

УДК 681.3.06 : 518

А.И. ТЫРТЫШНИКОВ, С.А. ПИВОВАР

Полтавский военный институт связи, Украина

ОПТИМИЗИРОВАННЫЙ АЛГОРИТМ РАСЧЕТА АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЧИСТОПОЛЮСНОГО ЦИФРОВОГО ФИЛЬТРА ПО ЗАДАНЫМ ВЕСОВЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМ

Предложен алгоритм расчета амплитудно-частотных характеристик чистополусных цифровых фильтров произвольного порядка по заданным действительным весовым коэффициентам, оптимизированный для использования в вокодерах с линейным предсказанием. Проведена оценка вычислительной эффективности предложенного алгоритма в сравнении с традиционным.

цифровой фильтр, амплитудно-частотная характеристика, вокодер, линейное предсказание

Введение

В задачах проектирования цифровых фильтров (ЦФ) часто желательно получение амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) в табличном или графическом виде – например, с целью анализа тенденции ее изменения при моделировании адаптивного фильтра. В случае, когда фильтр имеет высокий порядок, многократное вычисление АЧХ является сложной задачей, требующей больших вычислительных и временных затрат даже при использовании языков программирования, имеющих стандартные подпрограммы вычисления модуля комплексного числа. При этом главным источником названных затрат является именно многократное выполнение операций над комплексными числами [1, 2].

Особенно остро задача минимизации вычислительных затрат стоит для вокодеров с линейным предсказанием, где многократный расчет АЧХ синтезирующего ЦФ необходимо выполнять в реальном времени [2 – 5].

В связи с вышеизложенным задача оптимизации алгоритмов расчета АЧХ ЦФ различных структур с целью минимизации вычислительных затрат на их реализацию является актуальной.

Целью данной работы является получение алгоритма расчета АЧХ ЦФ произвольного порядка, оптимизированного для применения в вокодерах с

линейным предсказанием и оценка его вычислительной эффективности в сравнении с традиционным алгоритмом, основанным на вычислении отдельного значения АЧХ как модуля комплексного числа.

Описание алгоритма

В [6] авторами были получены расчетные выражения, в совокупности образующие универсальный алгоритм расчета АЧХ ЦФ произвольного порядка с комплексными весовыми коэффициентами, реализованных в канонической форме, не использующий операций над комплексными числами:

$$K(\omega) = \sqrt{K_x^2(\omega) / K_y^2(\omega)}, \quad (1)$$

$$K_x^2(\omega) = a_0^2 + e_0^2 + \sum_{l=1}^L [a_l^2 + e_l^2 + 2 \sum_{k=0}^{L-l} ((a_k a_{k+l} + e_k e_{k+l}) \cos l\omega + (a_k e_{k+l} - e_k a_{k+l}) \sin l\omega)], \quad (2a)$$

$$K_y^2(\omega) = 1 + \sum_{m=1}^M [c_m^2 + d_m^2 + 2 \sum_{k=0}^{M-m} ((c_k c_{k+m} + d_k d_{k+m}) \cos m\omega + (c_k d_{k+m} - d_k c_{k+m}) \sin m\omega)], \quad (2б)$$

где $K(\omega)$ – АЧХ ЦФ; $\omega = \omega T$ – нормированная циклическая частота; $K_x(\omega), K_y(\omega)$ – АЧХ нерекурсивной и рекурсивной частей ЦФ соответственно; L и M – количество прямых и обратных связей ЦФ; a_l, e_l – действительные и мнимые части весовых коэффициентов прямых связей; c_m, d_m – действительные и мнимые части весовых коэффициентов обратных связей; T – интервал дискретизации.

С учетом того, что в качестве синтезирующего фильтра в вокодерах с линейным предсказанием обычно используется чистополусный фильтр с действительными весовыми коэффициентами [2, 4], для данного частного случая алгоритм (1), (2) может быть представлен в виде:

$$K(\omega) = 1 / \sqrt{K_y^2(\omega)}, \quad (3)$$

$$K_y^2(\omega) = 1 + \sum_{m=1}^M [b_m^2 + 2 \cos m\omega \sum_{k=0}^{M-m} b_k b_{k+m}], \quad (4)$$

где b_m – действительные весовые коэффициенты обратных связей ЦФ; M – порядок фильтра.

