следующие этапы.

А. Вычисление коэффициентов характеристического уравнения и последней строки треугольного сомножителя матрицы $\Psi = \Phi^{-1}$, обратной корреляционной.

Б. Восстановление треугольного сомножителя матрицы Ψ по его последней строке.

В. Отыскание по этому сомножителю параметров РФ с МИХ, равной "корню" T из КМ.

Г. Фильтрация в синтезированном РФ случайных гауссовских векторов.

А. Вычисление коэффициентов характеристического уравнения и последней строки треугольного сомножителя матрицы Ψ . Как показано в [8, С. 38] при заданном p -мерном векторе $x = \{x_i\}_{i=1}^p$ корней x_i характеристического уравнения (КХУ) p -го порядка его коэффициентами φ_i ($i \in 1, p$) являются элементарные симметрические функции, которые определяют $(p+1)$ -мерный вектор $v = \{\vartheta_i\}_{i=0}^p$ ($\vartheta_0 = 1$, $\vartheta_i = -\varphi_i$, $i \in 1, p$), требующийся для последующих этапов моделирования.

Алгоритм вычисления элементов ϑ_i вектора v по заданному вектору x имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \vartheta_0 &= 1; \quad b = \{b_i\}_{i=1}^p = x; \quad t = \sum_{i=1}^p b_i; \quad \vartheta_1 = -t; \\ \left. \begin{aligned} s &= t; \quad t = 0; \\ m &= p + i - j; \\ s &= s - b_m; \\ b_m &= x_m \cdot s; \\ t &= t + b_m; \end{aligned} \right\} j \in i, p; \quad \left. \begin{aligned} & \\ & \\ & \\ & \end{aligned} \right\} i \in 2, p. \\ \vartheta_i &= (-1)^i \cdot t; \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

В частности, в [5] показано, что полученный по (7) вектор v пропорционален первому столбцу $(p+1) \times (p+1)$ матрицы $\Psi = \left\{ \omega_{ij} \right\}_{i,j=1}^p$, а именно

$$v = \frac{1}{\omega_{11}} \cdot \Psi \cdot e_1^{(p+1)}. \quad (8)$$

Используя для матрицы Ψ представление (3), из (8) получим

$$v = \frac{1}{\omega_{11}} \cdot N \cdot N^* e_1 = \frac{n_{11}^2}{\omega_{11}} \cdot \tilde{N} \cdot e_1 = \tilde{N} \cdot e_1 = A_{p+1}, \quad (9)$$

т.е. вектор v задает первый столбец A_{p+1} нормированной ($\tilde{N} = 1/n_{11} \cdot N$) нижней треугольной матрицы – сомножителя матрицы $\tilde{\Psi} = \tilde{\Phi}^{-1}$ в представлении

$$\tilde{\Psi} = \tilde{N} \cdot \tilde{N}^* = \tilde{\Phi}^{-1} = \frac{1}{n_{11}^2} \cdot \Phi^{-1}. \quad (10)$$

При выводе (9) использовано равенство $n_{11}^2 = \omega_{11}$, непосредственно следующее из (3).

В случае стационарных гауссовских пассивных помех с эрмитовой теплицевой КМ матрицы $\tilde{\Phi}$ и $\tilde{\Psi}$ являются персимметричными, т.е. удовлетворяют равенствам

$$\tilde{\Phi} = \Pi \cdot \tilde{\Phi}^T \cdot \Pi, \quad \tilde{\Psi} = \Pi \cdot \tilde{\Psi}^T \cdot \Pi, \quad (11)$$

где Π – $(p+1) \times (p+1)$ ортогональная симметричная матрица перестановок, содержащая единицы на побочной диагонали и нули – в остальных позициях.

Из (11) и (3) следует, в частности, что

$$\tilde{N} = \Pi \cdot \tilde{N}^T \cdot \Pi, \quad \tilde{N} = \Pi \cdot \tilde{N}^T \cdot \Pi, \quad (12)$$

$$\omega_{11} = \omega_{p+1, p+1} = n_{11}^2 = h_{p+1, p+1}^2,$$

и, следовательно, $v = \tilde{N} \cdot e_1 = \Pi \cdot \tilde{N}^T \cdot e_{p+1}$, т.е.

$$e_{p+1}^* \cdot \tilde{N} = B_{p+1}^* = A_{p+1}^T \cdot \Pi = v^T \cdot \Pi, \quad (13)$$

