

УДК 621.396.96

В.И. АНТЮФЕЕВ, В.Н. БЫКОВ

Объединенный научно-исследовательский институт Вооруженных Сил, Украина

ШУМОВЫЕ СВОЙСТВА РАДИОМЕТРИЧЕСКИХ МАТРИЧНЫХ СИСТЕМ ФОРМИРОВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ С УПЛОТНЕНИЕМ КАНАЛЬНЫХ СИГНАЛОВ

Приводятся результаты расчета корреляционной матрицы выходных сигналов многоканальной радиометрической системы с уплотнением канальных сигналов с помощью семейства модулирующих функций Уолша, полученные с учетом корреляции канальных сигналов, обусловленной частичным пересечением диаграмм направленности парциальных лучей матричной антенны.

радиометрические матричные системы, уплотнение канальных сигналов, семейство модулирующих функций

Введение

В многоканальных радиометрических системах навигации с целью уменьшения радиоприемных каналов для удешевления системы возможно использовать уплотнение канальных сигналов, причем предпочтительно применение в качестве ансамбля модулирующих функций семейства функций Уолша [1–4], которое помимо свойства ортогональности обладает групповым свойством относительно операции умножения. В матричных системах парциальные диаграммы направленности соседних лучей многоканальной антенны частично перекрываются, что приводит к взаимной корреляции принимаемых по этим лучам сигналов. Кроме того, канальные сигналы частично коррелированы из-за уплотнения и пропускания их через общий усилительный тракт.

Целью статьи является расчет корреляционной матрицы канальных сигналов на выходе многоканального радиометрического приемника с учетом влияния обоих факторов.

Постановка задачи. Структурная схема приемника представлена на рис. 1 [3]. Совокупность выходных сигналов многоканальной антенны $\{u_i(t)\}_{i=1}^N$ поступает на набор модуляторов $\{M_i(t)\}_{i=1}^N$, в каж-

дом из которых парциальный сигнал модулируется функцией $m_i(t)$, $i \in \overline{1, N}$, формируемой с помощью генератора опорных напряжений. Выходные сигналы модуляторов суммируются в сумматоре Σ и после усиления в общем усилительном тракте с частотной характеристикой $|K(j2\pi f)|^2$ сигнал может быть записан в виде

$$v(t) = \sum_{i=1}^N \sqrt{m_i(t)} u_i(t) + n(t), \quad (1)$$

где

$$u_i(t) = \sqrt{k\Delta f} \int_{\mathbf{R}^2} \sqrt{G_i(x, y) T(x, y)} \alpha(x, y, t) dx dy - \quad (2)$$

напряжение полезного сигнала i -го канала на единичной нагрузке; k – постоянная Больцмана; Δf – полоса пропускания канала по радиочастоте; $n(t)$ – напряжение собственного шума канала на единичной нагрузке; $G_i(x, y)$ – диаграмма направленности антенны по i -му лучу, приведенная к координатам на поверхности земли; T_n – эквивалентная температура внутреннего шума тракта усиления;

$$\left\{ m_i(t) = \frac{1}{2} [1 - w_i(t)] \right\}_{i=1}^N - \quad (3)$$

семейство модулирующих функций входных сигналов (по мощности), построенное с использованием

