

УДК 681.3(075.8)

В.С. ХАРЧЕНКО<sup>1</sup>, В.В. СКЛЯР<sup>2</sup>, А.Д. ГЕРАСИМЕНКО<sup>3</sup><sup>1</sup> *Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина*<sup>2</sup> *Государственный научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности, Украина*<sup>3</sup> *ЗАО «Радий», Украина*

## МОДЕЛИ НАДЕЖНОСТИ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ С СЕТЕВЫМ МНОГОЯРУСНЫМ МОСТИКОВЫМ МАЖОРИТИРОВАНИЕМ

Разработаны модели надежности информационно-управляющих систем с сетевым многоярусным мостиковым мажоритированием, учитывающие особенности распределенной реализации мажоритарных элементов при многоканальной организации систем и позволяющие повысить точность оценки безотказности.

**оценка надежности, сетевое многоярусное мостиковое мажоритирование**

### Постановка задачи и обзор публикаций

К информационно-управляющим системам (ИУС) технических комплексов критического использования (ТККИ) предъявляются жесткие требования по надежности, точности и достоверности [1]. Традиционно такие системы реализуются на базе трехканальной мажоритарно-резервированной архитектуры, которая позволяет выполнить указанные требования при минимальных затратах [2].

Для повышения достоверности между каналами ИУС могут быть организованы линии связи, выполняющие функции информационного обмена. При помощи линий связи также может быть организовано сетевое мажоритирование «2 из 3». Современная элементная база позволяет реализовать мажоритарные элементы в составе программируемых компонентов. Подобный подход к построению архитектуры ИУС применим при реализации концепции построения системы на кристалле (SoC – System on Crystal).

Линии связи, помимо кабеля, включают приемники и передатчики сигналов, и, следовательно, имеют неидеальную надежность. Для учета надежности линий связи между каналами ИУС должна быть построена мостиковая структурная схема на-

дежности (ССН), а затем должна быть разработана аналитическая модель надежности. На практике анализ мостиковых ССН представляет определенную трудность по причине необходимости перебора всех комбинаций состояний элементов [3].

Следует отметить, что существующие методы и модели оценки надежности [4 – 8] не позволяют учесть при расчете надежность линий связи в составе сетевых мажоритарных элементов.

**Целью статьи** является разработка модели надежности, позволяющей выполнить оценку информационно-управляющих систем с сетевым многоярусным мостиковым мажоритированием.

### Разработка модели надежности ИУ с сетевым двухъярусным мостиковым мажоритированием

ССН с сетевым раздельным мажоритарным резервированием с учетом линий связи между каналами представлена на рис. 1. ССН отражает случай, когда мажоритарные элементы реализуются внутри программируемых компонентов всех трех каналов ИУС. Межканальный обмен реализуется при помощи дополнительных линий связи, обозначенных через  $P_E$ . При такой реализации межканального обмена необходимы шесть линий связи, которые свя-

зывают мажоритарные элементы каждого из каналов с предшествующими ярусами каждого из двух соседних каналов.

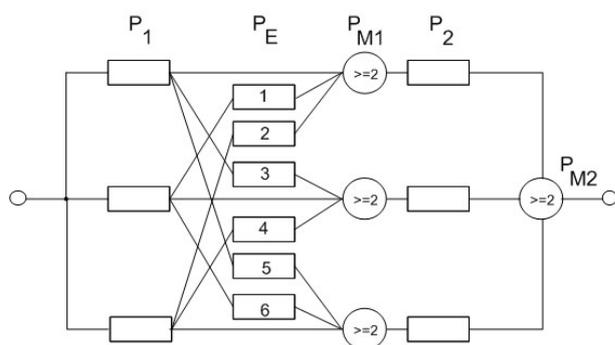


Рис. 1. Структурная схема надежности для двухъярусной ССМММ

Процедура получения аналитической модели для оценки безотказности двухъярусной ССМММ включает следующие операции:

