

УДК 621.396

А.А. АСТРАХАНЦЕВ, А.В. ОМЕЛЬЧЕНКО

*Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Украина*

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ОПТИМАЛЬНОГО ПРИЕМНИКА МНОГОУРОВНЕВЫХ СИГНАЛОВ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ДЖИТТЕРА

Рассмотрены вопросы помехоустойчивости оптимального корреляционного приемника многоуровневых сигналов, применяемого в сетях абонентского доступа. Определены зависимости вероятности символьной ошибки от величины джиттера и отношения сигнал/шум для сигналов кода 2B1Q.

**помехоустойчивость, цифровые сети абонентского доступа, кодирование 2B1Q, помеха типа аддитивный гауссовский белый шум, джиттер, корреляционный прием многоуровневых сигналов**

### Введение

В настоящее время широко распространены телекоммуникационные технологии семейства xDSL, позволяющие расширить спектр услуг, предоставляемых по медным кабелям, по которым обеспечивается доступ абонентов к телефонной сети общего пользования (ТФОП). Семейство xDSL объединяет технологии, позволяющие организовывать обмен данными по различным типам кабелей и с различной скоростью – в зависимости от возможностей абонента. Наиболее популярными из xDSL-технологий являются HDSL и ADSL.

Согласно [1] при построении аппаратуры HDSL могут применяться несколько методов линейного кодирования – 2B1Q, QAM, CAP. Наиболее распространенным на территории Украины является линейный код 2B1Q. Этот многоуровневый код представляет собой вариацию амплитудно-импульсной модуляции с четырьмя уровнями выходного напряжения без возвращения к нулевому значению (NRZ). Широкое применение кода 2B1Q, в первую очередь, обусловлено простотой его реализации, что компенсирует невысокую спектральную эффективность. Немаловажным достоинством 2B1Q является наличие регламентирующих документов.

**Цель работы.** Оценивание степени влияния фазового джиттера на фоне аддитивной помехи типа гауссовский белый шум на вероятность ошибочного

приема символа оптимального корреляционного приемника.

### Понятие джиттера и его разновидности

Переход к цифровым методам передачи и коммутации помимо преимуществ, обусловленных новыми технологиями связи, вызвал множество проблем, специфически связанных с особенностями передачи сигналов в цифровом виде [2]. Одним из наиболее влияющих на качество факторов является фазовое дрожание или «джиттер».

*Джиттером или фазовым дрожанием* называют явление фазовой модуляции принимаемого сигнала (как аналогового, так и цифрового). На практике получили распространение два основных подхода к определению джиттера – в терминах фазы и в терминах частоты.

Определяя джиттер в терминах частоты, различают два типа фазовой нестабильности, различающихся скоростью изменения частоты:

– быстрые колебания частоты, характеризующиеся изменением частоты более чем на 10 Гц и получившие название *джиттера* (в отечественной терминологии – фазовое дрожание);

– медленные колебания с изменением частоты менее чем на 10 Гц, получившие название *вандера* (в отечественной терминологии – дрейф фазы). Нормы на уровень джиттера в цифровых системах

передачи PDH/SDH определяются ITU-T в рекомендациях G.823, G.783 и G.825.

Основными параметрами джиттера являются амплитуда и частота. Джиттер измеряется как пиковая величина отклонения фазы (частоты), приведенная к длине периода передачи данных. В настоящее время получила распространение практика измерения амплитуды джиттера в единицах времени: абсолютных (обычно, в микросекундах) или в приведенных (к длительности бита) – единичных интервалах (Unit Interval – UI). *Единичным интервалом* называется время, необходимое для передачи одного бита информации при заданной скорости передачи.

При передаче цифрового и оцифрованного аналогового сигналов влияние джиттера сказывается по-разному.

В случае передачи оцифрованного аналогового сигнала наличие джиттера приводит к тому, что восстановленный сигнал оказывается неравномерно дискретизированным, что может привести к значительным нарушениям в структуре аналогового сигнала.

При передаче данных в цифровой форме джиттер, непосредственно связанный с нарушениями в синхронизации цифрового потока, приводит к двум эффектам:

- в процессе регенерации нарушения в синхронизации приводят к отклонению моментов считывания сигналов в передатчике относительно тактовых моментов. В результате снижается пороговый уровень работы по шумам, что приводит к появлению битовых ошибок;

- на выходе асинхронных мультиплексоров наличие джиттера в системе синхронизации может привести к переполнениям буферов и проскальзываниям с потерями цикловой синхронизации, что приводит к значительному ухудшению качества связи. Обычно проскальзывания вызываются вандером.

