

## **Ограничение погрешности аппроксимации криволинейных траекторий при выборе частоты цикла управления системы ЧПУ с учетом технологических параметров оборудования**

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

Рассмотрена задача ограничения погрешности аппроксимации (chord error) криволинейных траекторий при выборе частоты цикла управления системы ЧПУ. Предложена методика, обеспечивающая ограничение на заданном уровне погрешности аппроксимации криволинейной траектории при высокоскоростной обработке. Методика учитывает такие параметры как дискретность измерения положения, ограничения максимальных величин подачи, ускорения и рывка.

**Ключевые слова:** погрешность аппроксимации, частота цикла управления, система ЧПУ, высокоскоростная обработка, подача, ускорение, рывок.

### **Постановка проблемы и обзор литературы**

Необходимость повышения уровня эффективности авиастроения требует от механообрабатывающего производства внедрения технологий высокоскоростного фрезерования. Применение режимов высокоскоростного резания позволяет значительно сократить основное время обработки [1, 4, 5]. Реализация такого процесса обработки сложных криволинейных контуров деталей требует высоких технологических подач [2, 4, 5, 6] и соответствующего быстродействия систем ЧПУ. Повышение технологической подачи приводит к увеличению погрешностей позиционирования из-за проявления инерционности процессов движения элементов конструкции станка. В связи с чем обеспечение точности обработки при увеличении контурной подачи является актуальной задачей как для нового современного оборудования, так и для эксплуатируемого оборудования авиационных предприятий.

Повышение технологических подач обуславливает необходимость более глубокого рассмотрения механики движения и учета в процессе управления таких параметров, как ускорение и рывок, которыми ранее пренебрегали. Например, в работах [9, 10] предложена математическая постановка и некоторые решения задачи планирования подачи с учетом ограничений величин скорости, ускорения и рывка. В работе [9] предлагается, помимо ограничений кинематических параметров при планировании подачи, учитывать ограничение погрешности аппроксимации (chord error) задания криволинейных траекторий.

Повышение частоты цикла управления системы ЧПУ является одним из направлений повышения точности обработки. В работе [3] указывается, что увеличение частоты цикла управления вдвое приводит к четырехкратному увеличению точности, но не уточняется, какой части погрешности это касается и существует ли предел повышения точности. В [1] показано, что при изменении частоты цикла управления, повышение точности достигается только за счет изменения погрешности аппроксимации задания криволинейных траекторий инструмента.

Увеличение частоты цикла управления способствует снижению погрешности задания криволинейной траектории. Однако традиционно выбор частоты цикла ЧПУ связывают с решением задач динамики объекта управления [8], обеспечением производительности и быстродействия вычислительной системы.

*Обеспечение заданного уровня точности аппроксимации траектории посредством выбора частоты цикла управления с учетом ограничений, используемых в системах планирования подачи, и влияния ограничений технологических параметров оборудования ранее не рассматривалось другими исследователями.*

**Целью статьи** является определение предельных возможностей повышения технологической точности задания криволинейных траекторий инструмента при повышении частоты цикла управления системы ЧПУ с учетом технологических параметров оборудования.

### Ограничение частоты цикла по величине допустимой погрешности аппроксимации криволинейных траекторий

В процессе управления система ЧПУ выполняет интерполяцию координат точек заданной траектории движения инструмента. При интерполяции криволинейной траектории для каждого такта управления рассчитываются координаты точки, лежащей на заданной кривой и отстоящей от предыдущей точки позиционирования на расстоянии, равном шагу интерполяции. Величина шага интерполяции численно равна тактовой скорости, то есть перемещению, совершаемому за один такт управления. Считается, что на участке между точками интерполяции станок осуществляет перемещение по прямой линии (рис.1). Таким образом, любая криволинейная траектория в интерпретации потактового перемещения подвергается аппроксимации ломаной линией [1, 9, 10].