1) анализ и выделение групп событий, влияющих на работоспособность первого и второго яруса в условиях наложения отказов;

2) перебор комбинаций отказов линий связи, влияющих на работоспособность сетевых мажоритарных элементов;

3) определение вероятностей событий, соответствующих работоспособному состоянию двух или трех мажоритарных элементов при работоспособных двух или трех основных элементах;

4) определение вероятностей для групп первоначально выделенных событий, влияющих на работоспособность первого и второго яруса в условиях наложения отказов;

5) окончательная «сборка» аналитической модели.

Для получения аналитической модели ВБР для двух последовательно соединенных элементов с сетевым раздельным мажоритарным резервированием с учетом линий связи между каналами (рис. 1) необходимо провести разложение по мостиковым элементам. Полученный тип ССН образует класс резервированных систем, которые можно назвать системами с сетевым многоярусным мостиковым

мажоритированием (ССМММ). В известной литературе [3] описаны методики решения задач оценки безотказности систем, имеющих топологию с мостиковыми элементами, разложение по которым позволяет получать последовательно-параллельное представление.

Поскольку в данном случае ССН представляет собой многоярусную мажоритарно-резервированную структуру с мостиковыми элементами, то необходимо разработать специальную процедуру разложения. Предлагаемая в работе процедура разложения ССМММ позволяет уйти от полного перебора состояний. Поскольку сетевой мажоритарный элемент, применяемый в ССМММ, является активным и позволяет менять структуру системы, то в данном случае применение комбинаторного анализа позволяет уменьшить размерность задачи и заменить неявное мостиковое разложение процедурой направленного перебора состояний.

Для этого следует проанализировать работоспособность первого и второго яруса в условиях наложения отказов. Во втором ярусе реализован обычный мажоритарный элемент «2 из 3». Первый ярус будет работоспособен в том случае, когда будут сформированы сигналы на выходах двух или трех сетевых мажоритарных элементов. Рассмотрим для первого яруса ССН события, состоящие в возникновении отказов основных элементов и линий связи. Такие события влияют на наличие сигналов на выходах сетевых мажоритарных элементов. Необходимо рассмотреть четыре группы событий:

– работоспособны три основных элемента и три сетевых мажоритарных элемента;

– работоспособны три основных элемента и два сетевых мажоритарных элемента;

– работоспособны два основных элемента и три сетевых мажоритарных элемента;

– работоспособны два основных элемента и два сетевых мажоритарных элемента.

Для рассмотрения указанных выше событий не-

обходимо перебирать комбинации отказов линий связи, которые влияют на работоспособность сетевых мажоритарных элементов. Рассматриваются события, состоящие в отказе одной, двух, трех и четырех линий связи из шести с точки зрения влияния этих отказов на работоспособность мажоритарных элементов. Мажоритарный элемент считается работоспособным, если работоспособны две или три из его входных линий связи.

Результатом проводимого комбинаторного анализа является количество событий, соответствующих наличию трех или двух работоспособных мажоритарных элементов. Числа, соответствующие количеству событий, используются в качестве соответствующих коэффициентов в аналитической модели ВБР.

«Сборка» аналитической модели ВБР на основании результатов комбинаторного анализа проводится в следующей последовательности.

Сначала записываются вероятности событий, соответствующих работоспособному состоянию двух или трех мажоритарных элементов при работоспособных двух или трех основных элементах. События, соответствующие работоспособному состоянию трех мажоритарных элементов при трех работоспособных основных элементах первого яруса, имеют следующие вероятности:

– при шести работоспособных линиях связи –  $p_1^3 \cdot p_E^6$ ;

– при пяти работоспособных линиях связи –  $p_1^3 \cdot 6p_E^5(1-p_E)$ ;

– при четырех работоспособных линиях связи –  $p_1^3 \cdot 12p_E^4(1-p_E)^2$ ;

– при трех работоспособных линиях связи –  $p_1^3 \cdot 8p_E^3(1-p_E)^3$ .