Методология измерений джиттера и вандера до сих пор находится в стадии формирования. Если параметры ошибки в цифровом составном канале могут быть легко рассчитаны, то процессы формирования и передачи джиттера в составном цифровом канале,

несмотря на глубокие исследования в этой области, до сих пор до конца не разрешены [2]. В связи с этим возникает необходимость практического изучения норм на джиттер в канале связи, а также исследования реальных ситуаций и процессов на сетях.

### Оценивание влияния джиттера на помехоустойчивость корреляционного приемника многоуровневых сигналов

В настоящее время для более эффективного использования полосы частот применяют многоуровневые сигналы. Средняя вероятность ошибочного приема символа многоуровневого сигнала оптимальным корреляционным приемником при воздействии аддитивной помехи определяется выражением [3]:

$$P_{ou}(\bar{q}) = \frac{2(M-1)}{M} \cdot Q\left(\sqrt{\frac{6 \log_2 M}{M^2-1} \bar{q}}\right), \quad (1)$$

где  $Q(d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_d^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$ ;  $M$  – число уровней сигнала;

$$\bar{q} = E_{cp}/N_0 \quad (2)$$

отношение сигнал/шум на бит (ОСШ).

Джиттер, как и аддитивная помеха, может привести к неправильному приему символа за счет того, что на интегратор поступает фрагмент сигнала принимаемого уровня и фрагмент соседнего сигнала. Это приводит к изменению сигнальной составляющей на выходе интегратора при том же уровне шумовой компоненты.

При наличии джиттера большую роль будет играть последовательность сигналов в канале связи, поскольку на интегратор будет поступать либо часть предшествующего уровня, либо последующего. При этом необходимо учесть, что идущие подряд уровни не обязательно являются соседними.

Можно показать, что наличие джиттера приведет к изменению уровней сигнальной составляющей на выходе корреляционного приемника в  $b(\tau) = 1 - |\tau|/T$  раз, где  $T$  – длительность одного уровня сигнала. С учетом этого средняя вероятность ошибочного приема многоуровневого сигнала при наличии джиттера должна удовлетворять условию

$$P_{ош}(\bar{q}, M) \geq \frac{2 \cdot (M-1)}{M} \times \int_{-\infty}^{\infty} Q \left( \sqrt{\frac{6 \log_2 M}{M^2 - 1}} \bar{q} \cdot \left[ 1 - \frac{|\tau|}{T} \right] \right) \cdot p(\tau) d\tau, \quad (3)$$

где  $p(\tau)$  – плотность вероятности распределения временного сдвига точек отсчета вследствие джиттера.

Выражение (3) определяет нижний порог для вероятности ошибочного приема многоуровневых сигналов при наличии джиттера. Равенство в (3) должно достигаться для адаптивного корреляционного приемника, идеально отслеживающего изменение уровней сигнальной составляющей для каждой из гипотез. На рис. 1 приведена зависимость нижнего порога вероятности ошибки (3) от числа уровней сигнала  $M$ , при дисперсии джиттера  $\sigma/T = 0,05$ .

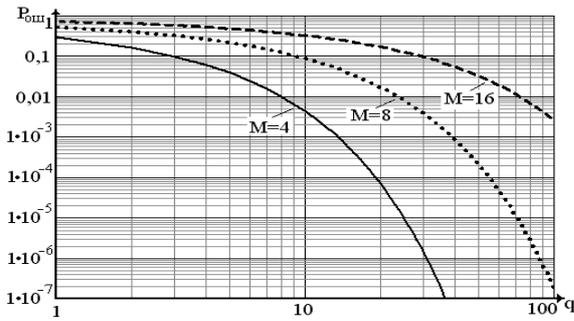


Рис. 1. Зависимость нижнего порога вероятности ошибки (3) от числа уровней сигнала  $M$

### Оценивание вероятности ошибочного приема символа кода 2B1Q на фоне джиттера и аддитивной помехи

Одним из наиболее распространенных многоуровневых кодов является код 2B1Q, первоначально созданный для сетей ISDN, а в настоящее время широко используемый в сетях абонентского доступа. Рассмотрим более подробно алгоритм 2B1Q и принцип работы оптимального корреляционного приемника при передаче информации кодом 2B1Q. В соответствии с рекомендациями [4], сигнал 2B1Q на передающей стороне имеет 4 уровня  $b_i$ : +2,5В; +0,833В; -0,833В и -2,5В, которым соответствуют кодовые символы +3, +1, -1, -3. Кодирование по алгоритму 2B1Q и формирование соответствующих кодовых символов, проиллюстрировано на рис. 2 [1, 5].