где $B_{p+1}^* = \left\{ b_{i, p+1}^{(p+1)} \right\}_{i=1}^{p+1}$ – $(p+1)$ -мерная последняя строка $(p+1) \times (p+1)$ матрицы $\tilde{N}$ с единичным последним элементом $b_{p+1, p+1}^{(p+1)} = 1$. Из (13) следует, что

$$b_i^{(p+1)} = \vartheta_{p+1-i}, \quad i \in 1, p+1, \quad (14)$$

т.е. полученный по (7) вектор $v = \{\vartheta_i\}_{i=0}^p$ однозначно задает и последнюю строку матрицы $\tilde{N}$, используемую на этапе Б разрабатываемого алгоритма моделирования АР – пассивных помех.

Б. Восстановление нижнего треугольного сомножителя матрицы, обратной корреляционной, по его последней строке. В основе алгоритма восстановления лежат рекуррентные соотношения [4]:

$$B_m^* = s_m \cdot \left(\begin{bmatrix} 0 & B_{m-1}^* \end{bmatrix} + \alpha_m \cdot \begin{bmatrix} A_{m-1}^* & 0 \end{bmatrix} \right), \quad m \in 1, p+1, \quad (15)$$

$$A_m^* = s_m \cdot \left(\begin{bmatrix} A_{m-1}^* & 0 \end{bmatrix} + \alpha_m^* \cdot \begin{bmatrix} 0 & B_{m-1}^* \end{bmatrix} \right),$$

связывающие m -мерные первую строку B_m^* нижней треугольной $(m \times m)$ матрицы $N^{(m)}$ и первую строку A_m^* верхней треугольной $(m \times m)$ матрицы $N^{(m)*}$ – сомножителей матрицы $\Psi^{(m)}$ в представлении (3), с соответствующими строками B_{m-1}^* и A_{m-1}^* этих матриц размера $(m-1) \times (m-1)$. Набор этих строк при $m \in 1, p+1$ полностью задает матри-

^{*)} В (11) и ниже знак (Т) обозначает операцию транспонирования.

цы $\mathbf{H}^{(p+1)}$ и $\mathbf{N}^{(p+1)*}$, а именно строки $\mathbf{B}_m^*$ совпадают с ненулевыми элементами m -й строки матрицы $\mathbf{H}^{(p+1)}$, а строки $\mathbf{A}_m^*$ – с ненулевыми элементами $(p+2-m)$ -й строки матрицы $\mathbf{N}^{(p+1)*}$.

На предыдущем этапе, как следует из (13), (14), фактически задаются строки $\mathbf{B}_{p+1}^*$ и $\mathbf{A}_{p+1}^*$, связанные соотношениями (13). В связи с этим решаемая задача восстановления матрицы $\mathbf{H}^{(p+1)}$ (или $\mathbf{N}^{(p+1)*}$) является обратной по отношению к задаче их синтеза при использовании рекурсий (15) от «меньшего» к «большому» (от $m-1$ к m).

Для получения «обратных» рекурсий (от «большого» к «меньшому», т.е. от m к $m-1$) запишем (15) в матричной форме

$$\begin{bmatrix} 1 & \alpha_m \\ \alpha_m^* & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{B}_{m-1}^* \\ \mathbf{A}_{m-1}^* & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{s_m} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{B}_m^* \\ \mathbf{A}_m^* \end{bmatrix}, \quad (16)$$

где, как и в (15), через $\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{B}_{m-1}^* \\ \mathbf{A}_{m-1}^* & 0 \end{bmatrix}$ обозначены m -мерные строки, составленные из $(m-1)$ -мерных строк $\mathbf{B}_{m-1}^*$ и $\mathbf{A}_{m-1}^*$, дополненных нулем слева и справа соответственно, $\alpha_m = \alpha_m(\ell)$ и $s_m = s_m(\ell)$ вида (4б)

$$s_m = \left(1 - |\alpha_m|^2\right)^{-1/2} \quad (17)$$

параметры ЭРФ (рис. 1, б).

