

УДК 681.518.54; 004.3.001.4

В.А. ТВЕРДОХЛЕБОВ*Институт проблем точной механики и управления РАН, Саратов, Россия***ТЕХНИЧЕСКОЕ ДИАГНОСТИРОВАНИЕ НА ОСНОВЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ СТРУКТУР ЗАКОНОВ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ**

Содержатся результаты, продолжающие исследование по переводу символьных моделей объектов технического диагностирования в числовые структуры. Приводится метод построения законов функционирования автомата по геометрической фигуре, интерпретируемой как фазовая картина. Показано использование рекуррентных форм при интерполяции частичной информации об объекте диагностирования. Предложены новые динамические характеристики фазовых картин и показана их систематизация в спектр характеристик.

техническое диагностирование, тест, автомат, геометрический образ законов функционирования, интерполяция, спектр диагностических параметров

Основные положения, с использованием которых была предложена и разработана математическая модель в форме конечного детерминированного автомата, относились к конкретному классу объектов – нервным сетям [1]. Для определения элементов сетей и правил композиции элементов сети оказалось достаточным привлечение средств явного задания конечных математических структур: таблиц, матриц, конечных графов, логических уравнений. Представленные этими средствами процессы функционирования автоматов вычисляются рекурсивно по отдельным тактам функционирования. Простота и наглядность практических действий с такими формами задания автоматов как таблицы, графы, матрицы и логические уравнения сделали эти средства основными для разработки методов анализа, синтеза, преобразования и распознавания поведения автоматов.

Применение автоматных моделей к сложным техническим системам показало не эффективность указанных средств задания автоматов. Символьное, а не числовое представление состояний и сигналов автомата исключает непосредственное использование развитого аппарата классической математики. В связи с этим в данной статье изложен фрагмент теории технического диагностирования сложных объектов, в которых законы функционирования автома-

та определены числовыми структурами в форме точек на геометрических линиях, а в методах технического диагностирования используются методы геометрии. Такой подход позволил исключить громоздкую символьную рекурсию при построении фазовых траекторий и фазовых картин для автоматов, ввести интерполяцию и экстраполяцию для расширения области частичного задания сложных объектов диагностирования, а главное, сделать развитый аппарат геометрии средством постановки и поиска решения задач технического диагностирования.

Геометрические образы инициальных конечных детерминированных автоматов впервые введены в работах [2, 3], а результаты последующих исследований предложены, например, в работах [4 – 7]. Геометрический образ γ_s законов функционирования (функции переходов $\delta: S \times X \rightarrow S$ и функции выходов $\lambda: S \times X \rightarrow Y$) инициального конечного детерминированного автомата $A^s = (S, X, Y, \delta, \lambda, s)$ с множествами состояний S , входных сигналов X и выходных сигналов Y определяется на основе введения линейного порядка ω в автоматном отображении $\rho_s = \bigcup_{p \in X^*} \{(p, \lambda(s, p))\}$.

Для этого с использованием линейных порядков ω_1 на множестве X^* всех конечных последователь-

ностей входных сигналов и ω_2 на множестве выходных сигналов Y определяется система символьных координат D с осью абсцисс (X^* , ω_1) и осью ординат (Y , ω_2). В системе координат D геометрический образ γ_s изображается как ломаная линия с вершинами, являющимися парами из ρ_s .

Преобразование геометрического образа γ_s с символьными координатами точек в числовую структуру определяется заменой каждой пары вида $(p, \tilde{\lambda}(s, p))$, где $\tilde{\lambda}(s, p)$ – последний знак последовательности $\lambda(s, p)$, точкой с числовыми координатами $(r_1(p), r_2(\lambda(s, p)))$, где r_i – номер элемента по порядку ω_i . Переход от символьных координат точек геометрического образа к числовым (в исходном случае положительным целочисленным) координатам позволяет размещать геометрические образы законов функционирования автомата на числовых кривых. Существенным является обратный переход от выбранных на числовой кривой точек и порядка их обхода к геометрическому образу γ_s инициального конечного детерминированного автомата (A, s) .

Переходы от геометрического образа γ_s к геометрической фигуре и от геометрической фигуры к геометрическому образу законов функционирования автомата составляют основу для разработки математических моделей сложных объектов технического диагностирования. В связи с этим рассмотрим методы таких переходов, то есть, путь замены символьных моделей числовыми структурами. Базовой структурой является последовательность элементов.