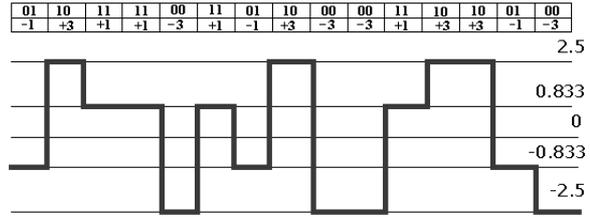


Рис. 2. Кодирование согласно алгоритму 2B1Q

Оценим помехоустойчивость алгоритма при наличии в канале аддитивной помехи типа «гауссовский белый шум». При этом будем считать, что помеха имеет нулевое математическое ожидание и спектральную плотность мощности  $N_0/2$ .

Пусть на вход демодулятора в течение интервала времени  $[0, T]$  приходит некоторый элемент сигнала  $z(t)$ . Предположим, что демодулятор принимает при этом решение, что передан символ  $b_i$ , т.е. выдает оценку  $\hat{b}_i$ . Вероятность того, что это решение правильно, равна условной вероятности  $P(b_i|z(t))$  того, что действительно передавался символ  $b_i$ , при условии прихода реализации элемента сигнала  $z(t)$ .

В соответствии с критерием максимума апостериорной вероятности решающее правило распознавания символа можно записать следующим образом:

$$i = \text{Arg max} \left\{ \frac{2}{N_0} \int_0^T z(t) s_j(t) dt - \frac{1}{N_0} \int_0^T s_j^2(t) dt \right\}. \quad (4)$$

Суть (4) сводится к проверке системы неравенств

$$\int_0^T z(t) s_i(t) dt - 0,5E_i > \int_0^T z(t) s_j(t) dt - 0,5E_j, \quad j \neq i, \quad (5)$$

где  $E_i = \int_0^T s_i^2(t) dt$  – энергия ожидаемого сигнала

$s_i(t)$ . Выражение (5) определяет те операции, которые должен совершать оптимальный приемник над входным сигналом. На рис. 3 показана структурная схема приемного устройства, работающего в соответствии с (4), для случая  $M = 4$ . Здесь блоки "x" – перемножители; Г0, Г1 – генераторы опорных сигналов  $s_0(t), s_1(t)$ ;  $\int$  – интеграторы; "-" – вычитающие устройства, РУ – решающее устройство, определяющее в моменты времени, кратные  $T$ , номер  $i$ -ветви с максимальным сигналом.

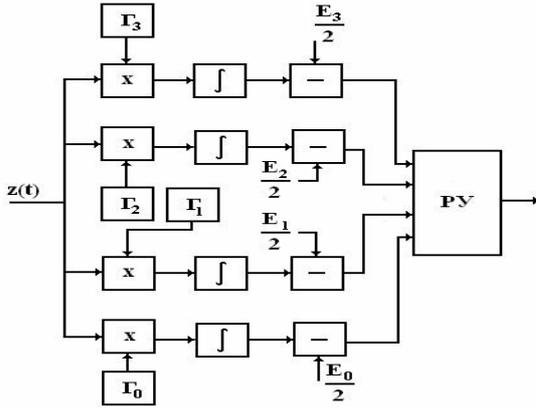


Рис. 3. Оптимальный приемник, построенный по корреляционной схеме

Для кода 2B1Q, при  $M = 4$ , выражение (1) принимает следующий вид:

$$P_{ош}(\bar{q}) = \frac{3}{2} \cdot Q\left(\sqrt{\frac{4}{5}q}\right). \quad (6)$$

С учетом этого средняя вероятность ошибки приема сигналов кода 2B1Q при наличии джиттера должна удовлетворять условию

$$P_{ош}(\bar{q}) \geq \frac{3}{2} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} Q\left(\sqrt{\frac{4}{5}q} \cdot \left[1 - \frac{|\tau|}{T}\right]\right) \cdot p(\tau) d\tau. \quad (7)$$

Выражение (7) соответственно определяет нижний порог для вероятности ошибки приема символов кода 2B1Q. Зависимость средней вероятности ошибки в символе (6) от отношения сигнал/шум (2) и нижний порог вероятности ошибки приема сигналов при наличии джиттера (7) приведены на рис. 4.