Стандартный метод вычисления отдельного значения $K_y^2(\omega)$ как модуля комплексного числа приводит к выражению [2 – 4]:

$$\begin{aligned} K_y^2(\omega) &= \left[\sum_{m=0}^M b_m \cos m\omega \right]^2 + \left[\sum_{m=0}^M b_m \sin m\omega \right]^2 = \\ &= \left[1 + \sum_{m=1}^M b_m \cos m\omega \right]^2 + \left[\sum_{m=1}^M b_m \sin m\omega \right]^2. \end{aligned} \quad (5)$$

Из сравнения выражений (4) и (5) видно, что для получения единственного значения АЧХ согласно (4) необходимо выполнить вдвое меньше операций вычисления тригонометрических функций (используются только значения $\cos m\omega$, вычисление значений $\sin m\omega$ не требуется), но существенно большее количество операций сложения и умножения для получения всех требуемых величин вида:

$$B_m = b_m^2; \quad B_{sm} = \sum_{k=0}^{M-m} b_k b_{k+m}. \quad (6)$$

Однако очевидно, что значения B_m и B_{sm} не зависят от ω , следовательно, могут быть

вычислены при расчете АЧХ однократно. Таким образом, оптимальное, с точки зрения минимизации вычислительных затрат, использование выражения (4) подразумевает предварительный расчет всех требуемых значений B_m и B_{sm} с записью их в массив и последующий расчет АЧХ с шагом $\Delta\omega$ в основном цикле согласно выражения:

$$K_y^2(\omega) = 1 + \sum_{m=1}^M [B_m + 2B_{sm} \cos m\omega]. \quad (7)$$

Блок-схема алгоритма, полученного на основе выражений (3), (6), (7), изображена на рис. 1.

Как известно, вычисление тригонометрических функций в задачах реального времени осуществляется либо при помощи заранее созданных таблиц значений в памяти процессора, либо посредством аппроксимирующих функций, обеспечивающих необходимую точность и минимальные вычислительные затраты [2, 4]. Для задач компрессии речи наилучшей принято считать аппроксимацию функции $\cos m\omega$ в виде отрезка ряда по полиномам Чебышева [2]:

$$\begin{aligned} \cos(x) &= 0,998568 - 4,888184x^2 + \\ &+ 3,819208x^4 - 0,930944x^6, \end{aligned} \quad (8)$$

где $x = m\omega/\pi$.

Выражения (3), (6) – (8) в совокупности образуют алгоритм расчета АЧХ чистополусного ЦФ произвольного порядка по заданным действительным весовым коэффициентам, оптимизированный для использования в вокодерах с линейным предсказанием.

Оценка вычислительной эффективности алгоритма

Оценка вычислительной эффективности оптимизированного алгоритма, в сравнении со стандартным, основанным на использовании выражения (5) проведена с учетом следующих условий:

- 1) операции вида \sqrt{x} и $1/x$, присутствующие в (3), не учитывались, так как оба алгоритма при одинаковом значении M содержат равное их количество;