События, соответствующие работоспособному состоянию трех мажоритарных элементов при двух работоспособных основных элементах первого яруса, имеют следующие вероятности:

– при шести работоспособных линиях связи –  $3p_1^2(1-p_1) \cdot p_E^6$ ;

– при пяти работоспособных линиях связи –  $3p_1^2(1-p_1) \cdot 2p_E^5(1-p_E)$ ;

– при четырех работоспособных линиях связи –  $3p_1^2(1-p_1) \cdot p_E^4(1-p_E)^2$ .

События, соответствующие работоспособному состоянию двух мажоритарных элементов при трех работоспособных основных элементах первого яруса, имеют следующие вероятности:

– при четырех работоспособных линиях связи –  $p_1^3 \cdot 3p_E^4(1-p_E)^2$ ;

– при трех работоспособных линиях связи –  $p_1^3 \cdot 12p_E^3(1-p_E)^3$ ;

– при двух работоспособных линиях связи –  $p_1^3 \cdot 12p_E^2(1-p_E)^4$ .

События, соответствующие работоспособному состоянию двух мажоритарных элементов при двух работоспособных основных элементах первого яруса, имеют следующие вероятности:

– при пяти работоспособных линиях связи –  $3p_1^2(1-p_1) \cdot 4p_E^5(1-p_E)$ ;

– при четырех работоспособных линиях связи –  $3p_1^2(1-p_1) \cdot 9p_E^4(1-p_E)^2$ .

– при трех работоспособных линиях связи –  $3p_1^2(1-p_1) \cdot 6p_E^3(1-p_E)^3$ ;

– при двух работоспособных линиях связи –  $3p_1^2(1-p_1) \cdot p_E^2(1-p_E)^4$ .

Затем для получения аналитической модели ВБР необходимо скомпоновать вероятности событий по двум группам:

1) события, соответствующие работоспособному состоянию трех мажоритарных элементов;

2) события, соответствующие работоспособному состоянию двух мажоритарных элементов.

Вероятность работоспособного состояния трех мажоритарных элементов первого яруса составляет:

$$P_{MPC}^{3/3} = p_1^3 [p_E^6 + 6p_E^5(1-p_E) + 12p_E^4(1-p_E)^2 + 8p_E^3(1-p_E)^3] + 3p_1^2(1-p_1)^2 [p_E^6 + 2p_E^5(1-p_E) + p_E^4(1-p_E)^2]. \quad (1)$$

Вероятность работоспособного состояния двух из трех мажоритарных элементов первого яруса составляет:

$$P_{MPC}^{2/3} = p_1^3 [3p_E^4(1-p_E)^2 + 12p_E^3(1-p_E)^3 + 12p_E^2(1-p_E)^4] + 3p_1^2(1-p_1)^2 [4p_E^5(1-p_E) + 9p_E^4(1-p_E)^2 + 6p_E^3(1-p_E)^3 + p_E^2(1-p_E)^4]. \quad (2)$$

Введем для функции ВБР линий связи обозначение  $F_E(a_6, a_5, a_4, a_3, a_2)$ , где  $a_i$  – коэффициент перед слагаемым  $p_E$  в  $i$ -й степени. Тогда формулы (1), (2) примут вид

$$P_{MPC}^{3/3}(p_1, p_E) = p_1^3 \cdot F_E(1, 6, 12, 8, 0) + 3p_1^2(1-p_1)^2 \cdot F_E(1, 2, 1, 0, 0); \quad (3)$$

$$P_{MPC}^{2/3}(p_1, p_E) = p_1^3 \cdot F_E(0, 0, 3, 12, 12) + 3p_1^2(1-p_1)^2 \cdot F_E(0, 4, 9, 6, 1). \quad (4)$$

