

## Влияние осевого эксцентриситета на динамические характеристики радиально-упорного гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа

*Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ»*

Приведены математические зависимости, позволяющие определять динамические характеристики ротора на радиально-упорных гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа. Сделано обобщение теоретических зависимостей на случай развитого турбулентного течения рабочей жидкости. Применены нелинейные уравнения движения ротора, с помощью которых можно получать его амплитудно-частотные характеристики и определять зоны резонанса и границы неустойчивого движения ротора на рассматриваемых подшипниках. Приведены результаты расчета динамических характеристик ротора на радиально-упорных гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа при различных значениях осевого эксцентриситета и выполнен анализ полученных результатов.

**Ключевые слова:** динамические характеристики, математические зависимости, турбулентное течение, уравнения движения ротора, амплитудно-частотные характеристики, резонансные зоны, границы неустойчивости, осевой эксцентриситет.

Скорости вращения роторов современных машин таковы, что для оценки надежности работы машины в полной мере необходимо определять ее динамические характеристики. На эти характеристики оказывают влияние большое количество факторов. Влияние многих из них еще недостаточно изучено. Одним из таких факторов является осевой эксцентриситет ротора на радиально-упорных гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа. Определение динамических характеристик ротора на рассматриваемых подшипниках связано с совместным решением уравнений баланса расходов, Рейнольдса и уравнений движения ротора. В основе определения этих характеристик лежит функция распределения давления в слое рабочей жидкости.

Рассмотрим определение функции изменения давления из совместного решения уравнений Рейнольдса и баланса расходов. Конструктивная схема рассматриваемого в работе подшипника приведена в работе [1].

Запишем баланс расходов из условия равенства расходов по контуру  $i$ -й камеры для наружной конической и внутренней цилиндрической поверхностей подшипника

$$Q_{ex1} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_{V1}, \quad (1)$$

$$Q_{ex2} = Q_{11} + Q_{12} + Q_{13} + Q_{14} + Q_{V2}, \quad (2)$$

где  $Q_{ex1}$  и  $Q_{ex2}$  – расходы через входные компенсирующие устройства, соответственно для камер на наружной и внутренней рабочих поверхностях подшипника. Для жиклеров эти расходы записываем в следующем виде:

$$Q_{ex1} = \psi_{ex} \cdot \pi \cdot r_{ж1}^2 \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_{ex} - P_{kki})}, \quad (3)$$

$$Q_{ex2} = \psi_{ex} \cdot \pi \cdot r_{ж2}^2 \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_{ex} - P_{kji})}, \quad (4)$$

где  $\psi_{вх}$  – коэффициент входа, равный 0,62...0,82;

$r_{ж1}$  и  $r_{ж2}$  – радиус жиклеров;

$\rho$  – плотность рабочей жидкости;

$P_{вх}$  – давление рабочей жидкости от насоса;

$P_{кк,i}$  и  $P_{кц,i}$  – давления в  $i$ -х камерах, расположенных на наружной и внутренней рабочих поверхностях подшипника.

Расходы по контуру  $i$ -й камеры с учетом переносного и градиентного течения рабочей жидкости для наружной конической и внутренней цилиндрической рабочих поверхностей подшипника запишем в следующем виде:

$$Q_1 = -\frac{\omega \cdot h_{1,i}(R_{кам2}^2 - R_{кам1}^2)}{4 \cdot \sin \alpha} + \frac{h_{1,i}^3(P_{ккi} - P_{ккi-1}) \cdot \ell_{кк} \cdot \sin \alpha}{6 \cdot \mu \cdot (R_{кам1} + R_{кам2}) \cdot \Delta \varphi_{пер}(N_{пер} - 1)},$$

$$Q_2 = \frac{\omega \cdot h_{1,i+2}(R_{кам2}^2 - R_{кам1}^2)}{4 \cdot \sin \alpha} + \frac{h_{1,i+2}^3(P_{кк,i} - P_{кк,i+1}) \cdot \ell_{кк} \cdot \sin \alpha}{6 \cdot \mu \cdot (R_{кам1} + R_{кам2}) \cdot \Delta \varphi_{пер}(N_{пер} - 1)},$$