Пусть $U = \{u_1, u_2, \dots, u_k\}$ – конечное множество и $\xi = \langle u(1), u(2), \dots, u(t') \rangle$ – конечная последовательность элементов из множества U . Рекуррентная форма $F(z_1, z_2, \dots, z_m) = z_{m+1}$ порядка m определяет последовательность ξ , если для любого t , $m < t \leq t'$, выполняется равенство $F(u(t-m), u(t-m-1), \dots, u(t-1)) = u(t)$. Очевидно, что для любой последовательности ξ существует рекуррентная фор-

ма порядка $t' - 1$, определяющая ξ . В случае, когда $t' > m$ и рекуррентная форма порядка m определяет последовательность ξ , эту последовательность можно представить в виде $\xi = \xi_1(\xi_2)^c \xi_3$, где ξ_1 – непериодическая последовательность, $(\xi_2)^c$ – периодическая последовательность из c периодов ξ_2 , а ξ_3 – часть периода ξ_2 . (Каждая или каждые две из таких подпоследовательностей могут быть пустыми).

С помощью геометрического образа γ_s инициального конечного детерминированного автомата (A, s) , где $A = (S, X, Y, \delta, \lambda)$, последовательность ξ можно интерпретировать как задание законов функционирования автомата (A, s) или как определение конкретного процесса функционирования. Для этого последовательность ξ полагается последовательностью вторых координат вершин геометрического образа, выбирается конечное непустое множество $X = \{x_1, x_2, \dots, x_v\}$, из которого строится и упорядочивается по линейному порядку ω_1 множество X^* . Последовательности ξ и $\eta = \langle x_1, x_2, \dots, x_v, x_1x_1, x_1x_2, \dots, x_vx_v, \dots, p_0 \rangle$ поэлементно совмещаются в координаты вершин геометрического образа γ_s . (В последовательности η элемент p_0 , $p_0 \in X^*$, имеет номер t').

Метод построения геометрического образа законов функционирования автомата

1). Множество состояний S задаётся как подмножество $S \subset \{s_p\}_{p \in X^*}$ по правилу для любых $x \in X$ и $p \in X^*$ $\delta(s_p, x) = s_{px}$ при $s = s_\varepsilon$ (где ε – единица по конкатенации "•" в полугруппе (X, \bullet)).

2). Таблицы T_δ и T_λ имеют заглавный столбец из множества входных сигналов X и заглавную строку для состояний $S = \{s_\varepsilon, s_{x_1}, s_{x_2}, \dots, s_{x_{p_0}}\}$, где значение величины p_0 определяется длиной последовательности ξ : $p_0 = \left\lceil \frac{t'}{v} \right\rceil + 1$, если t' не делится нацело

на v , и $p_0 = \left[\frac{t'}{v} \right]$ в противоположном случае.

3). Таблица T_δ заполняется по правилу $\delta(s_p, x) = s_{px}$ с последующим определением классов эквивалентных состояний.

4). Таблица T_λ строится заполнением её клеток сверху вниз и слева направо элементами последовательности ξ . Значения в незаполненных клетках доопределяются по выбранному правилу.

Примечание. При построении таблицы T_λ в соответствии с п.4 вводятся соответствия, которые отсутствуют в заглавной строке таблицы. Исключение таких состояний осуществляется заменой их на состояния по некоторому выбранному правилу.

Рассмотрим пример определения законов

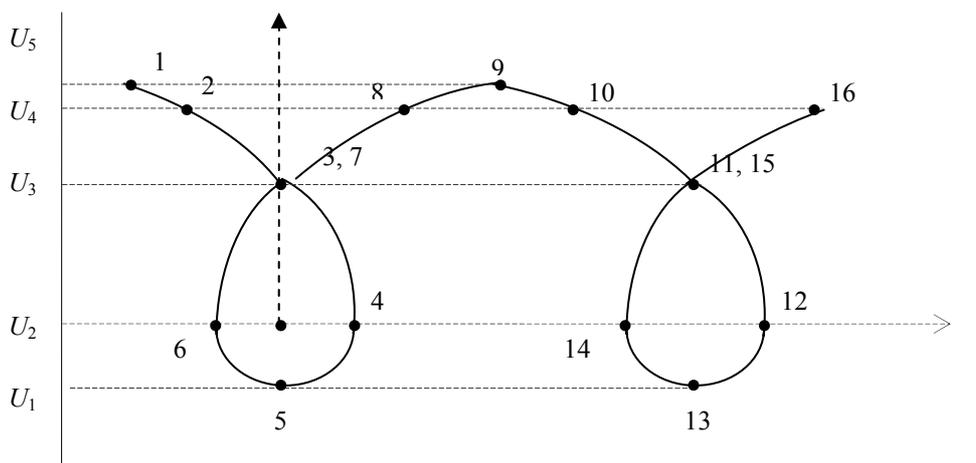


Рис. 1. Часть трохойды с выбранными на ней точками 1 – 16, обходом линии и определением множества $U = \{u_1, u_2, \dots, u_5\}$

функционирования инициального конечного детерминированного автомата по заданной последовательности ξ .