Для окончательной вывода формулы ВБР необходимо учесть, что:

- для работоспособного состояния системы при событии  $P_{MPC}^{3/3}$  в работоспособном состоянии должны находиться два из трех мажоритарных элемента первого яруса одновременно с двумя из трех основных элементов второго яруса, а также мажоритарный элемент второго яруса; следует учесть, что согласно принятой методологии для получения аналитической модели ВБР в данном случае рассматривается физическая работоспособность мажоритаров первого яруса, в отличие от рассматриваемой выше их логической работоспособности, обуславливаемой возможностью формирования выходного сигнала (т.е. работоспособностью двух из трех линий связи на входе мажоритарара);

- для работоспособного состояния системы при событии  $P_{MPC}^{2/3}$  в работоспособном состоянии должны находиться два мажоритарных элемента первого яруса, для которых обеспечена их логическая работоспособность, обуславливаемая возможностью

формирования выходного сигнала (т.е. работоспособностью двух из трех линий связи на входе мажоритарара), кроме того, работоспособными должны быть два основных элемента второго яруса в тех же каналах, в которых работоспособны мажоритары первого яруса, а также мажоритарный элемент второго яруса.

Таким образом, аналитическая модель ВБР для двухъярусной ССМММ (рис. 1) имеет вид:

$$P_{MPC} = P_{MPC}^{3/3}(p_1, p_E) \cdot [3p_{MI}^2 \cdot p_2^2 - 2p_{MI}^3 \cdot p_2^3] \cdot p_{M2} + P_{MPC}^{2/3}(p_1, p_E) \cdot p_{MI}^2 \cdot p_2^2 \cdot p_{M2} = \\ = \{p_1^3 [p_E^6 + 6p_E^5(1-p_E) + 12p_E^4(1-p_E)^2 + 8p_E^3(1-p_E)^3] + 3p_1^2(1-p_1)^2 [p_E^6 + 2p_E^5(1-p_E) + p_E^4(1-p_E)^2]\} \cdot [3p_2^2 \cdot p_{MI}^2 - 2p_2^3 \cdot p_{MI}^3] \cdot p_{M2} + \\ + \{p_1^3 [3p_E^4(1-p_E)^2 + 12p_E^3(1-p_E)^3 + 12p_E^2(1-p_E)^4] + 3p_1^2(1-p_1)^2 [4p_E^5(1-p_E) + 9p_E^4(1-p_E)^2 + 6p_E^3(1-p_E)^3 + p_E^2(1-p_E)^4]\} \cdot p_{MI}^2 \cdot p_2^2 \cdot p_{M2}. \quad (5)$$

## Разработка модели надежности ИУС с произвольным числом ярусов сетевого мостикового мажоритарирования

Для расчета ВБР ИУС, представленной на рис. 2, воспользуемся методикой вывода формулы, разработанной для двух последовательно соединенных элементов с сетевым раздельным мажоритарным резервированием.

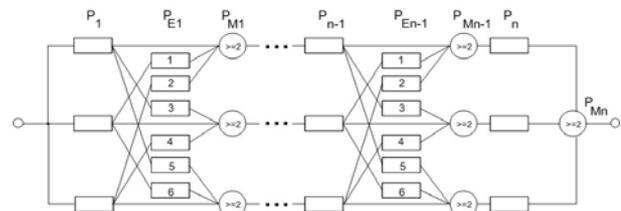


Рис. 2. Структурная схема надежности ИУС, включающей произвольное число ярусов сетевого мостикового мажоритарирования

ВБР первого яруса складывается из вероятностей нахождения в работоспособном состоянии двух и трех выходных мажоритарных элементов. Указанные вероятности определяются по формулам (3), (4).