$$Q_3 = \frac{h_{1,i+1}^3(P_{кк,i} - P_{сл}) \cdot R_{кам1} \cdot \Delta \varphi_{кам}}{12 \cdot \mu \cdot \ell_{нк} \cdot \sin \alpha},$$

$$Q_4 = \frac{h_{1,i+1}^3(P_{кк,i} - P_{сл}) \cdot R_{кам2} \cdot \Delta \varphi_{кам}}{12 \cdot \mu \cdot \ell_{нк} \cdot \sin \alpha},$$

$$Q_{V1} = \frac{(R_{кам1} + R_{кам2}) \cdot \Delta \varphi_{кам} \cdot \ell_{кк} \cdot V_m}{2 \cdot \sin \alpha},$$

$$Q_{11} = -\frac{\omega \cdot R_{БК} \cdot h_{2,i} \cdot \ell_{кц}}{2} + \frac{h_{2,i}^3(P_{кцi} - P_{кц,i-1}) \cdot \ell_{кц}}{12 \cdot \mu \cdot \ell_{мц}},$$

$$Q_{12} = \frac{\omega \cdot R_{БК} \cdot h_{2,i+2} \cdot \ell_{кц}}{2} + \frac{h_{2,i+2}^3(P_{кц,i} - P_{кц,i+1}) \cdot \ell_{кц}}{12 \cdot \mu \cdot \ell_{мц}},$$

$$Q_{13} = Q_{14} = \frac{h_{2,i+1}^3(P_{кц,i} - P_{сл}) \cdot b_{кц}}{12 \cdot \mu \cdot \ell_{нц}},$$

$$Q_{V2} = b_{кц} \cdot \ell_{кц} \cdot V_m,$$

где  $\alpha$  – угол образующей конуса наружной поверхности подшипника;

$R_{кам1}$  и  $R_{кам2}$  – радиусы подшипника в начале камеры и в ее конце;

$\varphi_{пер}$  – угловой шаг сетки на перемычках между камерами в окружном направлении;

$N_{пер}$  – число узлов сетки на межкамерной перемычке;

$\Delta \varphi_{кам}$  – угловой размер камеры в окружном направлении;

$h_{1,i}$  и  $h_{2,i}$  – зазоры в подшипнике, соответственно на наружной и внутренней рабочих поверхностях;

$\mu$  – динамическая вязкость рабочей жидкости;

$\omega$  – угловая скорость вращения вала с диском;

$R_{BK}$  – радиус внутренней рабочей поверхности подшипника;

$\ell_{кк}$  и  $\ell_{кц}$  – размеры камер наружной конической и внутренней цилиндрической поверхностей подшипника;

$\ell_{mk}$  и  $\ell_{mц}$  – длины межкамерных перемычек на наружной и внутренней рабочих поверхностях подшипника;

$\ell_{нк}$  и  $\ell_{нц}$  – длины торцевых перемычек на наружной и внутренней рабочих поверхностях подшипника;

$P_{сл}$  – давление рабочей жидкости на сливе из подшипника;

$b_{кк}$  и  $b_{кц}$  – ширина камер на конической и цилиндрической частях подшипника;

$Q_{V1}$  и  $Q_{V2}$  – расходы рабочей жидкости, обусловленные движением вала с диском вдоль линии центров диска и подшипника;

$V_m$  – скорость движения вала с диском вдоль линии центров диска и подшипника.

