

УДК 629.735.017.1:389.1

М.Ю. ЯКОВЛЕВ

Львовский ордена Красной Звезды институт Сухопутных Войск им. П. Сагайдачного Национального университета "Львовская политехника", Украина

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НЕСТАБИЛЬНОСТИ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СРЕДСТВ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ АВИАЦИОННЫХ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В статье приведено исследование закона распределения нестабильности метрологических характеристик средств измерительной техники авиационных радиотехнических систем. Получены аналитические выражения для определения основных характеристик закона распределения нестабильности метрологических характеристик средств измерительной техники авиационных радиотехнических систем.

закон распределения, распределение нестабильности, интенсивность дрейфа, метрологическая характеристика, средства измерительной техники, авиационные радиотехнические системы

Введение

Постановка проблемы. В процессе эксплуатации метрологические характеристики (МХ) средств измерительной техники (СИТ) авиационных радиотехнических систем (АРТС) подвергаются различным изменениям. Эти изменения носят случайный характер и приводят к отказам, т.е. к невозможности СИТ выполнять свои функции [1 – 3]. Постепенное изменение МХ СИТ АРТС позволяет ввести как угодно много работоспособных состояний с разным уровнем эффективности их функционирования, обусловленной степенью приближения МХ СИТ АРТС к допустимым предельным значениям. Это приводит к необходимости разработки специальных методов оценки и прогнозирования метрологической надежности СИТ АРТС.

Анализ публикаций. Вопросам исследования законов распределения характеристик надежности СИТ посвящено большое число работ, например [4, 5]. Однако они не учитывают специфики метрологической надежности СИТ в целом и, особенно, из комплектов таких сложных технических комплексов, как АРТС, что, в свою очередь, приводит к невозможности определения достоверных парамет-

ров эксплуатации СИТ. А это может негативно сказаться на процессе эксплуатации авиационных радиотехнических систем.

Цель статьи. Исследовать закон распределения нестабильности МХ СИТ авиационных радиотехнических систем и определить основные характеристики закона распределения нестабильности МХ СИТ АРТС.

Основная часть

Известно, что при параболической интенсивности дрейфа МХ СИТ АРТС закон распределения нестабильности МХ СИТ АРТС уже не является нормальным [5]. Однако его можно рассматривать, как нормальное распределение относительно интенсивности дрейфа МХ СИТ АРТС (рис. 1):

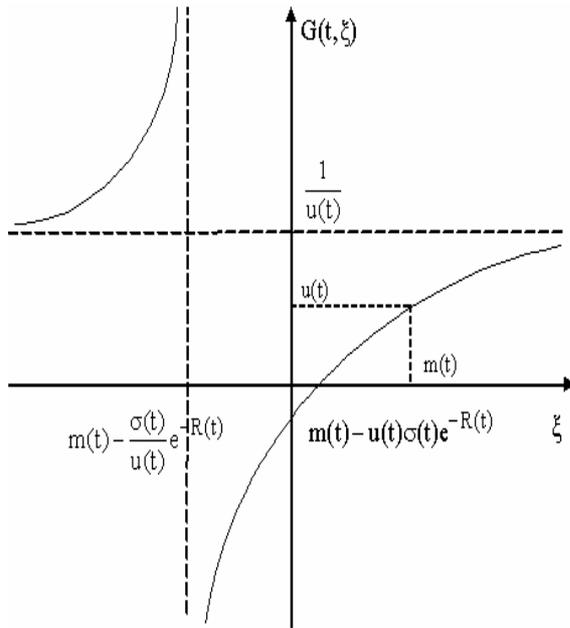
$$G(t, \xi) = \Psi(t, \xi)\sigma(0) + m(0), \quad (1)$$

где $\Psi(t, \xi)$ – решение дифференциального уравнения регрессии дрейфа МХ СИТ АРТС;

$\sigma(0)$ – дисперсия в момент времени $t = 0$;

$m(0)$ – математическое ожидание в момент времени $t = 0$;

ξ – нестабильность МХ СИТ авиационных радиотехнических систем.