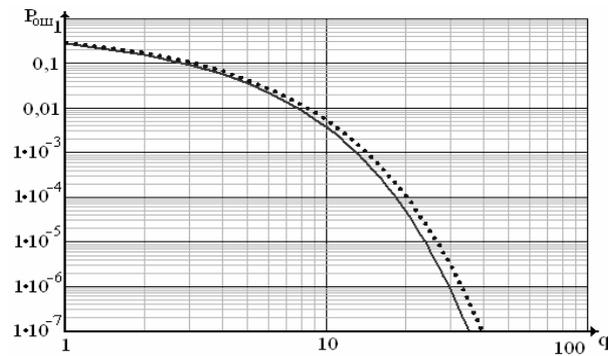


Рис. 4. Зависимость вероятности ошибки от отношения сигнал/шум  
 — зависимость средней вероятности ошибки в символе кода 2B1Q от ОСШ при отсутствии джиттера  
 ..... — нижний порог вероятности ошибки приема сигналов при наличии джиттера с СКО  $\sigma/T = 0,05$

При фиксированном пороге средняя вероятность ошибки распознавания корреляционного алгоритма определяется выражением

$$P_H(\bar{q}) = \frac{1}{2} \left\{ \int_{-\infty}^h \frac{1}{\sqrt{2\pi D_3}} e^{-\frac{(x-m_3)^2}{2D_3}} dx + \int_0^h \frac{1}{\sqrt{2\pi D_1}} e^{-\frac{(x-m_1)^2}{2D_1}} dx + \int_h^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi D_1}} e^{-\frac{(x-m_1)^2}{2D_1}} dx \right\}, \quad (8)$$

где  $m_1 = D_1 = \frac{2E_1}{N_0} = q$ ;  $m_3/9 = D_3/9 = q$ .

Выполним замену переменных в выражении (8):

$$P_H(\bar{q}) = \frac{1}{2} \left\{ \int_{3\sqrt{q}-h}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy + \int_{\sqrt{q}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy + \int_{h-\sqrt{q}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy \right\}$$

Таким образом,

$$P_H(\bar{q}) = \frac{1}{2} \left\{ Q(3\sqrt{q}-h) + Q(\sqrt{q}) + Q(h-\sqrt{q}) \right\}. \quad (9)$$

При воздействии джиттера

$$P_H(q, \tau) = \frac{1}{2} \left\{ Q\left[\left(1 - \frac{3|\tau|}{T}\right)\sqrt{q}\right] + Q\left[\left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right)\sqrt{q}\right] + Q\left[\left(1 + \frac{|\tau|}{T}\right)\sqrt{q}\right] \right\}. \quad (10)$$

На рис. 5 приведена зависимость вероятности ошибки (10) от дисперсии  $\sigma^2$  гауссовского джиттера. Отметим, что при отсутствии джиттера ( $\tau = 0$ ), выражение (10) принимает вид  $P_H(q) = 3/2 \cdot Q(\sqrt{q})$ , что эквивалентно (6).

Если джиттер является случайным, то средняя вероятность ошибки приема символов

$$P_S(q) = \int_{-\infty}^{\infty} P_H(q, \tau) \cdot p(\tau) d\tau, \quad (11)$$

где величина  $P_H(q, \tau)$  определяется формулой (10), а  $p(\tau)$  — плотность вероятности распределения временного сдвига точки отсчета.