Из (16), (17) с учетом

$$\begin{bmatrix} 1 & \alpha_m \\ \alpha_m^* & 1 \end{bmatrix}^{-1} = s_m^2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\alpha_m \\ -\alpha_m^* & 1 \end{bmatrix}$$

следует, что

$$\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{B}_{m-1}^* \end{bmatrix} = s_m \cdot \left(\mathbf{B}_m^* - \alpha_m \cdot \mathbf{A}_m^* \right),$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{m-1}^* & 0 \end{bmatrix} = s_m \cdot \left(\mathbf{A}_m^* - \alpha_m^* \cdot \mathbf{B}_m^* \right),$$

или, учитывая связь (13) векторов $\mathbf{B}_m^*$ и $\mathbf{A}_m^*$,

$$\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{B}_{m-1}^* \end{bmatrix} = s_m \cdot \left[\mathbf{B}_m^* - \alpha_m \cdot \mathbf{B}_m^T \cdot \mathbf{\Pi} \right], \quad (18a)$$

то есть

$$b_i^{(m-1)} = s_m \cdot \left(b_{i+1}^{(m)} - \alpha_m \cdot b_{m-i}^{(m)*} \right), \quad i \in 1, m-1. \quad (18б)$$

$$\text{Из (18a) видно, что } s_m \cdot \left(b_1^{(m)} - \alpha_m \cdot b_m^{(m)*} \right) = 0,$$

откуда

$$\alpha_m = \frac{b_1^{(m)}}{b_m^{(m)*}}. \quad (19)$$

Соотношения (17)–(19) фактически описывают алгоритм восстановления нижней треугольной матрицы $\check{\mathbf{H}}$ (сомножителя матрицы $\check{\Psi}$ в представлении (3)) по заданной ее последней строке $\mathbf{B}_{p+1}^*$ с элементами $b_i^{(p+1)}$ (14).

По его окончании оказываются заполненными диагональ и поддиагональные элементы $(p+1) \times (p+1)$ матрицы $\check{\mathbf{H}} = \{ \check{h}_{ij} \}_{i,j=1}^{p+1}$ и, кроме того, определены параметры s_m ($m \in 1, p+1$) и α_m ($m \in 2, p+1$) ее факторизованного представления.

Следует обратить внимание на следующие два обстоятельства.

1. Сформированная матрица $\check{\mathbf{H}}$ в общем случае отличается от требуемой матрицы

$$\mathbf{H}^{(p+1)} = \{ h_{ij} \}_{i,j=1}^{p+1}$$

$$\mathbf{H}^{(p+1)} = k \cdot \check{\mathbf{H}}, \quad k = h_{p+1,p+1} \quad (20)$$

скалярным множителем k , не меняющим взаимно корреляционные свойства помехи, но влияющим на ее дисперсию (мощность) P_{Π} , которая должна быть задана. В этом случае множитель k в (20) определяется однозначно. Видно, что

$$\Psi^{(p+1)} = k^2 \cdot \check{\mathbf{H}}^* \cdot \check{\mathbf{H}}, \quad \Phi^{(p+1)} = k^{-2} \cdot \check{\mathbf{H}}^{-1} \cdot \check{\mathbf{H}}^{-*}. \quad (21)$$

Задание мощности помехи в предположении идентичности временных каналов приема импульсной РЛС означает задание любого из диагональных элементов ϕ_{ii} теплицевой матрицы

$$\Phi^{(p+1)} = \{ \phi_{ij} \}_{i,j=1}^{p+1}. \quad \text{В частности, выбирая } P_{\Pi} = \phi_{ii},$$

из (21) получим, что $P = \left(k \cdot \check{h}_{11} \right)^{-2}$ и, следовательно

$$k = \frac{1}{\check{h}_{11} \cdot \sqrt{P}} = \frac{1}{s_1 \cdot \sqrt{P}}, \quad s_1 = \check{h}_{11}. \quad (22)$$

2. Если размерность M моделируемых векторов пассивных помех равна $p+1$, то после формирования матрицы $\check{\mathbf{H}}$ (или $\mathbf{H}^{(p+1)}$) (20) этап **Б** заканчивается.

Если $M > p+1$, то в роли матрицы $\check{\mathbf{H}}^{(M)}$ выступает ленточная $M \times M$ матрица, главная (угловая) подматрица которой совпадает с $\check{\mathbf{H}}$, а строки матрицы $\check{\mathbf{H}}^{(M)}$ с номерами $m > p+1$ повторяют (со сдвигом вправо и заполнением нулем «освободившегося» элемента) последнюю строку $\mathbf{B}_{p+1}^* = \mathbf{e}_{p+1}^* \cdot \check{\mathbf{H}}$ матрицы $\check{\mathbf{H}}$, т.е.

$$\mathbf{B}_m^* = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{B}_{m-1}^* \end{bmatrix}, \quad m \in p+2, M.$$

В. Определение параметров РФ с МИХ Т. Наличие $M \times M$ матрицы $\mathbf{H}$ представления (3) позволяет получить параметры РФ с МИХ, верхний $M \times M$ блок которой равен $\mathbf{T} = \mathbf{H}^{-1}$ – нижнему треугольному сомножителю матрицы Φ в разложении (2), необходимому для получения по (1) искомым векторов пассивной помехи. Для решения задачи определения параметров РФ могут быть использованы упрощенные*) разновидности алгоритмов "настройки", предложенные в [7, 4].