Рис. 1. График функции $G(t, \xi)$

На рис. 1 функция $u(t)$ является функцией экспоненциального распределения нестабильности МХ СИТ АРТС $\omega(t)$ при $t = \tau$ и коэффициента асимметрии дрейфа МХ СИТ АРТС $\gamma(t)$ в момент времени $t = \tau$, она определяется из соотношения:

$$u(t) = \int_0^t \frac{\gamma'(\tau) e^{-R(\tau)}}{3[\omega(\tau) - \gamma^2(\tau) - 1]} d\tau, \quad (2)$$

где $R(t)$ – промежуточная функция параметров $\omega(\tau)$ и $\gamma(\tau)$, определяемая выражением:

$$R(t) = \int_0^t \frac{\gamma(\tau) \gamma'(\tau)}{3[\omega(\tau) - \gamma^2(\tau) - 1]} d\tau. \quad (3)$$

Рассмотрим аналитические выражения для функции $G(t, \xi)$ при различном характере изменения интенсивности дрейфа МХ СИТ авиационных радиотехнических систем.

При линейной интенсивности дрейфа МХ СИТ АРТС имеем:

$$G(t, \xi) = \frac{\xi - m(t)}{\sigma(t)}, \quad (4)$$

а при параболической –

$$G(t, \xi) = \frac{\xi - m(t) + \sigma(t) e^{-R(t)} u(t)}{\sigma(t) e^{-R(t)} + [\xi - m(t)] u(t)}. \quad (5)$$

Поясним смысл функции $G(t, \xi)$. В начальный момент времени $t = 0$ функция $G(t, \xi)$ из соотношения (4) принимает вид:

$$G(0, \xi) = \frac{\xi - m(0)}{\sigma(0)}, \quad (6)$$

и равна центрированному, нормированному значению начальной нестабильности ξ_0 МХ СИТ АРТС. Так как функцию распределения нестабильности МХ СИТ АРТС $P(t, \xi)$ при $t = 0$ получаем из выражения:

$$P(0, \xi) = \int_{-\infty}^{G(0, \xi)} \varphi(\eta) d\eta, \quad (7)$$

где $\varphi(\eta)$ – плотность вероятности распределения нестабильности МХ СИТ при $\xi = \eta$, то функция $G(0, \xi)$ является квантилем нормального распределения, соответствующим вероятности $P(0, \xi)$.

В процессе дрейфа значения функции $G(0, \xi)$ изменяются по закону $G(t, \xi)$, но и при этом указанная связь сохраняется: при любом t функция $G(t, \xi)$ является квантилем нормального распределения, соответствующим вероятности $P(t, \xi)$. В частности, функция $G(t, \Delta_g)$ соответствует вероятности $P(t, \Delta_g)$ того, что нестабильность ξ МХ СИТ авиационных радиотехнических систем не превысит верхней границы Δ_g области допускаемых значений параметра СИТ авиационных радиотехнических систем. Функция $G(t, \Delta_g)$ соответствует аналогичной вероятности $[1 - P(t, -\Delta_g)]$ и является характеристикой распределения дрейфа МХ СИТ авиационных радиотехнических систем. В последующем, для удобства изложения, будем её называть функцией дрейфа МХ СИТ АРТС.

На основании выше изложенного справедливо сформулировать следующее правило: нестабильность МХ любого СИТ (в том числе и СИТ авиационных радиотехнических систем) за время t распределена по нормальному закону с нулевым сред-

ним значением и единичной дисперсией относительно функции дрейфа МХ СИТ АРТС $G(t, \Delta_\theta)$.