Для определения ВБР второго яруса с учетом ВБР первого яруса необходимо учесть следующие

события:

– конфигурация работоспособных линий связи позволяет сформировать сигналы на выходе трех сетевых мажоритарных элементов предыдущего яруса, работоспособны три сетевых мажоритарных элемента на выходе предыдущего яруса, работоспособны три основных элемента рассматриваемого яруса, конфигурация работоспособных линий связи позволяет сформировать сигналы на выходе трех сетевых мажоритарных элементов рассматриваемого яруса;

– конфигурация работоспособных линий связи позволяет сформировать сигналы на выходе двух из трех сетевых мажоритарных элементов предыдущего яруса, работоспособны два сетевых мажоритарных элемента в соответствующих каналах на выходе предыдущего яруса, работоспособны два основных элемента в соответствующих каналах рассматриваемого яруса, конфигурация работоспособных линий связи позволяет сформировать сигналы на выходе трех сетевых мажоритарных элементов рассматриваемого яруса;

– конфигурация работоспособных линий связи позволяет сформировать сигналы на выходе трех сетевых мажоритарных элементов предыдущего яруса, работоспособны два из трех сетевых мажоритарных элемента на выходе предыдущего яруса, работоспособны два из трех основных элемента рассматриваемого яруса, конфигурация работоспособных линий связи позволяет сформировать сигналы на выходе трех сетевых мажоритарных элементов рассматриваемого яруса;

– конфигурация работоспособных линий связи позволяет сформировать сигналы на выходе трех сетевых мажоритарных элементов предыдущего яруса, работоспособны три сетевых мажоритарных элемента на выходе предыдущего яруса, работоспособны три основных элемента рассматриваемого яруса, конфигурация работоспособных линий связи позволяет сформировать сигналы на выходе двух из

трех сетевых мажоритарных элементов рассматриваемого яруса;

– конфигурация работоспособных линий связи позволяет сформировать сигналы на выходе трех сетевых мажоритарных элементов предыдущего яруса, работоспособны два из трех сетевых мажоритарных элемента на выходе предыдущего яруса, работоспособны два из трех основных элемента рассматриваемого яруса, конфигурация работоспособных линий связи позволяет сформировать сигналы на выходе двух из трех сетевых мажоритарных элементов рассматриваемого яруса;

– конфигурация работоспособных линий связи позволяет сформировать сигналы на выходе двух из трех сетевых мажоритарных элементов предыдущего яруса, работоспособны два сетевых мажоритарных элемента в соответствующих каналах на выходе предыдущего яруса, работоспособны два основных элемента в соответствующих каналах рассматриваемого яруса, конфигурация работоспособных линий связи позволяет сформировать сигналы на выходе двух из трех сетевых мажоритарных элементов рассматриваемого яруса.

Таким образом, аналитическая модель ВБР для ИУС, включающей два яруса сетевого мостикового мажоритирования и третий ярус общего мажоритирования, имеет вид:

$$\begin{aligned}
 P_{MPC}^{(2)} = & [P_{MPC}^{3/3}(p_1, p_{E1}) \cdot p_{M1}^3 \cdot p_2^3 \cdot F_{E2}(1, 6, 12, 8, 0) + \\
 & + P_{MPC}^{2/3}(p_1, p_{E1}) \cdot p_{M1}^2 \cdot p_2^2 \cdot F_{E2}(1, 2, 1, 0, 0) + \\
 & + P_{MPC}^{3/3}(p_1, p_{E1}) \cdot 3p_{M1}^2 \cdot p_2^2 \cdot (1 - p_{M1} \cdot p_2) \times \\
 & \times F_{E2}(1, 2, 1, 0, 0)] \cdot [3p_{M2}^2 \cdot p_3^2 - 3p_{M2}^3 \cdot p_3^3] \cdot p_{M3} + \quad (6) \\
 & + [P_{MPC}^{3/3}(p_1, p_{E1}) \cdot p_{M1}^3 \cdot p_2^3 \cdot F_{E2}(0, 0, 3, 12, 12) + \\
 & + P_{MPC}^{2/3}(p_1, p_{E1}) \cdot p_{M1}^2 \cdot p_2^2 \cdot F_{E2}(0, 4, 9, 6, 1) + \\
 & + P_{MPC}^{3/3}(p_1, p_{E1}) \cdot 3p_{M1}^2 \cdot p_2^2 \cdot (1 - p_{M1} \cdot p_2) \times \\
 & \times F_{E2}(0, 4, 9, 6, 1)] \cdot p_{M2}^2 \cdot p_3^2 \cdot p_{M3}.
 \end{aligned}$$