Включим в пример иллюстрацию метода построения последовательностей ξ на основе выбора точек на заданной геометрической кривой линии. На рис. 1 показаны часть трохойды, выбор на ней 14 точек и направления обхода трохойды, порождающего последовательность

$$\xi_0 = \langle u_5, u_4, u_3, u_2, u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_4, u_3, u_2, u_1, u_2, u_3, u_4 \rangle. \quad (1)$$

Выбрав множество $X = \{0,1\}$, получаем, изображённую на рис. 2, часть геометрического образа инициального конечного детерминированного автомата (A, s) , где $A = (S, \{0,1\}, \{u_1, u_2, \dots, u_5\}, \delta, \lambda)$.

Таблица 1

Переходы и выходы автомата

δ	s_ε	s_0	s_1	s_{00}	s_{01}	s_{10}	s_{11}	s_{000}
λ								
0	s_0 u_5	s_{00} u_3	s_{10} u_1	s_{000} u_3	s_{01} u_5	s_{10} u_3	s_{11} u_1	s_{000} u_3
1	s_1 u_4	s_{01} u_2	s_{11} u_2	s_{000} u_4	s_{01} u_4	s_{10} u_2	s_{11} u_2	s_{000} u_4

Этой частью геометрического образа γ_s функции δ и λ полностью определены для множества

состояний $\{s_\varepsilon, s_0, s_1, \dots, s_{000}\}$. Получаем частично заполненную совмещённую табл. 1 переходов и выходов автомата. В табл. 1 выделена полностью опре-

делённая последовательностью ξ_0 и выбором $X = \{0,1\}$ часть таблицы.

В незаполненных полуклетках таблицы содержатся состояния $s_{001}, s_{010}, \dots, s_{0001}$, которые отсутствуют в главной строке таблицы и которые следует заменить на состояния из множества $\{s_\varepsilon, s_0, \dots, s_{000}\}$

по выбранному правилу замены. Такими правилами могут быть в зависимости от интерпретации автомата заполнение пустых полуклеток начальным состоянием s_ε , некоторой последовательностью полностью определённых состояний и т.п.

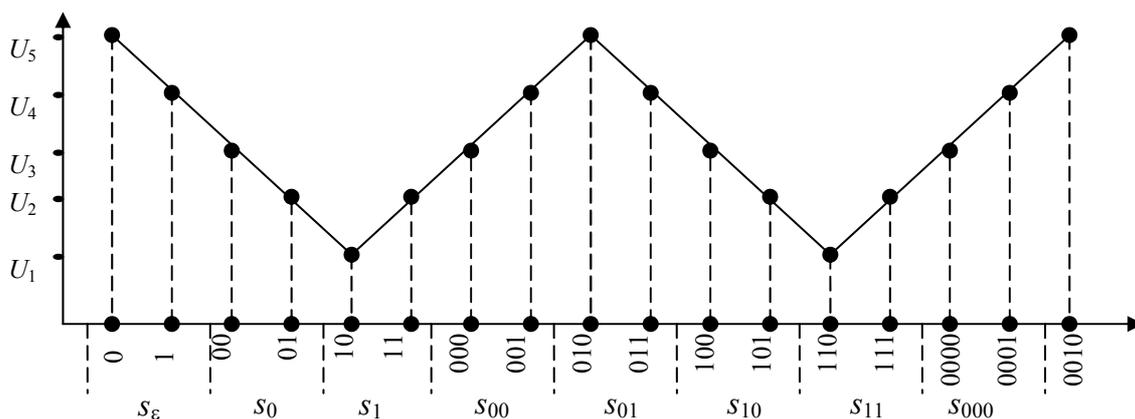


Рис. 2. Часть геометрического образа автомата, которая соответствует последовательности ξ вида (а)

Метод перевода последовательности точек на кривой линии в последовательность выходных сигналов автомата и метод построения по заданной последовательности элементов из конечного множества части геометрического образа инициального конечного детерминированного автомата позволяют разрабатывать математический аппарат технического диагностирования сложных объектов на принципиально новых идеях. Новый подход к разработке математических моделей сложных объектов технического диагностирования позволяет некоторые задачи и теоретические вопросы ставить и решать с использованием мощного аппарата геометрии и вычислительных процедур, которые невозможны в символической математике. Например, геометрические образы с числовыми координатами вершин позволяют располагать вершины на (числовых) кривых линиях при аналитическом задании таких линий уравнениями. Появляется возможность пополнять частичные геометрические образы автоматов с использованием методов интерполяции и экстраполяции.