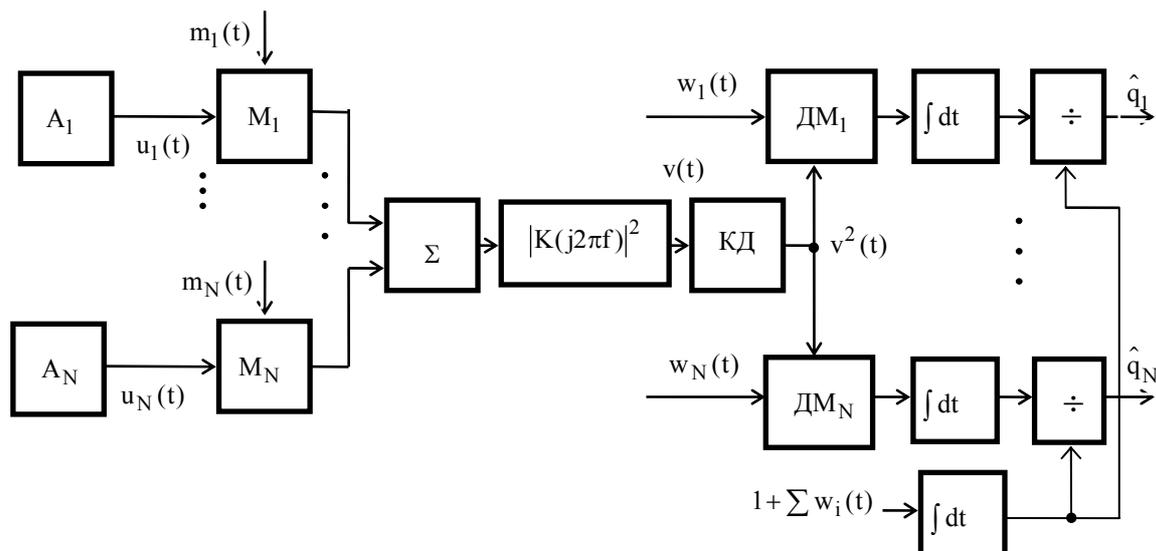


Рис. 1. Структура радиометра с СМФ на функциях Уолша

ансамбля функций Уолша; $w_i(t)$ – функция Уолша периода ϑ и номера i ; $\alpha(x, y, t)$ – источник излучения с единичной интенсивностью, расположенный на визируемой плоскости в точке с координатами (x, y) .

Будем рассматривать только семейства модулирующих функций с $N = 2^k - 1, k \in \mathbf{N}$. Нулевая функция $w_0(t) \equiv 1$ обладает свойством ортогональности, но не обладает другими нужными свойствами [3], поэтому из рассмотрения исключается.

Ансамбль функций Уолша принадлежит к семейству цифровых функций, принимающих два значения ± 1 на интервалах постоянства семейства $(t_k, t_k + \Delta t), k \in \overline{1, N+1}$ длительностью $\Delta t = \vartheta / (N + 1)$. Ансамбль функций Уолша обладает следующими свойствами:

а) Ортогональность

$$\frac{1}{\vartheta} \int_0^{\vartheta} w_i(t) w_j(t) dt = \frac{1}{N+1} \sum_{i=1}^{N+1} w_{in} w_{jn} = \delta_{ij}, \quad (4)$$

где w_{in} – значение i -й функции Уолша на n -м интервале постоянства.

б) Семейство функций Уолша обладает групповой структурой. В качестве групповой операции выступает операция умножения, причем [3]:

$$w_i(t) w_j(t) = w_{i \oplus j}(t), \quad (5)$$

где двоичное разложение числа $i \oplus j$ получается путем поразрядного сложения по модулю 2 двоичных разложений чисел i, j .

в) Справедливо равенство

$$\sum_{i=1}^N w_{ij} = \begin{cases} N, & j = 1; \\ -1, & j \in \overline{2, N+1}. \end{cases} \quad (6)$$

Для взаимной корреляционной функции сигналов u_i, u_j имеем

$$\begin{aligned} R_{u_i u_j}(x, y, t, x', y', t + \xi) &= \langle u_i(x, y, t) u_j(x', y', t + \xi) \rangle = \\ &= k \Delta f \int_{\mathbf{R}^2} \int_{\mathbf{R}^2} \sqrt{G_i(x, y) G_j(x', y')} T(x, y) T(x', y') \times \\ &\quad \times R_{\alpha}(x, y, t, x', y', t + \xi) dx dy. \end{aligned}$$

Будем предполагать, что радиотепловое излучение с поверхности осуществляется источниками $\alpha(x, y, t)$ с единичной интенсивностью, изотропно излучающими энергию в верхнюю полусферу. Интенсивность радиотеплового излучения описывается функцией $T(x, y)$. Будем полагать, что подстилающая поверхность не является средой с пространственной дисперсией, т.е. является дельта-коррелированной по пространственным координатам:

$$\langle \alpha(x, y, t) \alpha(x', y', t + \xi) \rangle = \delta(x - x') \delta(y - y') R_{\alpha}(\tau),$$