Аналитическая модель ВБР для  $i$ -го яруса сетевого мостикового мажоритирования имеет вид:

$$\begin{aligned}
P_{MPC}^{(i)} = & [P_{MPC}^{3/3}(p_{i-1}, p_{Ei-1}) \cdot p_{M_{i-1}}^3 \cdot p_i^3 \cdot F_{Ei}(1, 6, 12, 8, 0) + \\
& + P_{MPC}^{2/3}(p_{i-1}, p_{Ei-1}) \cdot p_{M_{i-1}}^2 \cdot p_i^2 \cdot F_{Ei}(1, 2, 1, 0, 0) + \\
& + P_{MPC}^{3/3}(p_{i-1}, p_{Ei-1}) \cdot 3p_{M_{i-1}}^2 \cdot p_i^2 \cdot (1 - p_{M_{i-1}} \cdot p_{i-1}) \times \\
& \times F_{Ei}(1, 2, 1, 0, 0)] + [P_{MPC}^{3/3}(p_{i-1}, p_{Ei-1}) \cdot p_{M_{i-1}}^3 \cdot p_i^3 \times \\
& \times F_{Ei}(0, 0, 3, 12, 12) + P_{MPC}^{2/3}(p_{i-1}, p_{Ei-1}) \cdot p_{M_{i-1}}^2 \cdot p_i^2 \times \\
& \times F_{Ei}(0, 4, 9, 6, 1) + P_{MPC}^{3/3}(p_{i-1}, p_{Ei-1}) \cdot 3p_{M_{i-1}}^2 \cdot p_i^2 \times \\
& \times (1 - p_{M_{i-1}} \cdot p_i) \cdot F_{Ei}(0, 4, 9, 6, 1)] .
\end{aligned} \quad (7)$$

И окончательно, аналитическая модель ВБР для ИУС, включающей  $n$  ярусов сетевого мостикового мажоритирования (рис. 2), имеет вид:

$$\begin{aligned}
P_{MPC}^{(n)} = & [P_{MPC}^{3/3}(p_{n-2}, p_{En-2}) \cdot p_{M_{n-2}}^3 \cdot p_{n-1}^3 \times \\
& \times F_{En-1}(1, 6, 12, 8, 0) + P_{MPC}^{2/3}(p_{n-2}, p_{En-2}) \cdot p_{M_{n-2}}^2 \cdot p_{n-1}^2 \times \\
& \times F_{En-1}(1, 2, 1, 0, 0) + P_{MPC}^{3/3}(p_{n-2}, p_{En-2}) \cdot 3p_{M_{n-2}}^2 \cdot p_{n-1}^2 \times \\
& \times (1 - p_{M_{n-2}} \cdot p_{n-1}) \cdot F_{En-1}(1, 2, 1, 0, 0)] \cdot [3p_{M_{n-1}}^2 \cdot p_n^2 - \\
& - 3p_{M_{n-1}}^3 \cdot p_n^3] \cdot p_{M_n} + [P_{MPC}^{3/3}(p_{n-2}, p_{En-2}) \cdot p_{M_{n-2}}^3 \cdot p_{n-1}^3 \times \\
& \times F_{En-1}(0, 0, 3, 12, 12) + P_{MPC}^{2/3}(p_{n-2}, p_{En-2}) \cdot p_{M_{n-2}}^2 \cdot p_{n-1}^2 \times \\
& \times F_{En-1}(0, 4, 9, 6, 1) + P_{MPC}^{3/3}(p_{n-2}, p_{En-2}) \cdot 3p_{M_{n-2}}^2 \cdot p_{n-1}^2 \times \\
& \times (1 - p_{M_{n-2}} \cdot p_{n-1}) \cdot F_{En-1}(0, 4, 9, 6, 1)] \cdot p_{M_{n-1}}^2 \cdot p_n^2 \cdot p_{M_n} .
\end{aligned} \quad (8)$$