Таким образом, при подаче на входы соответствующего РФ произвольного M -мерного вектора

$$\xi_{pi} = \left\{ \xi_{\ell}^{(i)} \right\}_{\ell=1}^M \quad (1) \text{ на } M \text{ верхних выходах фильтра}$$

будет сформирован вектор $\mathbf{Y}_{pi} = \mathbf{T} \cdot \xi_{pi}$ (без явного формирования самой матрицы $\mathbf{T} = \mathbf{H}^{-1}$).

Г. Фильтрация в синтезированном РФ случайных гауссовских векторов.

Под этим понимается процесс преобразования в РФ (рис. 1, а) с параметрами, полученными на этапе В, входных M -мерных векторов ξ_{pi} в векторы $\mathbf{Y}_{pi} = \mathbf{T} \cdot \xi_{pi}$ (1). Алгоритм формирования векторов $\mathbf{Y}_{pi}$ для произвольного $i \in 1, K$ непосредственно следует из (4), схемы РФ (рис. 1) и многократно обсужден в литературе [3, 4, 7].

Итоговый модельный вектор $\mathbf{Y}_i$ аддитивной смеси пассивной помехи $\mathbf{Y}_{pi}$ и шумов $\xi_{шi}$ равен $\mathbf{Y}_i = \xi_{шi} + \mathbf{Y}_{pi}$ (1), что завершает алгоритм моделирования АР-процесса по заданным корням характеристического уравнения (6).

3. Моделирование пассивных помех по заданной корреляционной последовательности (корреляционной матрице) методами решетчатой фильтрации

В этом случае алгоритм моделирования включает в себя три этапа.

А. Настройка РФ по заданной КМ Φ (или КП $\mathbf{g} = \{\rho_v\}_{v=0}^{M-1}$) с целью формирования треугольного сомножителя $\mathbf{T}$ в разложении (2).

Б. Отыскание факторизованного представления матрицы $\mathbf{T}$ (параметров РФ с МИХ Т).

В. Фильтрация в синтезированном РФ случайных гауссовских векторов (идентичен этапу Г п.2).

А. Настройка РФ по заданной КМ Φ . Известно множество разновидностей настройки РФ по заданной КМ [7], которые базируются на рекуррентных соотношениях (4). Одной из особенностей этапа определения параметров РФ является формирование нижней треугольной матрицы, в качестве которой выступает либо $\mathbf{N}^{-1}$ в разложении $\Phi = \mathbf{N}^{-*} \mathbf{N}^{-1}$ (при его настройке по эрмитовой КМ Φ общего вида), либо $\mathbf{H}^{-1}$ в разложении $\Phi = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{H}^{-*}$ (при настройке по теплоцевой КМ Φ).

Наличие матрицы $\mathbf{H}^{-1}$ или $\mathbf{N}^{-1}$ означает и наличие матрицы $\mathbf{T}$ вида

$$\mathbf{T} = \mathbf{H}^{-1} \text{ (а) или } \mathbf{T} = \mathbf{N}^{-*} \text{ (б)}, \quad (23)$$

позволяющей непосредственно приступить к формированию по (1) векторов пассивных помех с заданной КМ Φ . Однако для унификации процесса моделирования для обоих видов входных данных – заданных КМ или корней характеристического уравнения – более целесообразно использовать факторизованные представления этих матриц. По своему смыслу эта задача эквивалентна отысканию параметров РФ, МИХ которого совпадает с нижней (23а) или верхней (23б) матрицей $\mathbf{T}$. Существование таких РФ для физически реальных пассивных помех со "строго несингулярными" КМ очевидно, поскольку МИХ любого РФ (рис. 1, а) содержит как нижнюю, так и верхнюю треугольные матрицы [3].