Кроме этого, методы анализа и распознавания законов функционирования автоматов предлагается разрабатывать на основе методов анализа кривых линий и развитых аналитических методов геометрии. Использование уравнений, определяющих кривые в декартовой системе координат на плоскости, позволяет "видеть" законы функционирования автоматов в целом, на всей оси абсцисс, то есть, на любом интервале времени функционирования автомата. (При задании автомата таблицами, графами, матрицами, логическими уравнениями построение процессов функционирования требует рекурсивных вычислений, объем которых увеличивается по геометрической прогрессии).

Переход от эффективных в локальной технической диагностике средств задания объектов диагностирования (таблиц, матриц, графов, логических уравнений) к принципиально новому заданию законов функционирования автоматов геометрическими образами (выбранными точками на числовых кривых линиях) ряд принципиально важных вопросов

транслирует в новые и трудные для решения вопросы. Например, требует решения проблема: как свойства законов функционирования автоматов связаны со свойствами геометрических образов и кривых линий? Существенным является вопрос, как при интерполяции и экстраполяции частично определённых геометрических образов расширить определение законов функционирования объектов диагностирования с достаточно точным приближением?

Предлагаемый подход к разработке моделей и методов технического диагностирования сложных объектов представляется перспективным и впервые систематизировано использует мощные средства геометрии и непрерывной математики. Естественно ожидать, что новые модели и методы окажутся более сложными и с меньшей интуитивной обозримостью. Отметим, что традиционные методы технического диагностирования не используют связи свойств математических структур со свойствами законов функционирования объекта диагностирования.

Законы функционирования дискретных автоматов представлены во всех способах задания (таблицами, матрицами, графами, логическими уравнениями), кроме задания геометрическими образами, только связью, направленной от аргументов к значениям функции. Использование геометрического образа функций переходов и выходов автомата позволяет определить эти функции на принципиально новой основе – последовательностью рекуррентных отношений только для последовательности входных сигналов (рис. 3).

На рис. 3 заданы два варианта представления диагностической информации – связи входной последовательности p и наблюдаемой реакции z_{m+1} . Рекуррентная форма F используется для интерполяции и экстраполяции, а функция f для определения связи от аргумента p к значению функции $f(p) = z_{m+1}$. Функция f предполагается заданной числовыми уравнениями для кривой линии \mathcal{L} , на которой расположены точки геометрического образа γ_s .

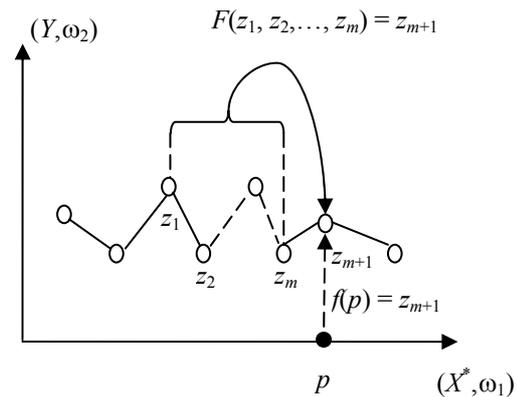


Рис. 3. Два основных варианта вычисления диагностической информации z_{m+1} : с использованием рекуррентной формы F и функции f

При локальной технической диагностике, то есть, диагностике отдельных элементов, узлов, небольших блоков и т.п. технических систем, определяются и анализируются элементы таблиц, матриц, графов и не используются фундаментальные математические свойства этих структур. Задание законов функционирования объектов диагностирования геометрическими фигурами позволяет рассматривать свойства фигур. Обзор специальной литературы показал, что еще не разработаны формальные средства (параметры, свойства, характеристики) для анализа кривых, ориентированные на задачи технического диагностирования. В связи с этим основным результатом данной статьи является разработка параметров, представляющих свойства кривых линий и расположение на них точек геометрического образа, и методы вычисления значений параметров.

Спектр динамических характеристик последовательности

Исследования, проведенные при разработке фрагмента геометрической теории конечных и бесконечных дискретных детерминированных автоматов, показали, что имеющиеся в геометрии параметры и свойства параметров, характеризующие кривые линии, недостаточны для характеристики геометрических образов законов функционирования автоматов.