Из уравнений баланса расходов (1) и (2) после подстановки выражений для расходов запишем зависимости для определения давлений в  $i$ -й камере, приспособленные для численной реализации:

$$(P_{кк,i})_{n+1} = a_{10,i} \sqrt{P_{вх} - (P_{кк,i})_n} - a_{12,i} (P_{кк,i-1})_n - a_{13,i} (P_{кк,i+1})_n - a_{11,i}, \quad (5)$$

$$(P_{кц,i})_{n+1} = b_{9,i} \sqrt{P_{вх} - (P_{кц,i})_n} - b_{11,i} (P_{кц,i-1})_n - b_{12,i} (P_{кц,i+1})_n - b_{10,i}, \quad (6)$$

где  $a_{10,i}, a_{11,i}, a_{12,i}, a_{13,i}$  и  $b_{9,i}, b_{10,i}, b_{11,i}, b_{12,i}$  – постоянные коэффициенты в процессе итерации.

Задаваясь начальными значениями давлений в камерах  $(P_{кк,i})_n$  и  $(P_{кц,i})_n$  получаем новые значения давлений на  $(n+1)$ -м шаге по уравнениям (5) и (6). Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока предыдущее и последующее значения давлений в камерах будут меньше заданной точности расчета  $\varepsilon_1$ , т.е.

$$|(P_{кк,i})_{n+1} - (P_{кк,i})_n| \leq \varepsilon_1,$$

$$|(P_{кц,i})_{n+1} - (P_{кц,i})_n| \leq \varepsilon_1.$$

Давления на межкамерных перемычках определяем из уравнений Рейнольдса, которые с учетом общепринятых в гидродинамической теории смазки допущений для наружной конической и внутренней цилиндрической рабочих поверхностей подшипника будут иметь следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{h_1^3}{Kx_1} \frac{\partial P_1}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial z_1} \left( \frac{h_1^3}{Kz_1} \frac{\partial P_1}{\partial z_1} \right) =$$

$$= 6\mu \frac{\partial(U_1 \cdot h_1)}{\partial x_1} + 12 \cdot \mu \cdot V + \rho \omega^2 \cdot R_{cp} \cdot \sin \alpha \frac{\partial}{\partial z_1} \left( \frac{h_1^3}{Kz_1} \right), \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{h_2^3}{Kx_2} \frac{\partial P_2}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial z_2} \left( \frac{h_2^3}{Kz_2} \frac{\partial P_2}{\partial z_2} \right) = 6\mu \frac{\partial(U_2 \cdot h_2)}{\partial x_2} + 12 \cdot \mu \cdot V. \quad (8)$$

В уравнении Рейнольдса (7), записанном для наружной конической поверхности подшипника, введено слагаемое  $\rho \omega^2 \cdot R_{cp} \cdot \sin \alpha \frac{\partial}{\partial z_1} \left( \frac{h_1^3}{Kz_1} \right)$ , учитывающее влияние центробежных сил, как это делается в работе [2].

Уравнения Рейнольдса (7) и (8) обобщены на случай турбулентного течения смазки с помощью коэффициентов  $Kx_1, Kz_1$  и  $Kx_2, Kz_2$ . Выражения для коэффициентов турбулентности в соответствии с методом В. Н. Константинеску имеют вид:

$$Kx_1 = 1 + 0,044(\sigma_{*1}^2 \cdot Re_1)^{0,725},$$

$$Kz_1 = 1 + 0,0247(\sigma_{*1}^2 \cdot Re_1)^{0,65},$$

$$Kx_2 = 1 + 0,044(\sigma_{*2}^2 \cdot Re_2)^{0,725},$$

$$Kz_2 = 1 + 0,0247(\sigma_{*2}^2 \cdot Re_2)^{0,65},$$

где  $\sigma_{*1} = 0,125 \cdot Re_1^{0,07}$ ;  $\sigma_{*2} = 0,125 \cdot Re_2^{0,07}$ ;

$Re_1$  и  $Re_2$  – числа Рейнольдса.