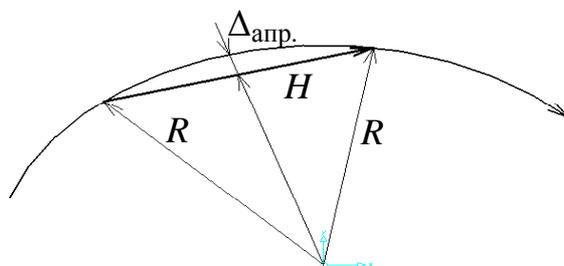


Рис. 1. Погрешность аппроксимации при интерполяции криволинейной траектории

Длина хорды ломаной линии соответствует шагу интерполяции  $H$  (дискрет) и увеличение частоты управляющего цикла приводит к его уменьшению. Очевидно, что чем меньше шаг интерполяции, тем ближе аппроксимирующая ломаная линия приближается к заданной кривой. Величина погрешности аппроксимации  $\Delta_{\text{апр}}$  (chord error) равна максимальному отклонению кривой относительно соответствующей хорды ломаной линии (рис. 1) и зависит от величины шага интерполяции и радиуса кривизны контура. Элементарный участок кривой на интервале интерполяции с достаточной для практики точностью можно представить в виде окружности радиусом  $R$  (мм), для которой погрешность аппроксимации  $\Delta_{\text{апр}}$  (дискрет) рассчитывается по формуле:

$$\Delta_{анр.} = R \cdot k - \sqrt{(R \cdot k)^2 - \left(\frac{F \cdot k}{f_{Ц} \cdot 60 \cdot 2}\right)^2}, \quad (1)$$

где  $F$  – контурная подача (мм/мин);  
 $k$  – коэффициент дискретности системы (дискрет/мм);  
 $f_{Ц}$  – частота управления (Гц).

Величину шага интерполяции  $H$  (дискрет) можно определить по выражению:

$$H = \frac{F \cdot k}{f_{Ц} \cdot 60}. \quad (2)$$

Оценка влияния частоты цикла управления на величину погрешности  $\Delta_{анр}$  проведена для системы ЧПУ с дискретностью 1000 дискрет/мм. Рассмотрено движение по дуге окружности радиусом  $R$  1мм на подаче 5000 мм/мин, что соответствует 83% от максимальной подачи станка модели MA655CM30A. Изменение частоты цикла управления с 200 Гц до 2000 Гц приводит к уменьшению шага интерполяции с 0,417 мм до 0,042 мм и погрешности  $\Delta_{анр}$  с 21,94 дискреты до 0,217 дискреты. Таким образом, увеличение на порядок частоты управления приводит к уменьшению шага интерполяции в 10 раз, а погрешности в 101 раз.

Для фиксированной подачи (рис. 2) погрешность  $\Delta_{анр}$  уменьшается при увеличении радиуса дуги и увеличении частоты цикла управления. В рассматриваемом примере для частоты управления 1000 Гц (рис. 2, пунктирная граница) при всех значениях радиусов больше 1 мм погрешность  $\Delta_{анр}$  меньше 1 мкм, то есть меньше величины дискретности.

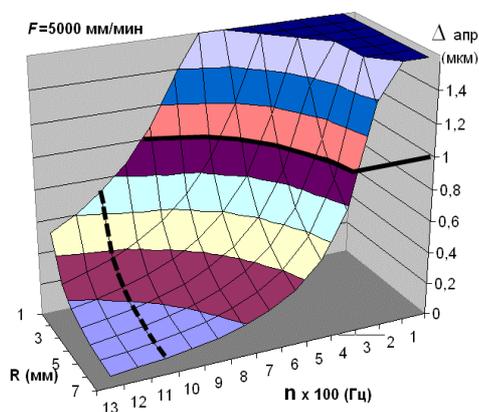


Рис.2 Погрешность аппроксимации дуги окружности:

- — — — — - ограничение  $\Delta_{анр} = 1$  мкм
- — — — — - ограничение  $f_{Ц} = 1000$  Гц

