

## Учет повреждения и разброса прочностных характеристик в алюминиевых сплавах в структурном методе расчета скорости роста трещины усталости

*Государственное предприятие «Антонов»  
Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины*

Показано влияние на скорость роста трещины усталости процесса накопления повреждения и разброса характеристик прочности в алюминиевых листовых материалах. Приведена впервые полученная зависимость радиуса кривизны в конце модельной трещины от меры повреждения и от параметра распределения Вейбулла прочности листовых алюминиевых материалов Д16Т и АД-37. Проведено сравнение скорости роста трещины усталости для листовых алюминиевых материалов Д16Т и АД-37, полученной экспериментально и теоретически.

**Ключевые слова:** трещина усталости, скорость роста, накопление повреждения, разброс характеристик прочности, циклическое нагружение, радиус кривизны модельной трещины.

### Введение

В новом структурном методе расчета скорости роста трещины усталости, разработанном применительно к исследованию нового алюминиевого сплава АД-37 [2-5], главной особенностью является учет влияния на скорость роста трещины усталости изменения упругих характеристик и кривой пластического деформирования алюминиевых сплавов по мере накопления в них повреждения. От скорости роста повреждения и разброса характеристик прочности зависит также радиус кривизны на фронте модельной трещины. Показаны результаты сравнения экспериментальных и расчетных значений скорости роста трещины усталости для листовых алюминиевых сплавов АД-37 и Д16Т. В статье описана особенность реализации методики учета в структурной модели влияния накопления повреждений на скорость роста трещины усталости в листовых алюминиевых сплавах при циклическом нагружении.

### 1 Параметры математической модели скорости роста трещины усталости, учитывающие повреждение материала

В работах [1,2] приведено выражение для скорости роста трещины усталости структурного метода расчета (1), полученное В.В. Болотиним в 1983г. [1]. Трещину отрыва длиной  $2l$  в неограниченном теле из изотропного нелинейного материала, который находится под действием одноосного напряжения  $s(t)$ , что циклически зависит от времени  $t$ , рассматриваем как узкую щель с радиусом кривизны на фронте  $\rho$ , считая этот радиус структурной переменной материала. На продолжении фронта трещины образуется конечная зона длиной  $\lambda(l)$ , где сосредоточены все неупругие эффекты.

$$\frac{dl}{dn} = \lambda \left( \frac{\Delta K}{K_s} \right)^m \left[ \left( 1 - \frac{K^2}{K_c^2} \right)^{1/\alpha} - D_R \right]^{-1}. \quad (1)$$

В практике авиационных фирм, как проектирующих, так и эксплуатирующих авиационную технику, встречаются ситуации, когда необходимо оценить максимально возможную скорость роста трещины усталости. Для этого целесообразно использовать структурные методы расчета. Используются они также при отсутствии достаточного количества экспериментов на скорость роста трещины усталости. Структурные модели разрушения могут быть рекомендованными для приближенного экспресс-анализа трещиностойкости по стандартным характеристикам прочности и пластичности [7].

Блок-схема структурного метода расчета скорости роста трещины усталости, представленная в [2-5], содержит алгоритм расчета параметров математической модели, характеризующих повреждение  $D$ . Такими параметрами являются:

- 1 – характерный размер концевой зоны  $\lambda(l)$ ;
- 2 – параметры  $D$  и  $D_R$ , характеризующие повреждение материала в пластической зоне и в «отдаленном поле»;
- 3 – коэффициент интенсивности напряжений (КИН)  $K_v$ , функционально связанный с коэффициентом концентрации напряжений и характеризующий способность материала сопротивляться повреждению.

## 2 Размер концевой зоны в конце трещины усталости

Рост трещин при циклическом нагружении является, по сути, дискретным процессом. Размер скачка имеет порядок характерного размера межзеренных прослоек, микропор и микровключений. Отсюда следует, что при усредненной скорости  $10^{-6} \dots 10^{-4}$  мм/цикл, один скачок приходится на  $10^3 \dots 10^5$  циклов [1]. Элементы структуры, как то зерна, межзеренные прослойки, повреждения и др., имеют большой статистический разброс механических свойств. Поэтому и для классической (многоцикловой) и даже для малоцикловой усталости при практических расчетах ступенчатые процессы роста трещин усталости можно заменить сглаженным, непрерывным приближением. Эта замена позволяет заменить функции времени соответствующими функциями числа циклов  $N$ .

На фронте трещины усталости имеется концевая зона, характеризующаяся наибольшей концентрацией напряжения и в пределах которой происходит наиболее интенсивный процесс накопления микроповреждений. Размер этой зоны обозначаем  $\lambda$  и он, фактически, является компромиссом между дискретным характером процесса роста трещины усталости и непрерывным приближением его математического описания.

