

Оптимизация параметров системы стабилизации ракет-носителей с помощью метода вариаций

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ»

Предложена методика оптимизации основных параметров системы стабилизации ракет-носителей по критерию «вероятность устойчивости» на ранних этапах проектирования с помощью метода вариаций. В качестве критерия устойчивости приняты упрощенные условия устойчивости системы. Показано, что оптимизация основных параметров системы методом вариаций дает погрешность, не превышающую 10 %, что вполне приемлемо на ранних этапах проектирования. Результаты проведенного исследования позволяют утверждать, что на ранних этапах вероятностного проектирования метод вариаций можно использовать для оптимизации параметров K_ψ и T_d систем стабилизации ракет по критерию «вероятность устойчивости».

Ключевые слова: ракета-носитель, система стабилизации, вероятность устойчивости, область устойчивости, статистическое моделирование, вероятностное проектирование, метод вариаций.

Постановка проблемы

В настоящее время при вероятностном проектировании в качестве критерия оптимальности принимают вероятность устойчивости. Оптимизация параметров системы стабилизации (СС) ракеты-носителя (РН) по критерию вероятности устойчивости (ВУ) рассматривается в ряде работ (см., например [1 – 4, 7]). При этом оптимизация проводится следующими методами:

- с помощью вероятностных границ области устойчивости, построенных методом статистического моделирования ;
- с помощью упрощенных условий устойчивости, используя максиминный метод;

Эти методы достаточно ресурсоемки и для ранних стадий проектирования зачастую приводят к неоправданно большим затратам ресурсов и времени. В то же время существует весьма простой, с малыми затратами ресурсов и времени метод вариаций, с помощью которого успешно определяются требуемые диапазоны отклонения управляющих органов [5]. В работе [6] рассмотрена возможность использования метода вариаций для оценки вероятности устойчивости РН.

В настоящей работе проведены исследования применимости для целей оптимизации параметров СС РН метода вариаций на ранних этапах вероятностного проектирования.

Объект исследования

Движение статически неустойчивой упругой РН в канале рыскания, устойчивость которой обеспечивается автоматом стабилизации (АС), можно описать следующей системой дифференциальных уравнений [1]:

$$\begin{aligned}
 \ddot{\psi} &= a_{\psi\psi}\psi + a_{\psi\delta}\delta, \\
 \ddot{z} &= a_{z\psi}\psi + a_{z\delta}\delta, \\
 \ddot{q} &= a_{qq}q + a_{q\delta}\delta, \\
 \psi_d &= \psi + a_{\delta q}q, \\
 T_2\ddot{\delta} + T_1\dot{\delta} + \delta &= K_\psi\psi_d + K_{\dot{\psi}}\dot{\psi}_d - K_z\dot{z},
 \end{aligned} \tag{1}$$

где ψ - отклонение угла рыскания ракеты как твердого тела от программного значения; z - отклонение центра масс от программного значения; δ - угол отклонения управляющих органов; q - координата, характеризующая поперечные упругие колебания корпуса ракеты в месте установки датчика угла рыскания; ψ_d - угол рыскания, измеряемый датчиком угла; a_{ij} - коэффициенты, зависящие от характеристик РН; T_1, T_2 - постоянные времени АС; K_ϕ - коэффициент усиления по каналу рыскания, $K_\phi = T_d K_\phi$; T_d - постоянная времени дифференцирования; K_z - коэффициент усиления по скорости отклонения центра масс. Параметры T_1 , T_2 , K_ϕ , K_ϕ , T_d имеют существенные случайные разбросы (табл. 1).

Номинальные значения и случайные разбросы параметров системы (1), соответствующие времени полета $t=70$ с первой ступени РН «Циклон-3», представленные научно-производственным предприятием «Хартрон-Аркус», приведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметр	Разброс Δ_{ij} , %	Значение
$a_{z\psi}$	5	-36,09
$a_{z\delta}$	5	-1,441
$a_{\psi\psi}$	30	1,8113
$a_{\psi\delta}$	10	-0,295
a_{qq}	40	-233,7707
$a_{q\delta}$	10	-2,42
$a_{\delta q}$	20	-0,42
T_1	40	0,1
T_2	40	0,01
T_d	20	0,5
K_z	40	0,009
K_ψ	30	10

Закон распределения случайных разбросов всех коэффициентов – нормальный.