Повышение частоты управления свыше определенного предела приводит к получению теоретической погрешности  $\Delta_{анр}$  меньше дискретности системы (в рассмотренном примере меньше 1 мкм). В системе ЧПУ невозможно задать координаты точек траектории с точностью выше дискретности системы. Поэтому повышение точности аппроксимации свыше предела, соответствующего дискретности системы, не будет приводить к повышению технологической точности задания расчетной траектории. Таким образом, технологически обоснованной по

точности аппроксимации траектории, является частота цикла управления, при которой для всех возможных режимов обработки криволинейных траекторий с учетом технологических ограничений оборудования,

погрешность аппроксимации  $\Delta_{\text{appr}}$  не превысит допустимой величины  $\Delta_{\text{доп.}}$ , равной единице дискретности системы.

Предельная технологически обоснованная частота цикла управления  $f_{\text{Ц}}$  (Гц) зависит от величины максимальной подачи  $F$  (мм/мин), допустимой при обработке участков с радиусом кривизны  $R$  (мм), дискретности системы  $k$  (дискрет/мм), допустимой погрешности  $\Delta_{\text{доп.}} = 1$  (дискр.) и может быть вычислена по выражению

$$f_{\text{Ц}} = \frac{F \cdot k}{120 \cdot \sqrt{(R \cdot k)^2 - (R \cdot k - \Delta_{\text{доп.}})^2}}. \quad (3)$$

### Учет ограничений ускорения и рывка

При реализации технологии высокоскоростного фрезерования на новом оборудовании или оборудовании, существующем на авиационных предприятиях, необходимо учитывать, что при увеличении подач возрастают инерционные нагрузки, что приводит к увеличению фактических погрешностей позиционирования. Для их уменьшения система планирования подачи снижает подачу для участков траектории с малыми радиусами с учетом максимально допустимых величин скорости, ускорения и рывка, развиваемых приводными двигателями. Например, если максимальная подача осей станка составляет 5000 мм/мин, то перемещения по дуге малого радиуса,  $R$  1мм будет выполняться на меньшей подаче.

Оценку влияния ограничений по ускорению и рывку выполним на примере движения по дуге окружности с постоянной подачей.

При движении по дуге окружности с постоянной подачей возникает центростремительное ускорение  $a_n$  (мм/сек<sup>2</sup>)

$$a_n = (F/60)^2 / R. \quad (4)$$

Предельно допустимое ускорение задается через безразмерную величину допустимой перегрузки  $n_{\text{перегр}}$  и ускорение свободного падения  $g$  (м/сек<sup>2</sup>)

$$a_{\text{доп}} = n_{\text{перегр}} \cdot g \cdot 1000. \quad (5)$$

Используя 4 и 5, получим выражение для оценки ограничения подачи по величине допустимого ускорения

$$F_{\text{доп}}(a) = 60 \cdot \sqrt{(R \cdot n_{\text{перегр}} \cdot g \cdot 1000)}. \quad (6)$$

Максимальную величину рывка управляемой оси при обработке окружности с постоянной подачей можно оценить по выражению

$$J_{\text{max}} = (F/60)^3 / R^2. \quad (7)$$

Откуда получаем выражение для расчета ограничения подачи по величине допустимого рывка

$$F_{\text{доп}}(J) = 60 \cdot \sqrt[3]{J_{\text{max}} \cdot R^2}. \quad (8)$$

Значения величин  $a_{\text{доп}}$ ,  $J_{\text{max}}$  зависят от конструкции управляемой оси станка, типа и характеристик приводного двигателя и электропривода. Так, например, в работе [10] приведены характеристики 5-ти осевого обрабатывающего центра MIKRON UCP 710, у которого ось X и ось Z имеют различные соотношения характеристик по  $a_{\text{доп}}$ ,  $J_{\text{max}}$ . Для осей X, Z MIKRON UCP 710 и оси X MA655CM30A проведен расчет допустимых подач по ограничению ускорения и рывка (рис.3). Ограничение по рывку оси X MIKRON UCP 710 для любых значений радиуса кривизны является более жестким по сравнению с ограничением по ускорению (рис.3а). Для оси Z (рис.3б) ограничение по рывку является существенным при радиусах до R3 мм, а при больших значениях радиуса основным является ограничение по ускорению. Для оси X станка MA655CM30A (рис.3в) ограничение рывка является определяющим при радиусах менее 55 мм, при больших радиусах основным ограничением является ограничение по ускорению.