Б. Отыскание параметров РФ по его явно заданной матрично-импульсной характеристике. Будем полагать, что МИХ $\mathbf{T}$ (нижняя или верхняя треугольная) задана и требуется определить такие параметры РФ, которые обеспечат ее формирование при наличии на входе матрицы $\mathbf{I}_M$. Алгоритм решения этой задачи поясним на конкретном примере синтеза РФ с МИХ $\mathbf{T} = \{t_{ij}\}_{i,j=1}^M = \mathbf{H}^{-1}$, представляющей собой нижнюю треугольную матрицу с положительными диагональными элементами. В этом случае при подаче на входы РФ (рис. 1) вектора $\mathbf{e}_k$ ($k \in 1, M$), т.е. единицы на k -й и нулей – на остальные его входы, должны выполняться равенства

$$p_m(1) = \begin{cases} t_{mk}, & m \geq k, \\ 0, & m < k, \end{cases} \quad k \in 1, M. \quad (24)$$

Предположим, что параметры РФ $s_m(\ell)$ и $\alpha_m(\ell)$ для всех $\ell \in 1, k-1$ известны. В этом случае можно получить те значения $p_m(k)$ ($m \in 1, M+1-k$, $k \in 2, M$), которые при подаче на входы РФ $\mathbf{e}_k$ и этих параметрах обеспечивают выполнение равенств (24). Действительно, как следует из (4),

*) Существенное упрощение известных алгоритмов оказывается возможным за счет учета того факта, что матрица $\mathbf{T}$ является треугольной.

$$p_m(\ell+1) = \frac{p_{m+1}(\ell)}{s_{m+1}(\ell)} - \alpha_{m+1}(\ell) \cdot q_m(\ell), \quad (25)$$

что позволяет получить требуемые значения $p_m(k)$, “стартуя” с (24) и рекуррентно используя (25) при $m \in k-\ell, M-\ell$ для каждого $\ell \in 1, k-1$ и $k \in 2, M$, если известны значения $q_m(\ell)$. При этом, как хорошо видно из структуры РФ (рис. 1), в условиях $\mathbf{u} = \mathbf{e}_k$ справедливо равенство

$$q_{k-\ell}(\ell) = 0, \quad (26)$$

позволяющее выполнить первый шаг (25) ($m = k - \ell$), т.е. найти значения $p_{k-\ell}(\ell+1)$ для последующих шагов, используя (4а) в виде

$$q_{m+1}(\ell) = s_{m+1}(\ell) \cdot \{q_m(\ell) + \alpha_{m+1}^*(\ell) \cdot p_m(\ell+1)\} \quad (27)$$

с $p_m(\ell+1)$, рассчитанным по (25).

По окончании рекурсий (25), (27) с начальными условиями (26) при $\ell = k - 1$ будет сформирован набор значений $p_m(k)$ для всех $m \in 1, M+1-k$, $k \in 2, M$. При $k = 1$ в рекурсиях (25)...(27) необходимости нет, поскольку этот набор задан в (24).

По набору $p_m(k)$ легко определяются параметры $s_m(k)$ ($m \in 1, M+1-k$) и $\alpha_m(k)$ ($m \in 2, M+1-k$). Действительно, в условиях $\mathbf{u} = \mathbf{e}_k$, как видно из рис. 1,

$$s_1(k) = p_1(k) = q_1(k) \quad (28)$$

и, кроме того, $p_{m-1}(k+1) = 0$ при любых $m \in 2, M-k$. В этих условиях для $m \in 2, M+1-k$, как следует из (4),

$$s_m(k) \cdot \alpha_m(k) = \frac{p_m(k)}{q_{m-1}(k)} = r, \quad (29a)$$

$$q_m(k) = s_m(k) \cdot q_{m-1}(k). \quad (29b)$$

Из (29) и (4б) следует, что $r = \frac{\alpha_m(k)}{\sqrt{1 - |\alpha_m(k)|^2}}$ и

поэтому

$$s_m(k) = \sqrt{1 + |r|^2}, \quad \alpha_m(k) = \frac{r}{s_m(k)}. \quad (30)$$

Таким образом, алгоритм синтеза РФ по заданной нижней треугольной МИХ $\mathbf{T} = \mathbf{H}^{-1}$ основан на приведенных соотношениях (24)...(30) и предусматривает определение по (25) значений $p_m(k)$ ($m \in 1, M+1-k$, $k \in 2, M$). Требуемые для этого параметры РФ $s_m(k)$ и $\alpha_m(k)$ формируются по (29), (30).