а с точки зрения временной переменной процесс $\alpha(x, y, t)$ рассматривается на выходе усилительного тракта с конечной полосой пропускания, поэтому временная корреляционная функция отлична от дельта-функции. Следовательно,

$$R_{u_i u_j}(\xi) = P_n q_{ij} R_\alpha(\xi), \quad (7)$$

где $P_n = kT_n \Delta f$ – мощность собственного шума радиометрического канала;

$$q_{ij} = \frac{1}{T_n} \int_{\mathbf{R}^2} \int_{\mathbf{R}^2} \sqrt{G_i(x, y) G_j(x, y) T(x, y) T(x', y')} dx dy. \quad (8)$$

При $i = j$ можно трактовать q_{ii} как отношение сигнал/шум (по мощности) по i -му выходу.

Будем полагать, что $\alpha(x, y, t)$ (при фиксированных x, y) и $n(t)$ – взаимно независимые нормальные стационарные случайные процессы, двухсторонние спектральные плотности которых при прямоугольной аппроксимации частотной характеристики усилительного тракта с центральной частотой f_0 определяются выражениями:

$$\begin{aligned} S_\alpha(f) &= [\text{rect}(f + f_0, \Delta f) + \text{rect}(f - f_0, \Delta f)] / 2\Delta f; \\ S_n(f) &= kT_n [\text{rect}(f + f_0, \Delta f) + \text{rect}(f - f_0, \Delta f)] / 2\Delta f, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\text{rect}(f, \Delta f) = \begin{cases} 1, & |f| \leq \Delta f / 2; \\ 0, & |f| > \Delta f / 2. \end{cases}$

Алгоритм обработки сигнала радиометром с уплотнением канальных сигналов на основе использования системы функций Уолша определяется выражением [3]:

$$\hat{q}_k = \frac{\tilde{\Phi}_k}{\tilde{\Psi}}, \quad (10)$$

где

$$\tilde{\Phi}_k = -\frac{2}{\tau} \int_0^\tau w_k(t) v^2(t) dt, \quad (k \in \overline{1, N}), \quad (11)$$

$$\tilde{\Psi} = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \left[1 + \sum_{i=1}^N w_i(t) \right] v^2(t) dt, \quad (12)$$

\hat{q}_k – оценка отношения сигнал/шум на выходе k -го канала радиометрической системы.

По физическому смыслу в числителе (10) стоит оценка антенной температуры принимаемого по k -му входу сигнала, а в знаменателе – оценка температуры собственного шума усилительного тракта, поскольку с учетом (6) имеет место равенство

$$1 + \sum_{i=1}^N w_{ij} = \begin{cases} N+1, & j=1; \\ 0, & j \in \overline{2, N+1}, \end{cases} \quad (13)$$

справедливое для $N = 2^m - 1$ ($m \in \mathbf{N}$).

Введем центрированные случайные величины

$$\Phi_k = \tilde{\Phi}_k - \langle \tilde{\Phi}_k \rangle, \quad (k \in \overline{1, N}), \quad \Psi = \tilde{\Psi} - \langle \tilde{\Psi} \rangle$$

и преобразуем (10) к виду

$$\hat{q}_k = \frac{\tilde{\Phi}_k}{\tilde{\Psi}} = \frac{\Phi_k + \langle \tilde{\Phi}_k \rangle}{\Psi + \langle \tilde{\Psi} \rangle}.$$

Полагая $\left| \frac{\Phi_k}{\langle \tilde{\Phi}_k \rangle} \right| \ll 1, \left| \frac{\Psi}{\langle \tilde{\Psi} \rangle} \right| \ll 1$, получим

$$\hat{q}_k \approx \frac{\langle \tilde{\Phi}_k \rangle}{\langle \tilde{\Psi} \rangle} \left(1 - \frac{\Psi}{\langle \tilde{\Psi} \rangle} + \frac{\Phi_k}{\langle \tilde{\Phi}_k \rangle} \right), \quad (14)$$

причем $\langle \hat{q}_k \rangle = \frac{\langle \tilde{\Phi}_k \rangle}{\langle \tilde{\Psi} \rangle}$.