Математическим ожиданием каждого коэффициента m_{ij} является значение этого коэффициента при нулевых разбросах. Среднеквадратическое отклонение σ_{ij} для каждого коэффициента a_{ij} находят по формуле

$$\sigma_{ij} = \frac{\Delta_{ij} \cdot a_{ij}}{300}. \quad (2)$$

Построение границ области устойчивости

Для построения границ области устойчивости воспользуемся выражениями, полученными в работе [1].

Нижняя граница (РН устойчива выше этой кривой):

$$\frac{K_{\psi} |a_{z\delta}| + |a_{z\psi}|}{|a_{\psi\delta} K_{\psi}^2 - a_{\psi\psi} K_{\phi}|} \cdot K_z + T_1 \leq T_d. \quad (3)$$

Верхняя граница с учетом упругих колебаний корпуса РН (РН устойчива ниже этой кривой):

$$\frac{(|a_{q\phi}| T_2 T_d - T_d + T_1) T_1}{a_{q\delta} a_{\delta q} T_d^2 T_2} \geq K_{\psi}. \quad (4)$$

В выражениях (3) – (4) знаку равенства соответствуют граничные значения параметров. Кривые границ устойчивости строят в координатах $T_d - K_{\psi}$ следующим образом:

- нижнюю границу строят с помощью формулы (3); при этом задают в правой части разные значения параметра K_{ψ} и, используя (3) как равенство, находят соответствующие им значения T_d ; полученные точки (пары параметров) образуют границу устойчивости;
- верхнюю границу с учетом упругих колебаний корпуса РН строят с помощью формулы (4).; при этом задают в правой части разные значения параметра T_d и, используя (4) как равенство, находят соответствующие им значения K_{ψ} ; полученные точки (пары параметров) образуют верхнюю границу устойчивости с учетом упругих колебаний корпуса РН.

Методы исследования

Метод вариаций

Условия устойчивости (2) – (3) после небольших преобразований в общем виде могут быть представлены, как

$$\lambda(\eta) < \Lambda, \quad (5)$$

где $\lambda(\eta)$ - левая часть условий устойчивости, которую назовем критериальной функцией (КФ); η - вектор параметров; Λ - правая часть условий устойчивости (в нашем случае - « T_d » или « K_ψ »). Вектор параметров η может быть представлен в виде

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \eta_n \end{pmatrix}, \text{ где } \eta_i = a_i^0 + v_i \sigma_i. \text{ Здесь } \sigma_i \text{ определяется выражением (2), а } v_i \text{ является}$$

нормальным, нормированным, центрированным случайным числом с м.о., равным нулю и с.к.о., равным единице. Введем понятие

$$\eta^{(k)} = \begin{pmatrix} a_1^0 \\ a_2^0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \eta_k \\ \cdot \\ \cdot \\ a_n^0 \end{pmatrix}. \text{ где } \eta_k = a_k^0 \pm 3\sigma_k, \text{ причем знак «+» или «-» выбираем таким образом,}$$

чтобы КФ увеличивалась. Значение КФ, где вектор $\eta = \eta^{(k)}$, обозначим

$\lambda_k = \lambda(\eta^{(k)})$, k - й вариацией КФ назовем $\Delta\lambda_k = \lambda_k - \lambda_0$, где $\lambda_0 = \lambda(\eta^{(0)})$ представляет собой номинальное значение КФ, а

$$\eta^{(0)} = \begin{pmatrix} a_1^0 \\ a_2^0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_n^0 \end{pmatrix}.$$

Метод вариаций имеет такую последовательность действий.

1. Найти все вариации КФ $\Delta\lambda_k, k = \overline{1, n}$.

2. Найти полную вариацию КФ $\Delta\lambda = \sqrt{\sum_{k=1}^n (\Delta\lambda_k)^2}$.