В связи с этим предлагается введение параметров, характеризующих динамику изменений правил определения последовательностей. Основная идея выбора и систематизации в спектр таких параметров заключается в следующем:

- выбирается конечное семейство правил $\Theta = \{P_i\}_{i \in I}$, каждое из которых определяет построение конкретных последовательностей, и рассматриваемая последовательность покрывается конечными по длине отрезками, определяемыми отдельными правилами из Θ ;

- длины отрезков, покрывающих последовательность, характеристики правил из семейства правил Θ , а также характеристики общего правила для смены правил из Θ полагаются параметрами рассматриваемой последовательности;

- в качестве правил P_i в семействе правил Θ используются рекуррентные формы;

- общее правило для смены правил из Θ при определении последовательности задается на основе счета отрезков слева направо и зависимости правила P_{i+1} от правила P_i и его номера i .

На уровне $\Omega_3(\bar{\xi})$ спектра $\Omega(\bar{\xi})$ используются не только отдельные рекуррентные формы, но и последовательности рекуррентных форм с точным взаиморасположением реализаций рекуррентных форм. Такие последовательности будем называть рекуррентно-автоматными формами.

Точным определением рекуррентной формы $F(z_1, z_2, \dots, z_m) = z_{m+1}$ порядка m , где переменные z_i , $1 \leq i \leq m+1$, заданы на множестве U , является функция f вида $f: U^m \rightarrow U$. Для рекуррентно-автоматной формы точной структурой является конечный (или бесконечный по числу состояний) дискретный детерминированный автомат.

Автомат, реализующий рекуррентно-автоматную форму, может быть построен как "механизм", допускающий последовательность, и как "механизм",

порождающий последовательность.

Пусть $U = \{u_1, u_2, \dots, u_k\}$ – конечное множество и ξ последовательность элементов из множества U : $\xi = \langle u(1), u(2), \dots, u(t), \dots \rangle$. Конечную часть последовательности ξ , начинающуюся элементом $u(t)$ и заканчивающуюся элементом $u(t + \tau)$, будем обозначать $\xi(t, \tau)$. Множества всех конечных последовательностей, всех конечных последовательностей длины v и бесконечных последовательностей элементов из множества U будем обозначать соответственно U^* , U^v , U^∞ . Спектр $\Omega(\xi)$ динамических характеристик последовательности $\xi \in U^* \cup U^\infty$ имеет иерархическую структуру, состоящую из четырех уровней $\Omega_1(\xi)$, $\Omega_2(\xi)$, $\Omega_3(\xi)$, $\Omega_4(\xi)$. Каждый конкретный вариант реализации (представление значениями параметров) любого уровня $\Omega_i(\xi)$ определяет разбиение множеств U^* , U^v , U^∞ на подмножества по свойствам совпадения характеристик, соответствующих уровню.

Рассмотрим спектр для конечной последовательности $\bar{\xi}$. Правило, представленное алгоритмом, определяет первый уровень $\Omega_1(\bar{\xi})$ спектра $\Omega(\bar{\xi})$ для последовательности $\bar{\xi} \in U^*$ как наименьший порядок $m_{\bar{\xi}}$ рекуррентной формы $F(z_1, z_2, \dots, z_{m_{\bar{\xi}}}) = z_{m_{\bar{\xi}}+1}$, которая задает для любого t , где $m_{\bar{\xi}} < t \leq |\bar{\xi}|$, функциональную зависимость элемента $u(t)$ последовательности $\bar{\xi}$ от элементов $u(t - m_{\bar{\xi}})$, $u(t - m_{\bar{\xi}} + 1)$, \dots , $u(t - 1)$. Рекуррентная форма правила делает его точным, но сужает область применения. Например, для последовательности, являющейся десятичным представлением иррационального числа π существует единая и полностью определенная формула для вычисления любого элемента последовательности, рекуррентные формы таким свойством не обладают.

Второй уровень $\Omega_2(\bar{\xi})$ спектра $\Omega(\bar{\xi})$ для последовательности $\bar{\xi} \in U^*$, имеющий длину $d(\bar{\xi})$, определяется с использованием рекуррентных форм порядков $1, 2, \dots, m_{\bar{\xi}}$. Для каждого порядка m , где $1 \leq m \leq m_{\bar{\xi}}$, вычисляется наибольшая длина $d_2^m(\bar{\xi})$ начального отрезка последовательности $\bar{\xi}$, для которого существует определяющая рекуррентная форма порядка m . Следовательно, по построению $\Omega_2(\bar{\xi}) = \left(d_2^1(\bar{\xi}), d_2^2(\bar{\xi}), \dots, d_2^{m_{\bar{\xi}}-1}(\bar{\xi}), d_2^{m_{\bar{\xi}}}(\bar{\xi}) \right)$ и второй уровень $\Omega_2(\bar{\xi})$ спектра $\Omega(\bar{\xi})$ представляет динамику требующегося пополнения единого правила, определяющего всю последовательность $\bar{\xi}$ через определения возрастающих начальных отрезков.