Частным случаем распределения неустойчивости МХ СИТ авиационных радиотехнических систем является α -распределение [6]:

$$\varphi_t(\xi) = \frac{\beta(t)}{\sqrt{2\pi\xi^2}} e^{-0,5\left[\frac{\beta(t)}{\xi} - \alpha(t)\right]^2}, \quad (8)$$

где $\varphi_t(\xi)$ – плотность вероятности распределения неустойчивости МХ СИТ АРТС за время t ;

$\beta(t)$ – функция, зависящая от значений $u(t)$, которая рассчитывается по формуле:

$$\beta(t) = \frac{[1 - u^2(t)]\sigma(t)e^{-R(t)}}{u(t)}; \quad (9)$$

$\alpha(t)$ – функция обратная функции $u(t)$, т.е.:

$$\alpha(t) = \frac{1}{u(t)}. \quad (10)$$

Выражение (8) получено из соотношения:

$$\varphi_t(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{\partial G(t, \xi)}{\partial \xi} e^{-G^2(t, \xi)}, \quad (11)$$

подстановкой функции $G(t, \xi)$ равной:

$$G(t, \xi) = \frac{\beta(t)}{\xi} - \alpha(t). \quad (12)$$

Следует отметить, что функция (1) является обобщением нормального закона и она удобна для практического применения, так как использует табулированную функцию Лапласа.

Найдем статистические характеристики распределения $\varphi_t(\xi)$.

Медиану Me распределения МХ СИТ АРТС находим из уравнения:

$$P(t, \xi) = 0,5. \quad (13)$$

Следовательно, запишем:

$$Me = m(t) - u(t)\sigma(t)e^{-R(t)}. \quad (14)$$

Моду Mo распределения МХ СИТ АРТС находим из следующего уравнения:

$$\frac{\partial \varphi_t(\xi)}{\partial \xi} = 0. \quad (15)$$

Поэтому имеем выражение для моды распределения МХ СИТ АРТС:

$$Mo \cong m(t) - \frac{2u(t)}{1+u^2(t)}\sigma(t)e^{-R(t)}. \quad (16)$$

Математическое ожидание и дисперсия реального распределения неустойчивости МХ СИТ АРТС по определению равны $m(t)$ и $\sigma^2(t)$. Но плотность вероятности распределения неустойчивости МХ СИТ АРТС $\varphi_t(\xi)$, так же как распределение Коши и ряд других теоретических распределений, строго говоря, не имеет математического ожидания и дисперсии, так как соответствующие интегралы расходятся при $\xi = \infty$. Для устранения этого несоответствия проведём усечение распределения $\varphi_t(\xi)$ по некоторому значению функции $B[u(t)]$, выбранному таким образом, чтобы выполнялись условия:

$$M[\varphi_t^*(\xi)] = m(t); \quad (17)$$

$$D[\varphi_t^*(\xi)] = \sigma^2(t), \quad (18)$$

где $\varphi_t^*(\xi)$ – функция, которая определяется из соотношения:

$$\varphi_t^*(\xi) = \frac{1}{\int_{-\infty}^{B[u(t)]} \varphi_t(\xi) d\xi} \cdot \begin{cases} \varphi_t(\xi), & \xi \leq B[u(t)] \\ 0, & \xi > B[u(t)] \end{cases}. \quad (19)$$

Получены два уравнения относительно функций $B[u(t)]$ и $R(t)$:

$$\int_{-\infty}^{B[u(t)]} \frac{x}{Z^2} e^{-0,5\left[\frac{x}{Z}\right]^2} dx = 0; \quad (20)$$

$$S \cdot \int_{-\infty}^{B[u(t)]} \frac{x^2}{Z^2} e^{-0,5\left[\frac{x}{Z}\right]^2} dx = e^{-2R(t)}, \quad (21)$$

где $S = \frac{1-u^2(t)}{\sqrt{2\pi}}$; $Z = 1 + xu(t)$; $J = x + u(t)$;

$x = \frac{\xi - m(t)}{\sigma(t)}$ – промежуточные переменные, используемые для удобства записи соотношений (20) и (21).