3. Определить с.к.о. КФ $\sigma_\lambda = \frac{\Delta\lambda}{3}$.

4. Считая КФ нормальной случайной величиной с м.о. λ_0 и с.к.о. σ_λ , найти вероятность устойчивости, для чего

- определить безразмерный аргумент функции Гаусса $U = \frac{\Lambda - \lambda_0}{\sigma_\lambda}$;
- пользуясь таблицей функции Гаусса, найти вероятность устойчивости P_y .

Выбор объема статистического моделирования

Вероятность потери устойчивости

$$Q_y^* = \frac{N_\Lambda}{N}, \quad (6)$$

где N - общий объем статистического моделирования; N_Λ - число нарушений условия устойчивости. В этом случае вероятность устойчивости $P_y^* = 1 - Q_y^*$.

Объем статистического моделирования определяется двумя способами:

а) по формуле

$$N = \frac{U_d^2}{\beta^2 Q_y}, \quad (7)$$

где $Q_y = 1 - P_y$ (см. метод вариаций); $U_d = 2$ (примерно соответствует доверительной вероятности 0,95); β - доверительный интервал, который выражается в долях от значения Q_y и принимается равным 0,1;

б) с помощью формулы

$$N_\Lambda = \frac{U_d^2}{\beta^2}. \quad (8)$$

В этом случае статистическое моделирование проводится до тех пор, пока значение N_Λ не станет равным величине, определяемой формулой (8). При этом общий объем N - какой получится, его просто нужно запомнить, чтобы воспользоваться формулой (6).

Результаты исследования

Проведенные исследования включали в себя:

- построение номинальных границ (верхней и нижней) области устойчивости на плоскости основных параметров системы стабилизации: коэффициента усиления (K_ψ) и постоянной времени дифференцирования (T_d) автомата стабилизации;
- построение с помощью метода вариаций вероятностных границ области устойчивости на плоскости основных параметров системы стабилизации (K_ψ, T_d);
- построение равноудаленной в смысле вероятности устойчивости линии на плоскости основных параметров системы стабилизации (K_ψ, T_d);
- выбор на равноудаленной в смысле вероятности устойчивости линии оптимальных параметров K_ψ и T_d ;

- проведение контрольного статистического моделирования. Результаты построений границ области устойчивости и линии равноудаленной в смысле вероятности устойчивости приведены на рисунке.



Границы области устойчивости

- 1 – номинальная верхняя граница; 2 - номинальная нижняя граница; 3 – вероятностная верхняя граница; 4- вероятностная нижняя граница; 5 – равноудаленная линия

Для линии, равноудаленной в смысле вероятности устойчивости, значения безразмерного аргумента функции Гаусса U_d в зависимости от значений параметра K_ψ приведены в табл. 2

Таблица 2.

K_ψ	U_d	K_ψ	U_d
9	1,600476284	14	2,319080146
9,5	2,175711291	15	2,267662296
10	2,322549346	16	2,23481724
11	2,371211319	17	2,164377342
11,5	2,368415315	18	2,14881068
12	2,329053422	19	2,097243038
12,5	2,331754018	20	2,041968918
13	2,331867818	22	1,984121371
13,5	2,299891934	25	1,915414168

Анализ данных табл.2 позволяет выбрать значение параметра K_ψ , для которого безразмерный аргумент функции Гаусса U_d является максимальным. Это значение $K_\psi = 11,0$. Этому значению на линии, равноудаленной в смысле

вероятности устойчивости, соответствует значение параметра $T_d = 0,42$. Пары параметров $K_\psi = 11,0$ и $T_d = 0,42$ соответствует значение безразмерного аргумента функции Гаусса $U_d = 2,3712$, что дает вероятность устойчивости РН $P_Y = 0,9911$. Статистическое моделирование для этой же пары параметров дает величину вероятности устойчивости $P_Y = 0,9949$.