На третьем уровне $\Omega_3(\bar{\xi})$ спектра $\Omega(\bar{\xi})$ рассматриваемая последовательность $\bar{\xi} \in U^*$ характеризуется по динамике изменения правил для определения отрезков, покрывающих последовательность $\bar{\xi}$. На этом уровне осуществляется принципиально важный переход от использования одной рекуррентной формы, используемой для определения всей последовательности $\bar{\xi}$, к применению последовательности рекуррентных форм одного и того же порядка m , где $1 \leq m \leq m_{\bar{\xi}}$. Это означает, что в уровне $\Omega_3(\bar{\xi})$ спектра $\Omega(\bar{\xi})$ каждый порядок m рекуррентных форм представлен длинами отрезков последовательностей, определяемыми рекуррентными формами:

$$\Omega_3^m(\bar{\xi}) = \left(d_3^m(\bar{\xi}, 1), d_3^m(\bar{\xi}, 2), \dots, d_3^m(\bar{\xi}, k_{\bar{\xi}}^m) \right),$$

где $d_3^m(\bar{\xi}, i)$ – длина i -го отрезка, определяемого i -ой по порядку рекуррентной формой, а $k_{\bar{\xi}}^m$ – число смен рекуррентных форм порядка m , использованных для определения последовательности $\bar{\xi}$.

Четвертый уровень $\Omega_4(\bar{\xi})$ спектра $\Omega(\bar{\xi})$ к характеристике последовательности $\bar{\xi}$ по количеству изменений правил, определяющих взаиморасположение элементов в последовательности и величинам областей действия правил, представленной на уровне $\Omega_1(\bar{\xi}) - \Omega_3(\bar{\xi})$, добавляет оценку сложности правил и вариантов использования правил. В достаточно общем случае можно вводить веса правил (рекуррентных форм) и веса реализации правил (используемых при определении отрезка частей областей задания рекуррентных форм). Например, для каждого шага применения рекуррентной формы $F(z_1^0, z_2^0, \dots, z_m^0) = z_{m+1}^0$, то есть, для набора $(z_1^0, z_2^0, \dots, z_m^0)$ задается вес $\Theta(z_1^0, z_2^0, \dots, z_m^0)$ в числовой форме и сумма весов всех шагов применения рекуррентной формы для последовательности полагается весом последовательности.

Вычисленный и построенный спектр динамических параметров геометрического образа сложного объекта диагностирования может быть использован как для оценки законов функционирования объекта, так и для поиска областей эффективности диагностических процедур.

Разработанный математический аппарат базируется на следующих положениях:

- закон функционирования объекта диагностирования и соответствующие им фазовые картины можно задавать геометрическими фигурами как с символическими, так и с числовыми координатами;
- геометрический образ полностью определяется последовательностью вторых координат точек, так как вторые координаты точек линейно упорядочены, что позволяет исследовать законы функционирования автоматов как последовательности элементов;
- покрытие последовательности рекуррентными формами, определяющими отдельные отрезки последовательности, позволяет в качестве фундамен-

тальных свойств законов функционирования дискретных детерминированных динамических систем использовать свойства рекуррентных форм и порядков покрытия ими последовательности.

Основным параметром полагается порядок рекуррентной формы, а основным используемым свойством – взаиморасположение рекуррентных форм при покрытии (определении) последовательности. Это означает, что общие правила задания последовательности разделены и представлены последовательностью правил для задания отдельных отрезков последовательности. Математической структурой правила является рекуррентная форма.

Для классификации законов функционирования автоматов по последовательностям рекуррентных отношений, определяющих последовательности вторых координат точек образов, расширяется понятие рекуррентного отношения до понятия рекуррентно-автоматного отношения. Такое расширение вызвано необходимостью заменять рекуррентные отношения в случаях, когда свойства используемого рекуррентного отношения оказываются не соответствующими свойствам всей определяемой последовательности.

Порядки рекуррентных форм, длины отрезков, определяемых рекуррентными формами в рассматриваемой последовательности до возникновения противоречия, «сложность» используемых рекуррентных форм – все это совмещается в вводимых спектре рекуррентных форм и спектре рекуррентно-автоматных форм.

В указанных спектрах представлены следующие параметры и характеристики рассматриваемых последовательностей (для конечных, бесконечных периодических и бесконечных с конечным непериодическим префиксом и периодическим продолжением последовательностей):

– наименьший порядок m_{\min} рекуррентной формы, полностью определяющей исследуемую последовательность;

– для каждого порядка m , $m \in \{1, 2, \dots, m_0\}$, где $m_0 = d - 1$ и d – длина исследуемой последовательности, спектр длин $d_1^m, d_2^m, \dots, d_{m_0}^m$ префиксов исследуемой последовательности, определяемых без изменения используемой рекуррентной формы;

– набор спектров длин отрезков последовательности, определяемых отдельными рекуррентными формами возрастающих порядков $1, 2, \dots, m_0$, то есть, в набор входят для каждого m , где $m \in \{1, 2, \dots, m_0\}$, последовательность длин отрезков, определяемых рекуррентными формами порядка m .