Тогда

$$\Delta \hat{q}_k = \hat{q}_k - \langle \hat{q}_k \rangle = \frac{1}{\langle \tilde{\Psi} \rangle} \left(\Phi_k - \frac{\Psi \langle \tilde{\Phi}_k \rangle}{\langle \tilde{\Psi} \rangle} \right). \quad (15)$$

Требуется при сделанных допущениях и предположениях найти корреляционную матрицу оценок входных отношений сигнал/шум системы:

$$\begin{aligned} R_{kl} = \langle \Delta \hat{q}_k \Delta \hat{q}_l \rangle &= \frac{1}{\langle \tilde{\Psi} \rangle^2} \left(\langle \Phi_k \Phi_l \rangle - \langle \tilde{\Phi}_k \rangle \frac{\langle \Phi_l \Psi \rangle}{\langle \tilde{\Psi} \rangle} - \right. \\ &\left. - \langle \tilde{\Phi}_l \rangle \frac{\langle \Phi_k \Psi \rangle}{\langle \tilde{\Psi} \rangle} + \langle \tilde{\Phi}_k \rangle \langle \tilde{\Phi}_l \rangle \frac{\langle \Psi^2 \rangle}{\langle \tilde{\Psi} \rangle^2} \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Определение матрицы R

Последовательно найдем слагаемые в формуле (16). Из выражения (12) с учетом (6) получим

$$\langle \tilde{\Psi} \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \langle v^2(t) \rangle dt. \quad (17)$$

Найдем корреляционную функцию процесса $v(t)$:

$$R_v(t_1, t_2) = \langle v(t_1)v(t_2) \rangle = \\ = P_n R_\alpha(t_1 - t_2) \left[1 + \sum_{i,j=1}^N \sqrt{m_i(t_1)m_j(t_2)} q_{ij} \right]. \quad (18)$$

Поскольку все модулирующие функции

$$m_i(t) \equiv 0, \quad t \in (t_1, t_1 + \Delta t), \quad t_1 = 0,$$

будем иметь

$$\langle \tilde{\psi} \rangle = P_n \frac{N+1}{\tau} \int_0^{\Delta t} dt = P_n. \quad (19)$$

Найдем

$$\langle \tilde{\varphi}_k \rangle = -\frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} w_k(t) \langle v^2(t) \rangle dt = \\ = -\frac{2P_n}{N+1} \sum_{i=1}^N q_{ij} \sum_{n=1}^{N+1} w_{kn} \sqrt{m_{in}m_{jn}}. \quad (20)$$

Для простоты положим, что период функций Уолша $\vartheta = \tau$. Тогда условие (4) ортогональности функций Уолша выглядит следующим образом:

$$\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} w_i(t)w_j(t)dt = \frac{1}{N+1} \sum_{i=1}^{N+1} w_{in}w_{jn} = \delta_{ij}.$$

Теперь (20) можно привести к виду

$$\langle \tilde{\varphi}_k \rangle = P_n \tilde{q}_k, \quad (21)$$

где

$$\tilde{q}_k = \sum_{i=1}^N q_{ik} - \frac{1}{2} \sum_{(i,j) \in I_k} q_{ij}, \quad (22)$$

$$I_k = \{(i, j) \in \overline{1, N} \times \overline{1, N} \mid i \oplus j = k\}.$$

Вычислим слагаемое

$$\frac{\langle \varphi_k \varphi_l \rangle}{\langle \psi \rangle^2} = \frac{\langle \tilde{\varphi}_k \tilde{\varphi}_l \rangle - \langle \tilde{\varphi}_k \rangle \langle \tilde{\varphi}_l \rangle}{\langle \psi \rangle^2}.$$