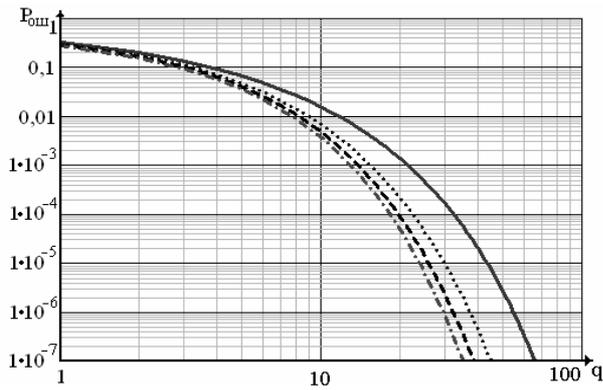


Рис. 5. Зависимость вероятности ошибки от СКО джиттера, где

—  $\sigma/T = 0,1$  (0,1UI); .....  $\sigma/T = 0,05$  (0,05UI);  
 - - -  $\sigma/T = 0,025$  (0,025UI);  
 - · - джиттер с нулевым СКО (0UI)

Зависимость вероятности ошибочного приема символа от СКО джиттера (11) приведена на рис. 6.

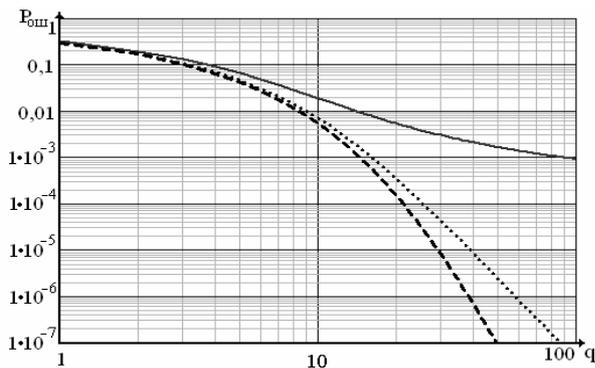


Рис. 6. Вероятность ошибочного приема символов для гауссовского джиттера с СКО

—  $\sigma/T = 0,1$  (0,1UI); .....  $\sigma/T = 0,05$  (0,05UI);  
 - - -  $\sigma/T = 0,025$  (0,025UI)

Как видно из рис. 6, джиттер величиной 0,1 UI приводит к резкому возрастанию вероятности ошибки до  $1 \cdot 10^{-3}$ , что является недопустимым.

### Заклучение

Научная новизна проведенных исследований состоит в следующем:

1. Выполнена оценка влияния джиттера совместно с аддитивной помехой на помехоустойчивость оптимального корреляционного приемника многоуровневых сигналов. Получено аналитическое выражение для нижнего предела вероятности ошибоч-

ного приема многоуровневых сигналов для заданных соотношений сигнал/шум и дисперсии джиттера.

2. Для сигналов 2B1Q обоснованы аналитические выражения для вероятности символьной ошибки при заданных соотношениях сигнал/шум и дисперсии джиттера.

3. Применительно к аддитивной помехе типа гауссовский белый шум и джиттеру с гауссовским распределением построены рабочие характеристики оптимального приемника в виде зависимостей вероятности ошибочного приема символов от соотношения сигнал/шум для разных значений дисперсии джиттера.

Практическая значимость проведенных исследований обуславливается возможностью применения полученных характеристик для кода 2B1Q, имеющего широкое распространение в сетях абонентского доступа.

### Литература

1. Филимонов А.Ю. Алгоритмы модуляции технологий xDSL // Сети ЭВМ и телекоммуникации, 2002. – 424 с.
2. Бакланов И.Г. Методы измерений в системах связи. – М.: ЭКОТРЕНДЗ, 1999. – 196 с.
3. Прокис Д. Цифровая связь. – М.: Радио и связь, 2000. – 800 с.
4. ANSI T 1.601-1999. Basic Access Interface for Use on Metallic Loops for Application at the Network Side of NT, Layer 1 Specification [Electronic resource]. – Mode of Access: [http://webstore.ansi.org/ansidocstore/product.asp?sku=ANSI+T1.601-1999+\(R2004\)](http://webstore.ansi.org/ansidocstore/product.asp?sku=ANSI+T1.601-1999+(R2004)). – Загл. с экрана. – Яз. англ.
5. Астраханцев А.А., Омельченко А.В., Пресняков И.Н. Проблемы эффективности сетей абонентского доступа // Радиоэлектроника и информатика. – 2004. – № 4. – С. 34-40.

Поступила в редакцию 22.09.2006

Рецензент: д-р техн. наук, проф. И.В. Барышев, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Харьков.