Используемые при построении спектров рекуррентные формы могут быть оценены по введенному весу отдельных связей аргументов со значением рекуррентной формы. Это позволит продолжить разбиение классов последовательностей, эквивалентных по введенным выше спектрам, на подклассы.

Фундаментальная роль предлагаемых спектров рекуррентных форм, покрывающих последовательности (вторых координат вершин геометрического образа) и их отдельные отрезки определяется возможностью выражать свойства законов функционирования через свойства спектров. Для практического применения спектров рекуррентных форм в техническом диагностировании требующийся математический аппарат еще не разработан. Диагностическая информация, получаемая при техническом диагностировании сложных систем, характеризуется неполной. В связи с этим при построении спектров используются методы интерполяции и экстраполяции, с помощью которых определяются в геометрических образах точки совпадения и точки несовпадения законов функционирования.

Рассмотрим схему и основные положения метода поиска диагностического теста с использованием частично определенных геометрических образов законов функционирования объекта диагностирования. Ограничимся анализом двух неисправностей a_1 и a_2 объекта диагностирования R , порождающими

законы функционирования Φ_1 и Φ_2 . В условия задачи включаем следующие предположения и исходные данные:

– законы функционирования Φ_1 и Φ_2 частично определены соответственно множествами M_1 и M_2 связей диагностических воздействий и наблюдаемых реакций на них, где

$$M_1 = \{(x_0^1, y_0^1), (x_1^1, y_1^1), \dots, (x_{n_1}^1, y_{n_1}^1)\};$$

$$M_2 = \{(x_0^2, y_0^2), (x_1^2, y_1^2), \dots, (x_{n_2}^2, y_{n_2}^2)\};$$

– равенства $x_0^1 = x_0^2$ и $x_{n_1}^1 = x_{n_2}^2$, отделяющие

интерполяцию от экстраполяции;

– условие: для любых $1 \leq i \leq n_1$ и $1 \leq j \leq n_2$ из $x_i^1 = x_j^2$ следует, что $y_i^1 = y_j^2$ (исключающее внесение решения в исходные данные);

– неравенство $\{x_0^1, x_1^1, \dots, x_{n_1}^1\} \neq \{x_0^2, x_1^2, \dots, x_{n_2}^2\}$ (позволяющее давать интерполяции диагностическую интерпретацию).

На основе анализа свойств технической системы R , неисправностей a_1 и a_2 , множеств M_1 и M_2 и других факторов (интерполяционных формул Лагранжа, Ньютона, Гаусса, Стирлинга и т.д.) выбирается метод интерполяции. Например, для рассматриваемого случая получаем интерполяционные полиномы Лагранжа:

$$P^i(x) = \prod_{v=0}^{n_i} (x - x_v^i) \frac{y_v^i}{(x - x_v^i) \cdot \Phi^i(x_v^i)},$$

где

$$\Phi^i(x_v^i) = (x_v^i - x_0^i) \dots (x_v^i - x_{v-1}^i) \cdot (x_v^i - x_{v+1}^i) \dots (x_v^i - x_{n_i}^i);$$

$$\Phi^i(x) = (x - x_0^i)(x - x_1^i) \dots (x - x_{n_i}^i), \quad i = 1, 2.$$

Каждая точка оси абсцисс системы координат, в которой изображен геометрический образ законов функционирования объекта диагностирования, имеет интерпретацию как диагностическое воздействие.

Схема трех типов функциональных связей <диагностическое воздействие, реакция>, представлен-

ных в частично определенных законах функционирования при неисправностях a_1 и a_2 изображена на рис. 4:

– связи, совпадающие при неисправностях a_1 и a_2 на воздействиях $x_0^1 = x_0^2, x_4^1 = x_4^2, x_{n_1}^1 = x_{n_2}^2$;

– связи, представленные только для неисправности a_1 на воздействиях x_1^1, x_i^1 ;

– связи, представленные только для неисправности a_2 на воздействиях $x_1^2, x_2^2, x_3^2, x_j^2$.