В уравнения Рейнольдса (7) и (8) также входят:

$x_1, z_1$  и  $x_2, z_2$  – оси координат;

$P_1$  и  $P_2$  – давления на наружной и внутренней рабочих поверхностях подшипника (на межкамерных перемычках);

$\mu$  – динамическая вязкость рабочей жидкости;

$\rho$  – плотность рабочей жидкости;

$\omega$  – угловая скорость вращения вала с диском внутри подшипника;

$R_{cp} = (R_{кам1} + R_{кам2}) / 2$  – средний радиус наружной конической поверхности подшипника;

$h_1$  и  $h_2$  – текущие значения зазоров в наружной и внутренней частях подшипника;

$U_1$  и  $U_2$  – окружные скорости наружной и внутренней рабочих поверхностей диска, установленного на вал;

$V$  – скорость сближения вала с диском и подшипника.

Для решения уравнений Рейнольдса (7) и (8) применяем метод конечных разностей в сочетании с методом продольно-поперечной прогонки. Решение задачи методом прогонки ищем в виде

$$P_i = \alpha_i P_{i+1} + \beta_i, \quad (9)$$

где  $i = 2, 3, \dots, N - 1$  – номера узлов сетки;

$\alpha_i$  и  $\beta_i$  – коэффициенты прогонки, определяемые по следующим формулам:

$$\alpha_i = -\frac{A_i}{B_i + C_i \cdot \alpha_{i-1}}; \quad \beta_i = \frac{F_i - C_i \beta_{i-1}}{B_i + C_i \alpha_{i-1}}. \quad (10)$$

Подробно метод продольно-поперечной прогонки изложен в работе [3].

Зная давления в камерах и узлах межкамерных переемычек, можно определить грузоподъемность подшипника.

Суммарную грузоподъемность обеих рабочих поверхностей подшипника (наружной и внутренней) в проекциях на линию центров диска и подшипника  $i_\Sigma$  и направление, ей перпендикулярное,  $j_\Sigma$  запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} i_\Sigma &= i_H + i_B, \\ j_\Sigma &= j_H + j_B, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $i_H$  и  $j_H$  – составляющие грузоподъемности для наружной рабочей поверхности;

$i_B$  и  $j_B$  – составляющие грузоподъемности для внутренней рабочей поверхности.

Динамические характеристики ротора на радиально-упорных гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа определяем из решения нелинейных уравнений движения жесткого одномассового ротора. Рассмотрим уравнения движения диска внутри подшипника под действием сил веса и неуравновешенности. Они имеют следующий вид [4]:

$$\frac{G}{g} \left[ \frac{d^2 e}{dt^2} - e \left( \frac{d\beta_o}{dt} \right)^2 \right] = -2 \cdot i_\Sigma + G \cdot \cos \beta_o + q\omega^2 \cdot \cos(\omega t - \beta_o - \beta_H), \quad (12)$$

$$\frac{G}{g} \left[ e \frac{d^2 \beta_o}{dt^2} + 2 \frac{d\beta_o}{dt} \frac{de}{dt} \right] = -2 \cdot j_\Sigma - G \cdot \sin \beta_o + q\omega^2 \cdot \sin(\omega t - \beta_o - \beta_H),$$

где  $G = mg$  – вес вала с диском;

$g$  – ускорение свободного падения;

$m$  – масса вала с диском;

$e$  – эксцентриситет диска в подшипнике;

$\beta_o$  – угол положения диска в подшипнике;

$q$  – остаточная неуравновешенность вала;

$\omega$  – угловая скорость вращения диска с валом;

$\beta_H$  – положение оси отсчета углов.

При численном решении уравнений (12) использовали многошаговый метод Адамса четвертого порядка. Для получения исходной информации к применению метода Адамса применяли одношаговый метод Эйлера. Задаваясь начальными координатами и скоростями диска, решаем совместно уравнения баланса расходов и уравнения Рейнольдса, вычисляя при этом гидродинамические силы  $i_\Sigma$  и