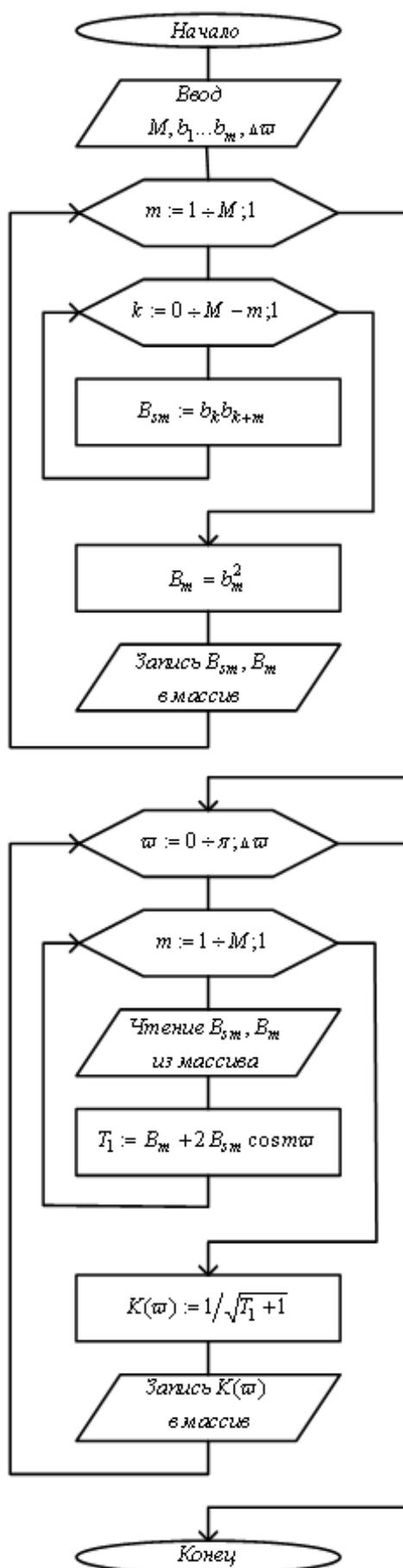


Рис. 1. Блок-схема алгоритма

2) значения тригонометрических функций $\cos m\omega$ и $\sin m\omega = \cos(m\omega - \pi/2)$ в оптимизированном и стандартном алгоритмах рассчитываются с использованием одной и той же аппроксимации (8);

3) операция умножения на два в (7) не учитывалась, так как легко может быть реализована путем сдвига соответствующей двоичной величины на один разряд влево.

Результаты непосредственного подсчета количества выполняемых арифметических операций умножения и сложения для стандартного и оптимизированного алгоритмов в зависимости от порядка фильтра M и количества рассчитываемых значений АЧХ N представлены в табл. 1. В последней строке той же таблицы представлены выражения для подсчета количества условных (приведенных) вычислительных операций сложения.

Таблица 1
Количество выполняемых арифметических операций для стандартного и оптимизированного алгоритмов

Количество операций	Стандартный алгоритм	Оптимизированный алгоритм
Умножения (не зависящих от N)	-	$\frac{M(M+3)}{2}$
Сложения (не зависящих от N)	-	$\frac{M(M-1)}{2}$
Умножения (всего)	$(15M+2)N$	$\frac{M(M+3)}{2} + 8MN$
Сложения (всего)	$8MN$	$\frac{M(M-1)}{2} + 5MN$
Приведенных операций	$16N(8M+1)$	$\frac{M(9M+23)}{2} + 69MN$

Указанные выражения получены при условии, что время выполнения одной операции умножения приблизительно в восемь раз превышает время выполнения операции сложения. Это соответствие с различной степенью точности выполняется для тридцатидвухразрядных цифровых процессоров

обработки сигналов (например, микропроцессор 68000™ использует 10 командных циклов для выполнения операции сложения и 74 цикла – для умножения [7]).

Из выражений для подсчета количества приведенных вычислительных операций нетрудно получить условие, при выполнении которого оптимизированный алгоритм обеспечивает, по сравнению со стандартным, уменьшение вычислительных затрат на расчет АЧХ ЦФ:

$$69NM + \frac{M(9M + 23)}{2} < 16N(8M + 1),$$

откуда окончательно получаем:

$$N > \frac{M(9M + 23)}{2(59M + 16)}. \quad (9)$$

Очевидно, что чем выше порядок ЦФ, тем больше значений АЧХ необходимо рассчитать для ее адекватного представления, однако точных рекомендованных соотношений величин N и M не существует. Поэтому предположим, что для расчета АЧХ достаточно получить $N = M$ ее значений. Даже при этом, слишком «мягком», условии (на самом деле для приемлемого представления АЧХ значений требуется гораздо больше), получим:

$$\frac{9M + 23}{2(59M + 16)} < 1.$$

Полученное соотношение выполняется при любом значении M .

Результаты сравнительной оценки вычислительной эффективности оптимизированного и стандартного алгоритмов представлены на рис. 2, 3.

На рис. 2 сплошной линией изображен график функции

$$N = \frac{M(9M + 23)}{2(59M + 16)}, \quad (10)$$

и, для сравнения (пунктирной линией), прямая $N = M$. Область значений N и M , при которых оптимизированный алгоритм, по сравнению со стандартным, обеспечивает уменьшение вычислительных затрат, очевидно, располагается выше графика функции (10). Видно, что

предложенный алгоритм обладает большей вычислительной эффективностью даже при большинстве значений $N < M$.

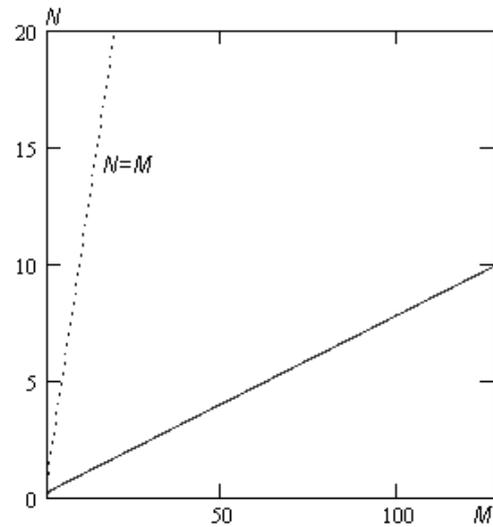


Рис. 2. График функции $N = f(M)$

Таким образом, оптимизированный алгоритм, по сравнению со стандартным, обеспечивает уменьшение вычислительных затрат на расчет АЧХ для фильтров любого порядка и при любом, практически значимом, количестве рассчитываемых значений N .