Имеем

$$\frac{\langle \tilde{\varphi}_k \tilde{\varphi}_l \rangle}{\langle \psi \rangle^2} = \frac{4}{P_n^2 \tau^2} \int_0^{\tau} \int_0^{\tau} w_k(t_1)w_l(t_2) \langle v^2(t_1)v^2(t_2) \rangle dt_1 dt_2.$$

Поскольку процесс $v(t)$ является нормально распределенным, то для него справедливо равенство

$$\langle v(t_1)v(t_2)v(t_1)v(t_2) \rangle = \langle v(t_1)v(t_2) \rangle \langle v(t_3)v(t_4) \rangle + \\ + \langle v(t_1)v(t_3) \rangle \langle v(t_2)v(t_4) \rangle + \langle v(t_1)v(t_4) \rangle \langle v(t_2)v(t_3) \rangle.$$

Следовательно,

$$\frac{\langle \tilde{\varphi}_k \tilde{\varphi}_l \rangle}{\langle \psi \rangle^2} = \frac{4}{\tau^2 P_n^2} \int_0^{\tau} \int_0^{\tau} w_k(t_1)w_l(t_2) \times \\ \times \left[\langle v^2(t_1) \rangle \langle v^2(t_2) \rangle + 2 \langle v(t_1)v(t_2) \rangle^2 \right] dt_1 dt_2$$

Тогда

$$\frac{\langle \varphi_k \varphi_l \rangle}{P_n^2} = \frac{8}{\tau^2} \sum_{r,s=1}^{N+1} \left\{ \sum_{i,j=1}^N \left[\sum_{p,q=1}^N q_{ij} q_{pq} \sqrt{m_{ir}m_{jr}m_{pr}m_{qr}} + \right. \right. \\ \left. \left. + 2q_{ij} \sqrt{m_{ir}m_{js}} + 1 \right] w_{kr}w_{ls} J_{rs} \right\}, \quad (23)$$

где

$$J_{rs} = \int_{t_r}^{t_r + \Delta t} \int_{t_s}^{t_s + \Delta t} R_\alpha^2(t - \xi) dt d\xi. \quad (24)$$

Путем замены переменных в двойном интеграле (24) приведем его к виду

$$J_{rs} = \int_{-t_r + t_s}^{\Delta t - t_r + t_s} R_\alpha^2(\eta) (\Delta t - t_r + t_s - \eta) d\eta + \\ + \int_{t_r - t_s}^{t_r - t_s + \Delta t} R_\alpha^2(\eta) (\Delta t + t_r - t_s - \eta) d\eta. \quad (25)$$

Выразим корреляционную функцию через спектральную плотность мощности процесса $\alpha(t)$ с помощью теоремы Винера-Хинчина

$$R_\alpha(\eta) = \int_{-\infty}^{\infty} S_\alpha(f) \cos(2\pi f \eta) df$$

и приведем (25) к виду

$$J_{rs} = \int_{-\infty}^{\infty} S'_\alpha(f) df \int_{-t_r + t_s}^{\Delta t - t_r + t_s} (\Delta t - t_r + t_s - \eta) \cos 2\pi f \eta d\eta + \\ + \int_{-\infty}^{\infty} S'_\alpha(f) df \int_{t_r - t_s}^{t_r - t_s + \Delta t} (\Delta t + t_r - t_s - \eta) \cos 2\pi f \eta d\eta,$$

где

$$S'_\alpha(f) = \int_{-\infty}^{\infty} S_\alpha(f') S_\alpha(f - f') df'. \quad (26)$$

После интегрирования по η получим

$$J_{rs} = (\Delta t)^2 \int_{-\infty}^{\infty} S'_\alpha(f) \text{sinc}^2 \pi f \Delta t \cos[2\pi f(t_r - t_s)] df, \quad (27)$$

где $\text{sinc } x = \sin x/x$.