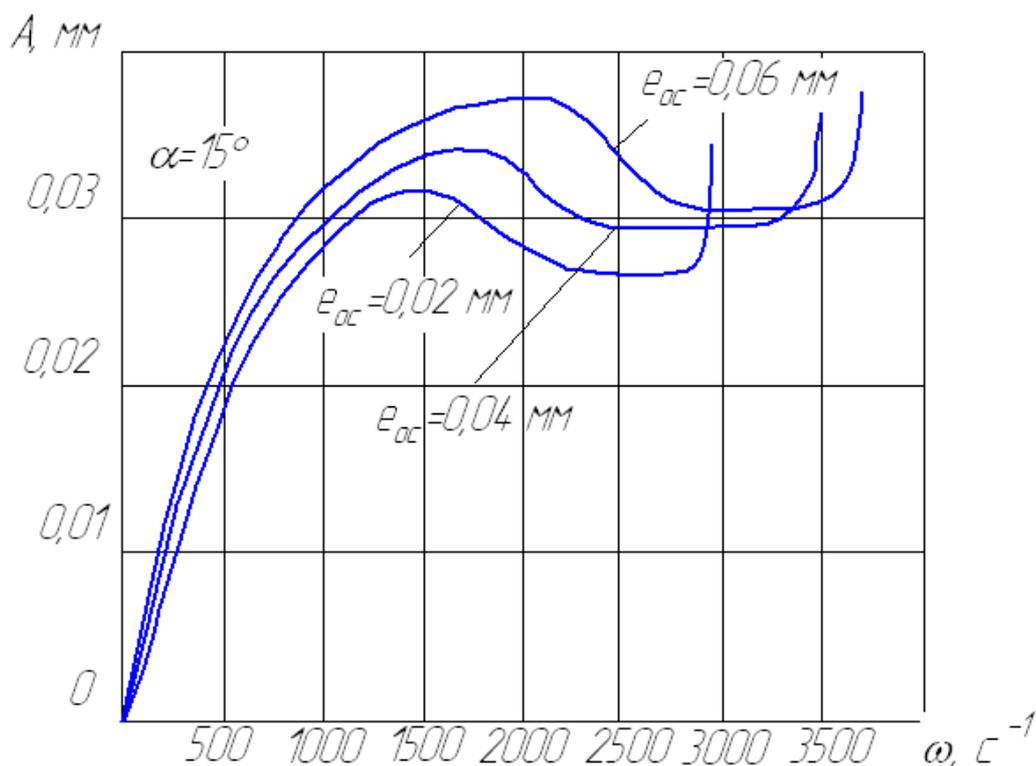
$j_{\Sigma}$ , действующие на диск. Решая уравнения движения, определяем новые координаты и скорости центра диска. Расчет продолжается до получения повторяющихся траекторий диска.

Рассмотренная математическая модель и алгоритм ее численной реализации позволяют определять амплитудно-частотные характеристики сдвоенных радиально-упорных гидростатодинамических подшипников.

Исходными данными для расчета рассматриваемого подшипника были следующие:

1. Минимальный диаметр наружной конической части подшипника  $D_{1H} = 116,65 \text{ мм}$ .
2. Средний диаметр наружной конической части подшипника  $D_{1,ср} = 120 \text{ мм}$ .
3. Максимальный диаметр наружной конической части подшипника  $D_{1K} = 123,35 \text{ мм}$ .
4. Диаметр внутренней цилиндрической поверхности подшипника  $D_2 = 100 \text{ мм}$ .
5. Радиальный зазор в наружной и внутренней частях подшипника  $\delta_{01} = \delta_{02} = 0,07 \text{ мм}$ .
6. Диаметр жиклеров в несущих камерах наружной конической и внутренней цилиндрической частях подшипника  $d_{ж1} = d_{ж2} = 2 \text{ мм}$ .
7. Длина камер на наружной конической части подшипника  $l_{к1} = 15,53 \text{ мм}$ .
8. Длина камер на внутренней цилиндрической части подшипника  $l_{к2} = 15 \text{ мм}$ .
9. Длина половины подшипника (осевая)  $L_n = 25 \text{ мм}$ .
10. Длина двух осевых частей подшипника  $L_{\Sigma} = 2 \cdot L_n = 50 \text{ мм}$ .
11. Коэффициент входа  $\psi_{вх} = 0,62$ .
12. Рабочая жидкость – вода при температуре  $t = 47^{\circ} \text{ C}$ .
13. Угол конуса наружной части подшипника  $\alpha = 15^{\circ}$ .
14. Вес ротора на одну опору  $G = 200 \text{ Н}$ .
15. Дисбаланс ротора  $q = 10,05 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{мм}$ .