На рис. 3 представлены графики зависимостей количества приведенных вычислительных операций, которые требуется выполнить для расчета АЧХ по стандартному (S) и оптимизированному (P) алгоритмам от порядка фильтра M , при условии, что $N = M$.

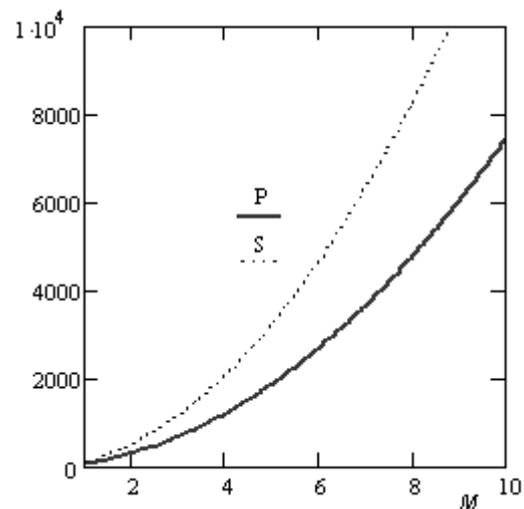


Рис. 3. Зависимости $S = f(M)$ и $P = f(M)$

Видно, что уменьшение вычислительных затрат при использовании оптимизированного алгоритма в абсолютных единицах становится все более значительным с увеличением M и N .

В относительных единицах эта величина постоянна при любом постоянном отношении N/M и не зависит от их конкретных значений.

Так, например, при $N = M$ выигрыш в вычислительных затратах (уменьшение вычислительных затрат) составляет около 40%, с увеличением N при постоянном M указанный показатель возрастает приблизительно до 50%.

Заключение

Получен оптимизированный алгоритм расчета АЧХ чистолюсного ЦФ произвольного порядка по заданным действительным весовым коэффициентам.

Алгоритм, по сравнению со стандартным, обладает более высокой вычислительной эффективностью при расчете АЧХ фильтров любого порядка и при любом, практически значимом, количестве рассчитываемых значений характеристики. Уменьшение вычислительных затрат при использовании оптимизированного алгоритма составляет, в зависимости от величины отношения N/M , 40 – 50%, выигрыш в вычислительной эффективности увеличивается с увеличением указанного отношения.

Алгоритм может применяться в вокодерах с линейным предсказанием, либо в других задачах, связанных с анализом, синтезом, моделированием ЦФ соответствующего класса.

Литература

1. Справочник по устройствам цифровой обработки информации / Н.А. Виноградов, В.Н. Яковлев и др. – К.: Техника, 1988. – 415 с.
2. Солонина А.И., Улахович Д.А., Яковлев Л.А. Алгоритмы и процессоры цифровой обработки сигналов. – С.-Пб.: БХВ-Петербург, 2002. – 464 с.
3. Куприянов М.С., Матюшкин Б.Д. Цифровая обработка сигналов: процессоры, алгоритмы, средства проектирования. 2-е изд. – С.-Пб.: Политехника, 1999. – 592 с.
4. Бондарев В.Н., Трестер Г., Чернега В.С. Цифровая обработка сигналов: методы и средства: Учеб. пособие для вузов. – Севастополь: Изд-во СевГТУ, 1999. – 398 с.
5. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. – С.-Пб.: Питер, 2003. – 604 с.
6. Тыртышников А.И., Никулин Н.Б., Одарущенко Е.Б. Алгоритм расчета амплитудно-частотной характеристики цифрового фильтра с комплексными весовыми коэффициентами // Системы обробки інформації. – Х.: ХУ ПС. – 2005. – Вип. 4 (44). – С. 152-155.
7. Цифровые процессоры обработки сигналов. Руководство для преподавателя. – University of Hertfordshire. – [Электрон. ресурс]. – Режим доступа: <http://dsp-book.narod.ru>

Поступила в редакцию 23.02.2006

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Н.В. Галай, Полтавский государственный технический университет им. Ю. Кондратюка, Полтава.