В заключение заметим, что в работе [7] оптимизация параметров наиболее точным, корневым методом, с использованием статистического моделирования для более полной динамической схемы приводит к оптимальному значению параметра $K_\psi = 12,0$. Если принять это значение, как эталонное, то метод вариаций имеет погрешность, равную 8,33 %, что вполне приемлемо для ранних стадий проектирования.

Вывод

Результаты проведенного исследования позволяют утверждать, что на ранних этапах вероятностного проектирования метод вариаций можно использовать для оптимизации параметров K_ψ и T_d систем стабилизации ракет по критерию «вероятность устойчивости».

Список литературы

1. Айзенберг, Я. Е. Проектирование систем стабилизации носителей космических аппаратов [Текст]/ Я. Е. Айзенберг, В. Г. Сухоревый. - М.: Машиностроение, 1986. – 220 с.
2. Голубничая, Е.С. Выбор оптимальной рабочей точки системы стабилизации ракеты-носителя по критерию вероятности устойчивости [Текст]/ Е. С. Голубничая// Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии.: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та «ХАИ». – Вып. 35. - X., 2007. - С. 37 - 44.
3. Лежнина, М. В. Проектная оценка вероятности достижения объектами аэрокосмической техники предельных состояний [Текст]/ М. В. Лежнина, В. Г. Сухоревый – X.: НАКУ «ХАИ», 2005. – 184 с.
4. Неофитная, Т. А. Оптимизация параметров системы стабилизации ракеты-носителя максиминным методом [Текст]/ Т. А. Неофитная, В. Г. Сухоревый, А. В. Третьяк // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии.: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та «ХАИ». – Вып. 46. - X. 2010. - С. 194 - 202.
5. Ракета как объект управления [Текст] / И. М. Игдалов, Л. Д. Кучма, Н. В. Поляков, Ю. Д. Шептун. – Д.: Арт-Пресс, 2004. – 544 с.
6. Савченко, А. Б. Определение эффективности метода вариаций для проектной оценки вероятности устойчивости ракет [Текст]/ А. Б. Савченко, В. Г. Сухоревый, А. А. Цветкова // Открытые информационные и компьютерные

интегрированные технологии.: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та «ХАИ». – Вып. 59 - X. 2013. - С. 219 - 227.

7. Ганчина, А. В. Корневой метод оптимизации параметров системы стабилизации ракет-носителей по критерию «вероятность устойчивости» [Текст]/ А. В. Ганчина В. Г. Сухоробрий// Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии.: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та «ХАИ». – Вып. 63 - X., 2014. - С. 152 - 159.

Поступила в редакцию 02.03.15.

Оптимізація параметрів системи стабілізації ракет-носіїв за допомогою методу варіацій

Запропоновано методику оптимізації основних параметрів системи стабілізації ракет-носіїв за критерієм «імовірність стійкості» на ранніх етапах проектування за допомогою методу варіацій. Як критерій стійкості прийнято спрощені умови стійкості системи. Показано, що оптимізація основних параметрів системи методом варіацій дає похибку, яка не перевищує 10 %, що цілком прийнятно на ранніх етапах проектування. Результати проведеного дослідження дозволяють стверджувати, що на ранніх етапах імовірнісного проектування метод варіацій можна використовувати для оптимізації параметрів систем стабілізації ракет за критерієм «імовірність стійкості».

Ключові слова: ракета-носій, система стабілізації, імовірність стійкості, область стійкості, статистичне моделювання, ймовірнісне проектування, метод варіацій.

Optimization of parameters stabilization system rockets using variations metododa

A method for optimizing the basic parameters of the stabilization system boosters on the criterion of "likelihood of stability" in the early stages of design using the variational method. As a stability criterion adopted simplified conditions for the stability of the system. It is shown that the optimization of the main parameters of the method of variation gives an error not exceeding 10%, which is quite acceptable in the early stages of design. Results of the study suggest that in the early stages of probabilistic design method of variations can be used to optimize the parameters and stabilization systems for rockets criterion of "likelihood of sustainability."

Keywords: booster, stability, the probability of stability, the stability region, statistical modeling, probabilistic design method variations.