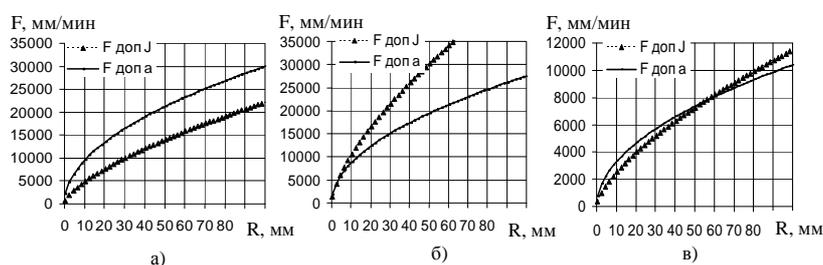


Рис. 3 Допустимая подача по ограничению ускорения и рывка.  
а) ось X MIKRON UCP 710, б) ось Z MIKRON UCP 710, в) ось X MA655CM30A

Однако максимальная подача оси X для MA655CM30A составляет 6000 мм/мин, что соответствует ограничению по рывку при R40 мм. Это означает, что при обработке радиусов в диапазоне от 0 до 40 мм система планирования подачи будет снижать скорость движения органов станка с учетом ограничения по рывку, а при радиусах больше 40 мм основным ограничением будет ограничение максимальной подачи. Ограничение по ускорению для рассматриваемой оси X MA655CM30A никогда не будет определять режим обработки криволинейного контура. Приведенные примеры показывают, что *ограничения по максимальной подаче, ускорению и рывку осей являются независимыми и должны учитываться при определении параметров системы ЧПУ как технологические ограничения параметров оборудования.*

#### Определение технологически обоснованной частоты цикла управления с учетом технологических возможностей оборудования

Осуществляется с помощью построения диаграммы предельной частоты цикла управления по величине допустимой погрешности аппроксимации траектории (chord error) по выражению (3) (рис. 4). Линии R0.25, ..., R5 показывают какая необходима частоты цикла при движении по дуге с радиусом (0.25мм, ..., 5мм) на максимально возможной контурной подаче, при которой допустимая погрешность аппроксимации  $\Delta_{\text{доп}}$  составляет одну дискрету позиционирования. Совместное использование выражений (6), (3) и выражений (8), (3) позволяет рассчитать ограничения по величине предельно допустимого ускорения и рывку. Линии  $n=0.01g$ , ...,  $n=10g$  показывают ограничение подачи по величине допустимого ускорения при движении по дуге радиуса R. Линии

$J_{\max}=5 \dots 5000$  показывают ограничение подачи по величине рывка ( $5 \dots 5000$  м/сек<sup>3</sup>) при движении по дуге радиуса  $R$ . Ограничение по максимальной подаче наносится на диаграмму для конкретного типа оборудования. Область допустимых параметров располагается ниже соответствующих ограничений по ускорению, рывку и влево от ограничения по максимальной подаче (рис. 4б). Наивысшая точка области допустимых значений определяет предельную технологически обоснованную частоту цикла управления.

Современное оборудование, выпускаемое мировыми лидерами станкостроения, обладает высокими динамическими характеристиками по параметру допустимого ускорения  $n_{\text{перепр}}=1g$  и рывку  $J_{\max}=50$  м/сек<sup>3</sup>. На рис. 4, б выделена область допустимых параметров для такого оборудования, откуда следует, что для оборудования с вышеуказанными характеристиками технологически обоснованной по точности аппроксимации траектории является частота цикла управления 1170 Гц.