Нетрудно показать, что аналогичным образом может быть осуществлен синтез РФ с МИХ $\mathbf{T} = \mathbf{N}^{-*}$, являющейся верхней треугольной матрицей. Заключительный этап (В) алгоритма п.2 в точ-

ности совпадает с этапом Г алгоритма п.1 и производится по (1).

4. Итоговый алгоритм моделирования пассивных помех импульсным РЛС методами решетчатой фильтрации

Укрупненная структурная схема итогового алгоритма, реализующего предложенный в пп.2, 3 способ моделирования пассивных помех, приведена на рис. 2.

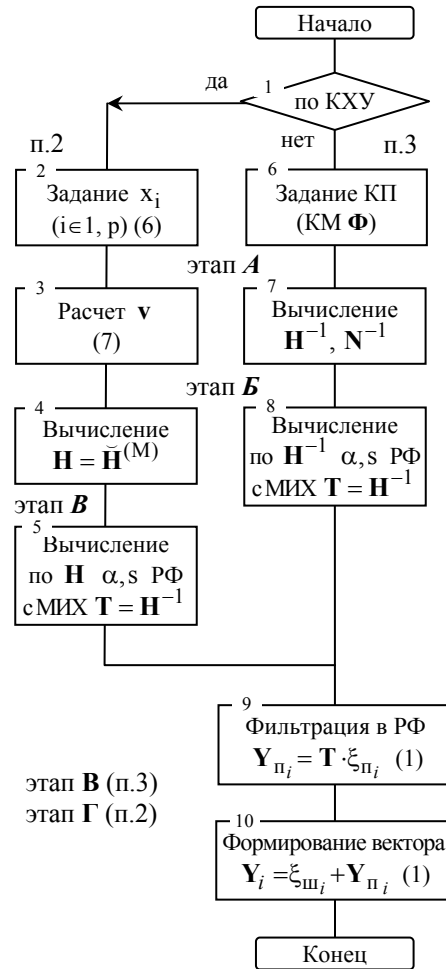


Рис. 2. Структурная схема алгоритма моделирования пассивных помех методами РФ

Алгоритм имеет две ветви, выбор одной из которых определяется выбором варианта задания моделируемой помехи. Первая (левая) ветвь (блоки 2...5) является базовой при моделировании АР-пассивных помех по заданным корням x_i ($i \in 1, p$) характеристического уравнения (6). Подходы к их выбору детально описан в [5] и определяется требуемыми формой спектра помехи или видом ее КМ междупериодных флуктуации.

Вторая (правая) ветвь (блоки 6...8) итогового алгоритма рис. 2 используется при задании корреляционной последовательности (КП) (функции) или

КМ процесса в целом. При этом обычно выбирается некоторая типовая корреляционная функция из перечня функций, приведенных, например, в [9, 5]. Правая ветвь алгоритма в равной мере пригодна и для моделирования активных помех на выходах M пространственных каналов приёма. Их специфика проявляется только в конкретном виде КМ активных помех, но не затрагивает состав и характер этой ветви. Блоки 9 и 10 являются общими при любом из выбранных способов задания исходных данных.

5. Результаты экспериментальной проверки

По алгоритму рис. 2 были сформированы K -мерные выборки помеховых векторов $\mathbf{Y}_i$ ($i \in 1, K$). На рис. 3 приведены примеры спектров междупериодных флуктуаций помех (рис. 3, а, б), смоделированных по КХУ (6) вида $x_\ell = |x_\ell| \cdot e^{j2\pi f_\ell}$ в первой (левой) ветви алгоритма (блоки 2...5, 9, 10) АР-

процессом $p = 5$ -го порядка ($\ell \in 1, p$) для случаев:

- а) кратных корней $x_\ell = x_0 = 0,9 \cdot e^{j2\pi \cdot 0,25}$;
- б) некратных корней $x_\ell = 0,95 \cdot e^{j2\pi \cdot (\ell-1) \cdot 0,1}$

при отношении "помеха / шум" $b = \sigma_n^2 / \sigma_{ш}^2 = 50$ дБ, и соответствующих им КП $\mathbf{g} = \{\rho(v)\}_{v=0}^{M-1}$ ($M = 10$) (рис. 3, в, г) (сплошные кривые). Остальные кривые являются "оценочными" и получены при оценивании параметров РФ на основе алгоритма Берга [7] по K -мерной выборке векторов $\mathbf{Y}_i$ смоделированного процесса с учетом теплицевости его КМ Φ . Штриховые кривые соответствуют использованию обучающей выборки большого объема ($K = 100$), а обозначенные точками — "малой" выборки ($K = M = 10$). Сопоставление оценочных кривых с "истинными" (сплошными кривыми) свидетельствует о высоком соответствии смоделированных помех заданным статистическим характеристикам.