Амплитудно-частотные характеристики ротора на радиально-упорных гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа при различных значениях осевого эксцентриситета  $e_{oc}$  показаны на рисунке. Видно, что с увеличением осевого эксцентриситета возрастает угловая скорость, при которой наблюдается явление резонанса. Область резонанса носит нечетко выраженный характер (размыта) и с увеличением осевого эксцентриситета амплитуды колебаний в области резонанса незначительно возрастают (примерно на 15%). Диапазон устойчивой работы ротора на рассматриваемых подшипниках с увеличением осевого эксцентриситета увеличивается примерно в 1,28 раза в рассматриваемом диапазоне эксцентриситетов.



Амплитудно-частотные характеристики ротора на радиально-упорных гидростатодинамических подшипниках сдвоенного типа при различных значениях осевого эксцентриситета  $e_{oc}$

Полученные результаты позволяют рациональнее выбирать осевой эксцентриситет в подшипнике для обеспечения требуемого диапазона устойчивой работы на рассматриваемых подшипниках.

### Список литературы

1. Назин, В. И. Математическая модель сдвоенного радиально-упорного гидростатодинамического подшипника [Текст] / В. И. Назин // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2013. – № 9/106. – С. 127-133.
2. Торубара, А. М. К расчету конических гидростатических подшипников [Текст] / А. М. Торубара // *Математические методы анализа динамических систем*. – Х., 1981. – Вып. 5. – С. 127-130.
3. Назин, В. И. Радиальный гидростатический подшипник повышенной несущей способности [Текст] / В. И. Назин // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2012. – № 8(95). – С. 94-100.
4. Коровчинский, М. В. Теоретические основы работы подшипников скольжения [Текст] / М. В. Коровчинский. – М.: Машгиз, 1969. – 403 с.

Поступила в редакцию 20.05.2015

## **Вплив осевого эксцентриситета на динамічні характеристики радіально-упорного гідростатодинамічного підшипника здвоєного типу**

Наведено математичні залежності, що дозволяють визначати динамічні характеристики ротора на радіально-упорних гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу. Зроблено узагальнення теоретичних залежностей на випадок розвиненої турбулентної течії робочої рідини. Застосовано нелінійні рівняння руху ротора, за допомогою яких можна отримувати його амплітудно-частотні характеристики і визначати зони резонансу і межі нестійкого руху ротора на даних підшипниках. Подано результати розрахунку динамічних характеристик ротора на радіально-упорних гідростатодинамічних підшипниках здвоєного типу при різних значеннях осевого эксцентриситету і виконано аналіз отриманих результатів.

**Ключові слова:** динамічні характеристики, математичні залежності, турбулентна течія, рівняння руху ротора, амплітудно-частотні характеристики, резонансні зони, межі нестійкості, осевий эксцентриситет.

## **Influence of axial excentricity on dynamic descriptions of radial-persistent gidrostatodynamic bearing of the doubled type**

Mathematical dependences, allowing to determine dynamic descriptions of rotor on the radial-persistent gidrostatodynamic bearings of the doubled type, are resulted. Generalization of theoretical dependences is done in case of the developed turbulent flow of working liquid. Nonlinear equalizations are applied motions of rotor, allowing to get his gain-frequency characteristics and determine the areas of resonance and border of unsteady motion of rotor on the examined bearings. The results of calculation of dynamic descriptions of rotor are resulted on the radial-persistent gidrostatodynamic bearings of the doubled type at the different values of axial excentricity and the analysis of the got results is executed.

**Keywords:** dynamic descriptions, mathematical dependences, turbulent flow, equalizations of motion of rotor, gain-frequency characteristics, resonance areas, scopes of instability, axial excentricity.