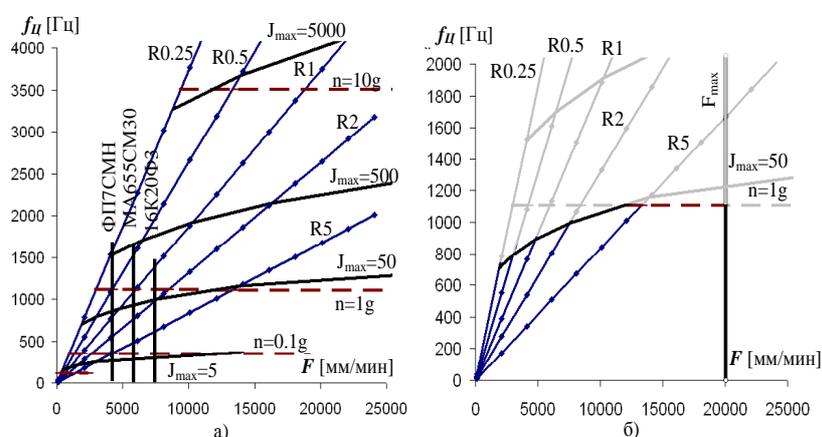


Рис.4 Предельная частота цикла управления по ограничению допустимой погрешности аппроксимации  $\Delta_{\text{доп}}$  равной одной дискрете (1 мкм)

Наиболее распространенные модели станков с ЧПУ, применяемые на авиационных предприятиях, обладают следующими характеристиками по величине максимальной подачи быстрого перемещения и допустимому ускорению рабочих органов:

- 6Р13ГН1,  $F_{\max}$  1000мм/мин,  $n_{\text{перепр}}$  0.006 ...0.01;
- ФП7М,  $F_{\max}$  1500мм/мин,  $n_{\text{перепр}}$  0.006 ...0.012;
- ФП7СМН,  $F_{\max}$  4500мм/мин,  $n_{\text{перепр}}$  0.012 ...0.02;
- МА655СМ30А  $F_{\max}$  6000мм/мин,  $n_{\text{перепр}}$  0.02 ...0.1;
- 16К20Ф3,  $F_{\max}$  7500мм/мин,  $n_{\text{перепр}}$  0.02 ...0.08.

Информация о допустимой величине рывка отсутствует, но из практического опыта можно утверждать, что для всех вышеприведенных моделей она меньше 5 м/сек<sup>3</sup>.

В соответствии с диаграммой (рис. 4) управление оборудованием типа 6Р13ГН1, ФП7М, ФП7СМН, МА655СМ30А, 16К20Ф3 с динамическими характеристиками по параметру допустимого ускорения  $n_{\text{перепр}} < 0.1g$  и рывку  $J_{\max} < 5$  м/сек<sup>3</sup> технологически обоснованной по точности аппроксимации траектории является частота цикла управления, равная 350 Гц. Применение для такого оборудования системы ЧПУ на базе персонального компьютера с частотой управления 1000 Гц [7] гарантирует, что для всех значений радиусов погрешность

аппроксимации  $\Delta_{\text{апр}}$  (chord error) не превысит величины дискретности системы 1 мкм.

Это обстоятельство позволяет упростить алгоритм планирования подачи и не выполнять анализ траекторий управляющих программ по критерию ограничения погрешности аппроксимации.

*Управление оборудованием с частотой цикла управления  $f_{\text{ц}}$  не ниже предельной технологически обоснованной частоты цикла управления по точности аппроксимации, заданной по предложенной методике, позволяет ограничить погрешность задания траектории не выше одной единицы дискретности системы.*

## Выводы

В результате проведенного исследования показано, что для оборудования с конкретными ограничениями максимальной технологической подачи, предельных значений ускорения, рывка и заданной дискретностью системы позиционирования существует *технологически обоснованная частота управляющего цикла  $f_{\text{ц}}$* , превышение которой не приводит к реальному увеличению точности задания траектории инструмента.

Предложены расчетные соотношения и методика определения предельной технологически обоснованной частоты цикла управления по ограничению погрешности аппроксимации с учетом ограничения технологических характеристик оборудования, таких как максимальная подача, допустимое ускорение, допустимый рывок и дискретность системы ЧПУ.