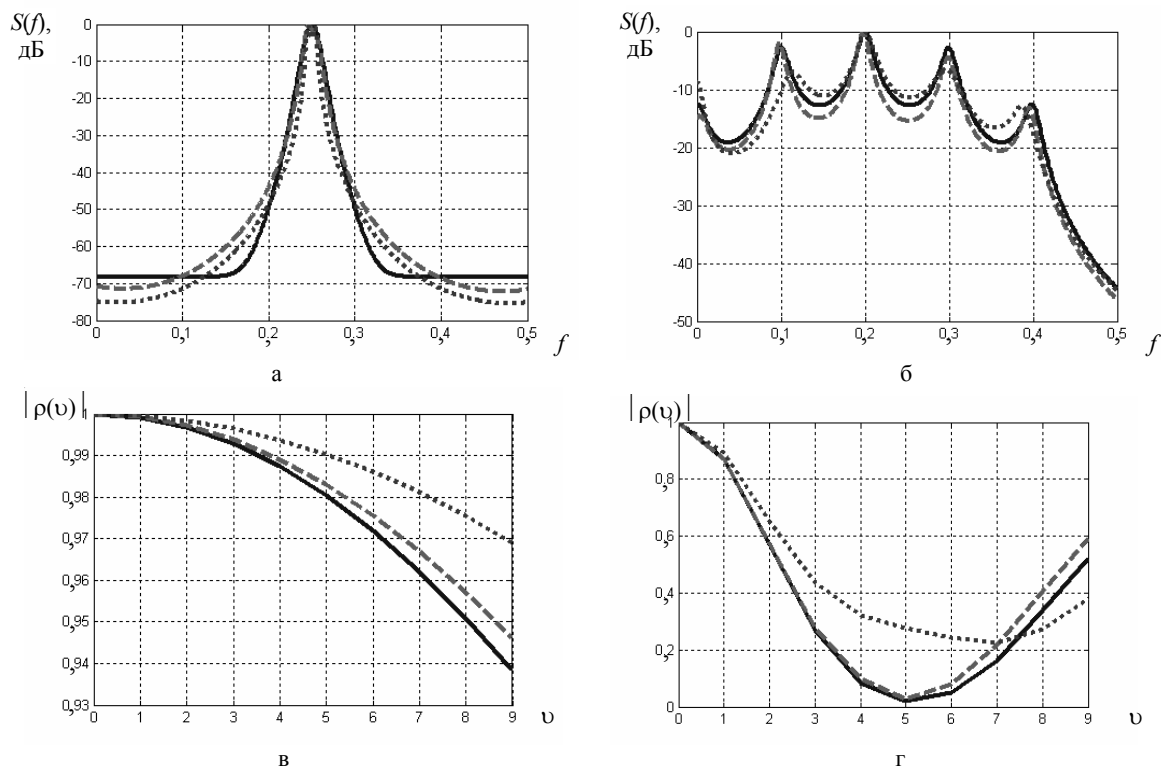


Рис. 3. Спектры и корреляционные последовательности модельных случайных процессов

Выводы

Предложен способ моделирования пассивных помех импульсным РЛС на основе обобщенной факторизации Левинсона (решетчатых фильтров), позволяющий формировать модельные случайные процессы с заданными формами спектров и типовыми корреляционными матрицами.

Разработаны "компактные" с точки зрения вычислительных затрат (за счет учета специфики эрмитовости, теплицевости) тестовых КМ, прежде все-

го междупериодных флуктуаций помех) универсальные алгоритмы реализации основных этапов моделирования как нетиповых, так и типовых случайных процессов. Причем "правая" ветвь алгоритма в равной мере пригодна и для моделирования активных помех на выходах M пространственных каналов приёма. Кроме того, существенно расширен набор модельных нетиповых корреляционных матриц (спектров) междупериодных флуктуаций, характерных для реальных пассивных помех.

Предложенный способ моделирования целесо-

образно использовать на этапе разработки адаптивных систем защиты от помех различного вида для статистической оценки эффективности таких систем с целью их сравнительного анализа и обоснованного выбора, а также для контроля работоспособности штатных цифровых систем помехозащиты.