Далее, установим связь между функциями $u(t)$ и $R(t)$, входящими в выражение плотности распределения $\varphi_t(x)$, и параметрами распределения – коэффициентом асимметрии дрейфа $\gamma(t)$ и эксцессом распределения $\omega(t)$ нестабильности МХ СИТ АРТС. Для этого продифференцировав формулы (2) и (3) по $\gamma(t)$, после ряда преобразований получим:

$$\frac{\partial R(t)}{\partial \gamma(t)} = \frac{\gamma(t)}{3[\omega(t) - \gamma^2(t) - 1]}; \quad (22)$$

$$\frac{\partial u(t)}{\partial \gamma(t)} = \frac{e^{-R(t)}}{3[\omega(t) - \gamma^2(t) - 1]}. \quad (23)$$

Из формул (22) и (23) найдем искомые значения параметров распределения:

$$\gamma(t) = \frac{\partial R(t)}{\partial u(t)} e^{-R(t)}; \quad (24)$$

$$\omega(t) = 1 + \gamma^2(t) + \frac{\gamma(t)}{3} \cdot \frac{\partial \gamma(t)}{\partial R(t)}. \quad (25)$$

Объединяя уравнения (24) и (25) с уравнениями (20) и (21), получаем систему из 4-х уравнений относительно неизвестных $B[u(t)]$, $R(t)$, $\gamma(t)$ и $\omega(t)$. Полученная система уравнений решается последовательно для $u_i = u(t_i)$ с шагом Δu . На первом шаге $u_1 = 0$, $\gamma_1 = 0$, $\omega_1 = 3$, $R_1 = 0$, $B_1 = \infty$, так как $\varphi_0(x)$ – плотность нормального распределения МХ СИТ АРТС. На втором и всех последующих шагах $u_i = u_{i-1} + \Delta u$, а значение B_i определяется из уравнения:

$$\int_{\frac{1}{u_i}}^{B_i} \frac{x}{Z_i^2} e^{-0,5\left[\frac{J_i}{z}\right]^2} dx = 0, \quad (26)$$

где $Z_i = 1 + xu_i$ и $J_i = x + u_i$ – промежуточные переменные, используемые для удобства записи.

Значение R_i определяем из уравнения:

$$S_i \cdot \int_{\frac{1}{u_i}}^{B_i} \frac{x^2}{Z_i^2} e^{-0,5\left[\frac{J_i}{z}\right]^2} dx = e^{-2R_i}, \quad (27)$$

где $S_i = \frac{1-u_i^2}{\sqrt{2\pi}}$ – промежуточная переменная, используемые для удобства записи.

Параметры распределения γ_i и ω_i находим из системы равенств:

$$\gamma_i = \frac{R_i - R_{i-1}}{\Delta u} e^{-R_i}; \quad (28)$$

$$\omega_i = 1 + \gamma_i^2 + \frac{\gamma_i}{3} \cdot \frac{\gamma_i - \gamma_{i-1}}{R_i - R_{i-1}}. \quad (29)$$

С помощью метода наименьших квадратов получены интерполяционные полиномы для рассматриваемых характеристик закона распределения нестабильности МХ СИТ АРТС:

$$R(t) = \begin{cases} 0,01[F_1 - F_2], & \gamma = \gamma(t) \neq 0; \\ 0, & \gamma = \gamma(t) = 0; \end{cases} \quad (30)$$

$$F_1 = 0,0047 - 0,148|\gamma| + 8,5|\gamma|^2 + 0,05|\gamma|^3; \quad (31)$$

$$F_2 = 2,6|\gamma|^4 + 0,7|\gamma|^5. \quad (32)$$

$$u(t) = \begin{cases} 0,01\text{sign}(\gamma)[F_3 + F_4], & \gamma = \gamma(t) \neq 0; \\ 0, & \gamma = \gamma(t) = 0; \end{cases} \quad (33)$$