Величина концевой зоны модельной трещины зависит от концентрации напряжения в ее вершине и от повреждения материала и была исследована при помощи системы КЭ анализа сложных задач авиационной техники, разработанной MSC Software Corporation MSC Nastran/Patran. В среде MSC Patran был проведен расчет концентрации напряжения в конце трещины в пластинах из материала АД-37. Расчет был выполнен для пластины толщиной 1,1 мм и размером 200×400 мм, в центре которой имелась трещина размером 2R×5 мм с радиусом закругления R. Нагрузка растяжения величиной 3000 кгс прикладывалась поперек трещины и давала номинальное напряжение  $13,6$  кгс/мм<sup>2</sup> [1].

Комплекс исследований, проведенных на ГП «Антонов» для листового материала АД-37, показал, что приемлемые результаты скорости роста трещины усталости на ее среднем участке мы получаем, если в качестве величины  $\lambda$

использовать максимальный размер зерна алюминиевых сплавов, принятый на ГП «Антонов» равным 100 мкм.

### 3 Повреждение материала в отдаленном поле

Теория разрушения в последние годы является одной из наиболее интенсивно развивающихся направлений механики. Значительные успехи достигнуты в линейной механике разрушения, которая изучает распространение магистральной (доминантной) трещины в упругом или упруго-пластическом материале. Однако в реальности разрушение является более сложным процессом, который включает в себя деградацию разных структурных элементов разных масштабов, начиная с микроскопических дефектов на атомном уровне и заканчивая макроскопическими трещинами. Исследование процесса разрушения во всех его стадиях является исключительно актуальным. Поэтому основой является несколько главных идей или гипотез современной механики разрушения, а именно [2-5]:

- разрушение нелинейных материалов типа Д16Т и АД-37 происходит не в результате единичного, мгновенного акта, а протекает как процесс во времени;
- перед распространением макроскопической трещины обычно наблюдается предыдущая инкубационная фаза – объемное разрушение материала;
- именно явление объемного разрушения представляет собой накопление разного рода дефектов – микротрещин, размер которых определяется характерным размером основных структурных элементов материала, со следующим развитием, увеличением и слиянием дефектов.

Математическая модель объемного разрушения, которая используется в работе, включает следующие основные аспекты: непосредственный расчет процесса зарождения и развития дисперсных дефектов при одноосной циклической нагрузке в среде с неоднородной структурой.

Кинетика повреждения задается дополнительным уравнением, которое описывает зависимость скорости увеличения меры повреждения от тех или других аргументов [1]:

$$\dot{D} = \dot{D}(y_{ij}, \dot{y}_{ij}, e_{ij}, \dot{e}_{ij}, t, D, \dots). \quad (2)$$

В наиболее простом и употребляемом при практических расчетах варианте можно принять

$$\dot{D} = \dot{D}(D, \sigma). \quad (3)$$

В случае, когда нагрузка включает в себе действия циклических, дискретных потоков заданной частоты и амплитуды, имеет смысл записать уравнение (3) как результат интегрирования его по одному циклу

$$\partial D / \partial N = G(D, \sigma), \quad (4)$$

где  $N$  – число циклов нагрузки;

$\sigma$  – эквивалентное напряжение, что соответствует за определенными критериями одномерному напряженному состоянию, которое может быть реализовано в опытах на стандартных образцах материала.

Процесс накопления повреждений усталости конкретизируется модифицированным выражением (5), в котором, в отличие от [6], используется параметр распределения Вейбулла для описания разброса характеристик прочности:

$$D = -\frac{1}{\alpha} \ln \left[ 1 - \left( 1 - e^{-\alpha} \right) \frac{N}{N_f} \right] \quad (5)$$

где  $N_f$  – число циклов до разрушения при данной амплитуде циклической нагрузки;  
 $\alpha$  – параметр распределения Вейбулла для описания разброса характеристик прочности.

На рис. 1. показан график зависимости меры повреждения  $D$  от отношения  $N / N_f$  для алюминиевого сплава АД-37 для разных значений материальной константы  $\alpha$ . Влияние константы  $\alpha$  достаточно прозрачно: чем больше этот параметр, тем в начале медленнее происходит накопление повреждений, но на исходе выносливости материала скорость роста повреждений происходит быстрее.

Появление в формуле скорости роста трещины усталости (1) скалярного параметра меры повреждения  $D$  и параметра  $\alpha$  дает возможность учитывать, на какой стадии развития усталости материала появилась трещина.

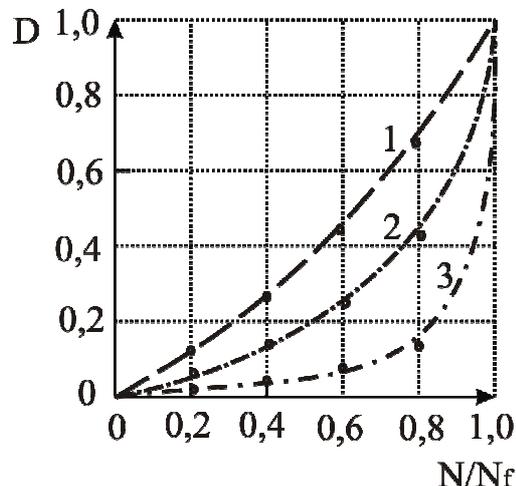


Рис. 1. Зависимость меры повреждения  $D$  от отношения  $N/N_f$  для разных значений параметра распределения Вейбулла  $\alpha$ : 1 –  $\alpha=1,277$ ; 2 –  $\alpha=3,5$ ; 3 –  $\alpha=12,0$ .