Литература

1. Быков В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике / В.В. Быков. – М.: Сов. радио, 1971. – 328 с.
2. Ермаков С.М. Курс статистического моделирования / С.М. Ермаков, Г.А. Михайлов. – М.: Наука, 1976. – 320 с.
3. Леховицкий Д.И. Обобщенный алгоритм Левинсона и универсальные решетчатые фильтры / Д.И. Леховицкий // Изд. вузов. Радиофизика. – 1992. – Т.35, № 9-10. – С. 790-808.
4. Методы адаптивной решетчатой фильтрации в задачах пространственно-временной обработки сигналов / Д.И. Леховицкий, В.И. Зарицкий, И.Д. Раков, Б.Г. Свердлов, М.В. Ратынский // ПРЕПРИНТ 8610. – М.: РТИ АН СССР, 1987. – 30 с.
5. Леховицкий Д.И. Моделирование пассивных помех импульсным РЛС на основе процессов авторегрессии произвольного порядка / Д.И. Леховицкий, И.Г. Кириллов // Системи обробки інформації: Збірник наукових праць. – Х.: ХУПС, 2008. – Вип. 3 (70). – С. 90-101.
6. Леховицкий Д.И. Универсальные решетчатые фильтры. Ч. 1. Адаптация при заданной оценке корреляционной матрицы помех / Д.И. Леховицкий, И.Г. Кириллов, С.Б. Милованов // Деп. рукопись в ВИНИТЬ, рег. № 2127. – В92, 1992 (аннотация - Изв. вузов. Радиофизика. – 1992. – Т.35, № 3-4).
7. Леховицкий Д.И. Универсальные решётчатые фильтры. Ч. 2. Адаптация при заданном корне из оценочной корреляционной матрицы / Д.И. Леховицкий, С.Б. Милованов, И.Д. Раков, Б.Г. Свердлов // Изд. вузов. Радиофизика. – 1992. – Т.35, №11-12. – С. 963-991.
8. Корн Г. Справочник по математике для научных сотрудников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М., 1960. – 720 с.
9. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. – 2-е изд., перераб. и доп. / В.И. Тихонов. – М.: Радио и связь, 1982. – 624 с.

Поступила в редакцию 12.05.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Ю.М. Седишев, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

СПОСІБ МОДЕЛЮВАННЯ ПАСИВНИХ ЗАВАД ІМПУЛЬСНИМ РЛС МЕТОДАМИ РЕШІТЧАСТОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ

Д.І. Леховицький, І.Г. Кіріллов, Д.О. Лівіцький

Запропонований спосіб моделювання пасивних завад імпульсним РЛС на основі узагальненої факторизації Льовінсона (решітчастих фільтрів), що дозволяє формувати модельні випадкові процеси із заданими формами спектрів і типовими кореляційними функціями (матрицями). Розроблені "економічні" з погляду обчислювальних витрат універсальні алгоритми реалізації основних етапів моделювання розширеного набору випадкових процесів. Спосіб в рівній мірі придатний для моделювання як пасивних, так і активних завад на виходах просторових каналів прийому.

Ключові слова: пасивна завада, типова кореляційна функція, енергетичний спектр, узагальнена факторизація, решітчастий фільтр, трикутна матриця, матрична імпульсна характеристика.

THE SIMULATION TECHNIQUE OF CLUTTERS FOR PULSE RADARS BY METHODS OF LATTICE FILTRATION

D.I. Lekhovyt'skiy, I.G. Kirillov, D.A. Livytskiy

The simulation technique of clutters for pulse radars on the basis of the generalized factorization of Levinson (lattice filters), which makes it possible to form the model random processes with the given forms of spectra and typical correlation functions (matrixes) is offered. The "economical" from the viewpoint of computational burdens universal algorithms of realization of the basic stages of the random processes superset simulation are develop. The technique is equally suitable for the simulation of both passive and active clutters on the outputs of the spatial receive chains.

Key words: passive hindrance, model correlation function, power spectrum, generalized factorization, latticed filter, three-cornered matrix, matrix impulsive description.

Леховицкий Давид Исакович – д-р техн. наук, проф., гл. науч. сотр. НИЛ, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, e-mail: david@citylink.com.ua.

Кириллов Игорь Германович – канд. техн. наук, с. н. с., доц. кафедры, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков, e-mail: klin@vlink.kharkov.ua.

Ливіцький Дмитрій Александрович – курсант, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.