На рис. 3 представлены результаты моделирования ВБР в соответствие с формулой (6) для системы, имеющей ССН, как на рис. 1. Кроме исследуемой модели (6) ( $P_{MPC}$ ) на рис. 3 приведены ВБР для системы с обычным и с сетевым мажоритированием без учета линий связи ( $P_{MC}$ ). При моделировании использовался экспоненциальный закон распределения времени до отказа.

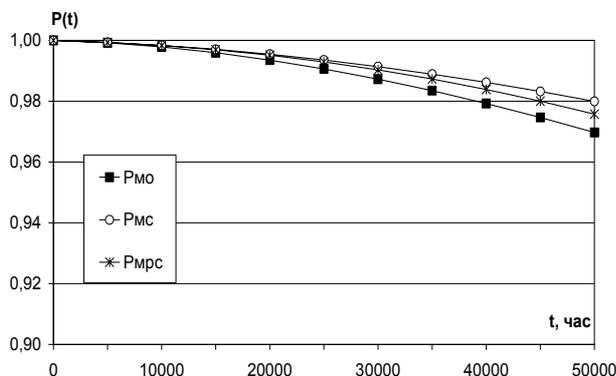


Рис. 3. Графики зависимостей ВБР от времени при базовых значениях интенсивностей отказов (рис. 1):

$$\begin{aligned}
\lambda_1 = \lambda_2 = 10^{-6} \text{ 1/час}, \quad \lambda_{M1} = \lambda_{M2} = 10^{-7} \text{ 1/час}, \\
\lambda_E = 10^{-6} \text{ 1/час}
\end{aligned}$$

## Выводы и перспективы дальнейших исследований

Полученные модели надежности ИУС с сетевым многоярусным мостиковым мажоритированием учитывают особенности распределенной реализации мажоритарных элементов при многоканальной организации систем и позволяют повысить точность оценки безотказности.

Результаты моделирования показали, что для архитектуры ССММ с учетом ненадежности линий связи применение сетевого многоярусного мостикового мажоритирования целесообразно, если интенсивность отказов линий связи не выше интенсивности отказов основных элементов каналов, что в общем случае является достаточно «мягким» допущением. Дальнейшее развитие полученных моделей надежности представляется целесообразным в следующих направлениях: учет надежности программного обеспечения, учет надежности многоверсионных систем, учет различных законов распределения.

## Литература

1. Laprie J.-C. Dependability Handbook. LAAS Report n 98-346. – Toulouse: Laboratory for Dependability Engineering, 1998. – 365 p.
2. Харченко В.С., Жихарев В.Я., Илюшко В.М., Нечипорук Н.В. Многоверсионные системы, технологии, проекты. – Х.: НАКУ «ХАИ», 2003. – 486 с.
3. Козлов Б.А., Ушаков И.А. Справочник по расчету надежности аппаратуры радиоэлектроники и автоматики. – М.: Сов. радио, 1975. – 472 с.
4. Ястребенецкий М.А., Васильченко В.Н., Виноградская С.В. и др. Безопасность атомных станций: информационные и управляющие системы. – К.: Техника, 2004. – 472 с.
5. Долманицкий С.М. Построение надежных логических устройств. – М.: Энергия, 1971. – 280 с.

Поступила в редакцию 7.02.2007

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.М. Илюшко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.