$$F_3 = 0,0055 + 16,56|\gamma| + 0,59|\gamma|^2 - 4,57|\gamma|^3; \quad (34)$$

$$F_4 = 1,48|\gamma|^4 - 0,1|\gamma|^5. \quad (35)$$

$$\gamma(t) = \begin{cases} \text{sign}(u)[F_5 - F_6], & u = u(t) \neq 0; \\ 0, & u = u(t) = 0; \end{cases} \quad (36)$$

$$F_5 = -0,0174 + 9|u| + 127|u|^2 - 2103|u|^3; \quad (37)$$

$$F_6 = 14212|u|^4 - 36055|u|^5. \quad (38)$$

Соотношения (30-38) необходимо использовать при проведении инженерных расчётов для прогнозирования технического состояния СИТ АРТС.

Окончательно принимаем следующую зависимость плотности распределения нестабильности МХ СИТ АРТС от времени при условии, что $\gamma(t) > 0$:

$$\varphi_t(\xi) = \begin{cases} \varphi[G(t, \xi)], & Y(t) \leq \xi \leq 6\sigma(t); \\ 0, & \xi < Y(t); \quad \xi > 6\sigma(t), \end{cases} \quad (39)$$

где $Y(t)$ – промежуточная переменная, используемая для удобства записи:

$$Y(t) = m(t) - \frac{\sigma(t) \cdot e^{-R(t)}}{u(t)}, \quad (40)$$

и при $\gamma(t) < 0$ соответственно имеем:

$$\varphi_t(\xi) = \begin{cases} \Phi[G(t, \xi)], & -6\sigma(t) \leq \xi \leq Y(t); \\ 0, & \xi > Y(t); \xi < -6\sigma(t). \end{cases} \quad (41)$$

Анализ выражений (39) и (41) позволяет сделать следующий важный для практики вывод: при статистической обработке результатов испытаний на нестабильность значения функции $\xi(t)$, превышающие по модулю величину $6\sigma(t)$, следует исключать из выборки, квалифицируя их как промахи.

Вывод

Таким образом, проведено исследование закона распределения нестабильности МХ СИТ авиационных радиотехнических систем и получены его основные характеристики. Применение, полученных характеристик закона распределения нестабильности МХ СИТ авиационных радиотехнических систем при прогнозировании технического состояния СИТ авиационных радиотехнических систем позволяет повысить эффективность эксплуатации авиационных радиотехнических систем за счет своевременного обнаружения неисправных СИТ и сократить затраты на их эксплуатацию.

Дальнейшие исследования планируется направить на разработку специальных методов оценки и прогнозирования метрологической надежности СИТ авиационных радиотехнических систем.

Литература

1. Кудрицкий В.Д. Прогнозирующий контроль радиоэлектронных устройств. – К.: Техника, 1982. – 168 с.
2. Оценка эффективности и параметрический синтез метрологического обслуживания радиоаппаратуры: Научно-методическое пособие / Отв. за выпуск Е.И. Сычев. – М.: МО СССР, 1984. – 385 с.
3. Основы эксплуатации средств измерений / В.А. Кузнецов, А.Н. Пашков, О.А. Подольский и др. / Под ред. Р.П. Покровского. – М.: Радио и связь, 1984. – 184 с.
4. Метрологическое обеспечение и эксплуатация измерительной техники / Г.П. Богданов, В.А. Кузнецов, М.А. Лотонов и др. / Под ред. В.А. Кузнецова. – М.: Радио и связь, 1990. – 240 с.
5. Фридман А.Э. Оценка метрологической надежности измерительных приборов и многозначных мер // Измерительная техника. – 1993. – № 5. – С. 7-10.
6. Дружинин Г.В. Надежность автоматизированных производственных систем. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 480 с.

Поступила в редакцию 3.08.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Г.В. Худов, Харьковский университет Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба, Харьков.