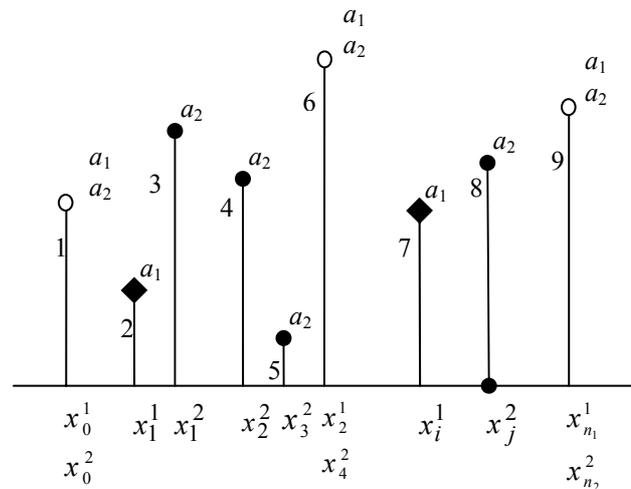


Рис. 4. Схема трех типов связей <диагностическое воздействие, диагностическая реакция>, которые представлены в частично определенных законах функционирования при неисправностях a_1 и a_2 : ○ – связи, реализуемые при обеих неисправностях; ◆ – связи, реализуемые при неисправности a_1 ; ● – связи, реализуемые при неисправности a_2

Интерполяционные многочлены $P^1(x)$ и $P^2(x)$, определяющие законы функционирования при неисправностях a_1 и a_2 , строятся соответственно по точкам $\{1,2,6,7,9\}$ и $\{1,3,4,5,6,8,9\}$. Диагностические процедуры могут оказаться эффективными при, во-первых, отличии значений многочлена $P^1(x)$ от значений многочлена $P^2(x)$ в точках $\{2,3,4,5,7,8\}$, во-вторых, при отличии значений интерполяционных многочленов в точках, не связанных с узлами интерполяции. Построенные на основе формального

метода интерполяционные многочлены $P^1(x)$ и $P^2(x)$ могут не соответствовать реальным свойствам функционирования объекта диагностирования при неисправностях a_1 и a_2 . В связи с этим выбор метода интерполяции остается принципиально важной задачей в техническом диагностировании с использованием интерполяции. Неравенство

$$P^1(x) \neq P^2(x)$$

является только необходимым условием для определения эффективного диагностического воздействия для распознавания неисправностей a_1 и a_2 .

Для того, чтобы неравенство

$$P^1(\alpha) \neq P^2(\alpha)$$

для конкретной точки α оси абсцисс определяло решение задачи распознавания неисправностей a_1 и a_2 , требуется наличие интерпретации α как диагностического воздействия. Следовательно, при поиске диагностических процедур требуется выбор метода интерполяции, соответствующего свойствам законов функционирования реального объекта диагностирования, а неравенство полиномов должно рассматриваться только для точек, имеющих диагностическую интерпретацию.

Заключение

В статье изложены результаты по разработке геометрических моделей законов функционирования сложных дискретных динамических систем.

Рассмотрено представление законов функционирования точками на геометрических фигурах.

Показана связь рекуррентного определения законов и задания законов уравнениями для геометрических фигур.

Введены спектры параметров рекуррентных форм, представляющих свойства законов функционирования автоматов.

Литература

1. McCulloch W., Pitts. A logical calculus of the

ideas immanent in nervous activity // Bull. Math. Biophys. – 1943. – № 5. – P. 115-133.

2. Твердохлебов В.А. Техническое диагностирование в геометрической интерпретации задач, моделей и методов // Материалы Междунар. конф. «Автоматизация проектирования дискретных систем». Т.1. – Минск, 1995. – С. 97.

3. Твердохлебов В.А. Распознавание автоматов на основе геометрической интерпретации // Тезисы докладов XI Междунар. конф. «Проблемы теоретической кибернетики». – М., 1996. – С. 191.

4. Твердохлебов В.А. Дискретные пространства в задачах управления и диагностирования // Автоматизация проектирования дискретных систем; Материалы 5 Междунар. конф. Т.2. – Минск, 2004. – С. 104-113.

5. Твердохлебов В.А. Геометрические образы конечных детерминированных автоматов // Известия саратовского университета (Новая серия). – 2005. – Т. 5, вып. 1. – С. 141-153.

6. Твердохлебов В.А. Геометрические образы поведения дискретных детерминированных систем // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2006. – № 5. – С. 161-165.

7. Твердохлебов В.А. Техническое диагностирование на основе интерполяции законов функционирования // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 2006. – № 4. – С. 38-41.

8. Твердохлебов В.А. Интерполяция и рекуррентные модели в техническом диагностировании больших систем // В кн.: Проблемы и перспективы прецизионной механики и управления в машиностроении. – Саратов. – 2006. – С. 68-80.

Поступила в редакцию 22.02.2006

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.Ю. Соколов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.