Низкочастотная составляющая свертки (26)

имеет вид

$$S'_\alpha(f) = \frac{1}{2\Delta f} \left(1 - \frac{|f|}{\Delta f} \right) \text{rect}(f, 2\Delta f).$$

Будем полагать, что полоса пропускания ФНЧ со временем интегрирования Δt существенно меньше полосы приемника Δf , т.е. $\Delta t^{-1} \ll \Delta f$. Тогда в пределах полосы ФНЧ можно считать $S'_\alpha(f) \approx 1/(2\Delta f)$ и после интегрирования по f (27) принимает вид

$$J_{rs} = \Delta t (|r-s-1| + |r-s+1| - 2|r-s|) / (4\Delta f).$$

Для целых значений $r-s$ будем иметь

$$J_{rs} = \Delta t \delta_{rs} / (2\Delta f). \quad (28)$$

Подстановка (28) в (23) с использованием свойств (4), (5) функций Уолша дает

$$R_{kl} = \frac{4}{\Delta f \tau} \left[q'^2 + \frac{q''^2}{2} + \delta_{kl} \left(1 + \frac{\bar{q}}{2} \right)^2 + \frac{(\tilde{q}_k + \tilde{q}_l)}{2} + \frac{(N+1)\tilde{q}_k \tilde{q}_l}{4} \right], \quad (29)$$

где

$$q'^2 = \sum_{(i,j,p,q) \in I_{2,kl}} q_{ij} q_{pq} + \frac{1}{4} \sum_{(i,j,p,q) \in I_{4,kl}} q_{ij} q_{pq} -$$

$$-(1-\delta_{kl}) \left(\bar{q} \sum_{(i,j) \in I_{1,kl}} q_{ij} + \sum_{(i,j,p,q) \in I_{3,kl}} q_{ij} q_{pq} \right);$$

$$q''^2 = 4 \sum_{(i,j) \in I_{2,kl}} q_{ij} - 2(1-\delta_{kl}) \bar{q} \sum_{(i,j) \in I_{1,kl}} q_{ij};$$

$$\bar{q} = \sum_{i,j=1}^N q_{ij}; \quad I_{1,kl} = \{(i,j) \in \overline{1,N} \times \overline{1,N} \mid i = k \oplus l\};$$

$$I_{2,kl} = \{(i,j,p,q) \in \overline{1,N} \times \overline{1,N} \times \overline{1,N} \times \overline{1,N} \mid i \oplus p = k \oplus l\};$$

$$I_{3,kl} = \{(i,j,p,q) \in [\overline{1,N}]^4 \mid i \oplus j \oplus p = k \oplus l\};$$

$$I_{4,kl} = \{(i,j,p,q) \in [\overline{1,N}]^4 \mid i \oplus j \oplus p \oplus q = k \oplus l\}.$$

Выводы

Получено выражение (29) для элементов корреляционной матрицы выходных отношений сигнал/шум в матричной радиометрической приемной системе с учетом взаимной корреляции канальных сигналов, обусловленных пересечением парциальных ДНА соседних каналов. Это соотношение может быть использовано для оценки потенциальной точности измерения координат объектов с помощью матричных систем местоопределения.

Литература

1. Антюфеев В.И., Быков В.Н., Мирошник Т.В., Радзиховский В.Н., Сотников А.М. Уплотнение каналов в многоканальных радиометрических приемниках миллиметрового диапазона волн // Радиотехника. – 2004. – Вып. 136. – С. 86-90.
2. Антюфеев В.И. Оптимизация семейства модулирующих функций в многоканальном радиометре. Сообщение 1 // Радиотехника. – 1997. – Вып. 101. – С. 16-20.
3. Антюфеев В.И. Оптимизация семейства модулирующих функций в многоканальном радиометре. Сообщение 2 // Радиотехника. – 1997. – Вып. 101. – С. 21-28.
4. Антюфеев В.И., Быков В.Н., Овсянников Ю.В., Султанов А.С. Оценка реальной чувствительности многоканального радиометра // Радиотехника. – 1991. – Вып. 94. – С. 7-13.

Поступила в редакцию 11.06.2007

Рецензент: д-р техн. наук, профессор Е.Л. Казаков, Объединенный научно-исследовательский институт Вооруженных Сил, Харьков.