Получены значения частот управления, позволяющих обеспечить ограничение погрешности аппроксимации  $\Delta_{\text{апр}}$  (chord error) на уровне одной единицы дискретности системы для оборудования с различными уровнями технологических характеристик.

## Список литературы

1. Комбаров, В.В Исследование влияния частоты цикла управления системы ЧПУ на точность обработки [Текст] / В.В. Комбаров, Е.В. Комбарова, Е.А. Аксёнов // Вестник двигателестроения № 3, 2009г., Запорожье, ОАО «Мотор Сич», с. 144 – 148.
2. Сорокин, В. Ф. Повышение производительности и качества формообразования лопаточных моноколес при фрезеровании на станках с ЧПУ [Текст] / В. Ф. Сорокин, В. Ф. Мозговой // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: НАКУ «ХАИ», 2003. – № 21. – С. 27 – 34.
3. Аврамов, А.А. Прогнозирование подачи при высокоскоростной механообработке: пер. с англ. [Текст] / А.А. Аврамов // Cutting Tool Engineering. – 2002. – № 3 (54). – С. 40, 42–44.
4. Фельдштейн, Е.В. Обработка деталей на станках с ЧПУ: учеб. пособие [Текст] / Е.В. Фельдштейн, М.А.Корниевич.- Минск: Новое знание, – 3-е изд., доп. – 2008. – 299 с.
5. Качан, А.Я. Технология обработки моноколес высокоскоростным фрезерованием [Текст] / А.Я. Качан, С.А. Петров и др. // Оборудование и инструмент. – 2006. –№ 2 (75). – С. 26-32.

6. Кривцов, В. С. Программно-аппаратный комплекс для исследования алгоритмов и процессов в станках с ЧПУ [Текст] / В. С. Кривцов, Е. В. Комбарова, Р. В. Варнаси др. // Авиационно-космическая техника и технология. – 2011. № 4 (81), – С. 5 – 11.

7. Лукас, В.А. Теория управления техническими системами [Текст] / Компактный учебный курс для вузов, 3-е издание перераб. и дополн. – Екатеринбург: УГГГА, – 2002. – 675 с.

8. Wei Fan. Time-Optimal Interpolation for Five-axis CNC Machining along Parametric Tool Path based on Linear Programming [Text] / Wei Fan, Xiao-Shan Gao, Ke Zhang// Mathematics Mechanization Research Preprints KLMM, Chinese Academy of Sciences Vol.– 31 March, 2012. – p. 21–42.

9. Beudaert, X. Feedrate interpolation with axis jerk constraints on 5-axis NURBS and G1 tool path [Text] / X. Beudaert, S. Lavernhe, C. Tournier // International J. of Machine Tools & Manuf. – 2012. – Vol. 57. – P. 73 – 82.

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Г.И. Костюк, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

Поступила в редакцию 07.06.2013

## **Обмеження похибки апроксимації криволінійній траєкторії при виборі частоти циклу керування системи ЧПК з урахуванням технологічних параметрів обладнання**

Розглянуто задачу обмеження похибки апроксимації (chord error) криволінійних траєкторій при виборі частоти циклу керування системи ЧПК. Запропонована методика, що забезпечує обмеження на заданому рівні похибки апроксимації криволінійної траєкторії при високошвидкісній обробці. Методика враховує такі параметри, як дискретність вимірювання положення, обмеження максимальних величин подачі, прискорення та ривка.

**Ключові слова:** похибка апроксимації, частота циклу керування, система ЧПК, високошвидкісна обробка, подача, прискорення, ривок.

## **Limitation of curved path chord error at determination of control cycle frequency for CNC system considering equipment technological**

The task of limitation of curved path chord error is analysed when selecting control cycle frequency for CNC system. Methodology for ensuring error limitation at the specified level for curved path chord error at high-speed machining is proposed. The methodology includes such parameters as discreteness of position measurements, limitations of maximum values of feedrate, acceleration and jerk.

**Keywords:** chord error, frequency of control cycle, CNC system, high-speed machining, feedrate, acceleration, jerk.