#### 4 КИН, характеризующий способность материала сопротивляться повреждению, и радиус кривизны в конце модельной трещины

Центральным пунктом теории в нелинейных материалах типа Д16 и АД-37, предложенной в теоретическом виде В.В. Болотиным [1] и получившим дальнейшее развитие в работах [2-5], является учет влияния рассеянных микрповреждений на сопротивление росту трещин усталости. В работе не используется традиционное представление о трещине, как о математическом разрезе. Вместо трещины в виде математического разреза вводится модельная трещина с конечным значением радиуса кривизны в конце трещины, зависящим от меры повреждения  $D$  и параметра распределения Вейбулла  $\alpha$ . Таким образом, наша модель принципиально не допускает бесконечно больших напряжений у фронта трещины. По сути, мы заменяем реальную трещину схематической, удалив из трещины сильно поврежденный, не работающий материал. Существует прямая связь между радиусом кривизны модельной трещины и скалярным параметром меры повреждения – чем больше параметр меры повреждения, тем больше радиус кривизны.

КИН  $K_b$ , который входит в формулу (1) и характеризует способность материала сопротивляться распространению трещины усталости, определяется по формуле:

$$K_{\sigma} = \sigma_{\sigma} \times \sqrt{\pi \times \rho} \quad (6)$$

где  $\sigma_{\sigma}$  – предел прочности листового материала;

$\rho$  – радиус кривизны в конце модельной трещины.

Исследования, проведенные на ГП «Антонов», позволили получить эмпирическую зависимость радиуса кривизны в конце модельной трещины от меры повреждения  $D$  и параметра распределения Вейбулла  $\alpha$ .

$$\rho = 10,5 \times \alpha^{0,48} \times D^{0,52} \quad (7)$$

Формула (7) используется для листовых алюминиевых сплавов и расчет скорости роста трещин усталости, посчитанный по формуле (1) с использованием выражения (7), показал хорошее совпадение с экспериментальными данными.

## 5 Сравнение теоретических расчетов и экспериментальных данных

Сравнение теоретических расчетов скорости роста трещины усталости и экспериментальных данных было выполнено для листовых алюминиевых материалов группы Д16Т и АД-37. В таблице 1 представлены данные обобщенных экспериментальных исследований листовых алюминиевых материалов группы Д16Т, представленные в виде уравнения Пэриса [8].

$$\frac{dl}{dN} = C \times \Delta K^n \quad (8)$$

Таблица 1

Скорость роста трещины усталости в материалах группы Д16Т, полученная экспериментально.

№ п/п	Тип образца	С	n	Средняя скорость, $\frac{d2l}{dN}$ , мм/цикл		
				$\Delta K$ , МПа $\sqrt{\text{мм}}^{1/2}$		
				20	30	40
1	Толщиной до 4 мм, Д16чТ	$9,978 \times 10^{-10}$	3,32	1,98	7,60	19,78
2	Толщиной до 2 мм, Д16чАТ	$1,407 \times 10^{-10}$	3,63	1,014	4,416	12,546
3	Толщиной до 5...9 мм, Д16чТ	$1,462 \times 10^{-8}$	2,66	1,86	5,48	11,78

Расчет теоретических кривых по формуле (1) с использованием зависимости (7) был выполнен для двух параметров распределения Вейбулла  $\alpha=3,574$  и  $\alpha=12,492$ , полученных для двух выборок прочности листов Д16АТ, образцы которые были испытаны на ГП «Антонов», а обработка результатов была выполнена по ГОСТ 11.007-75 [9]. Результаты теоретических расчетов представлены в таблице 2.

На рис. 2 показаны графики зависимости скорости роста трещины усталости  $\frac{d2l}{dN}$  от размаха КИН для листовых алюминиевых материалов группы

Д16Т. Кривые 1, 2, 3 являются экспериментальными, кривая 4 – теоретическая для  $\alpha=3,574$ , кривая 5 – теоретическая для  $\alpha=12,492$ .

Таблица 2

Теоретическое значение скорости роста трещины усталости  
в материалах группы Д16Т

№ п/п	Параметр распределения Вейбулла, $\alpha$	Средняя скорость, $\frac{d2l}{dN}$ , мм/цикл		
		$\Delta K$ , МПа $\times$ мм <sup>1/2</sup>		
		20	30	40
1	3,574	2,835	9,743	23,333
2	12,492	2,818	9,257	20,078

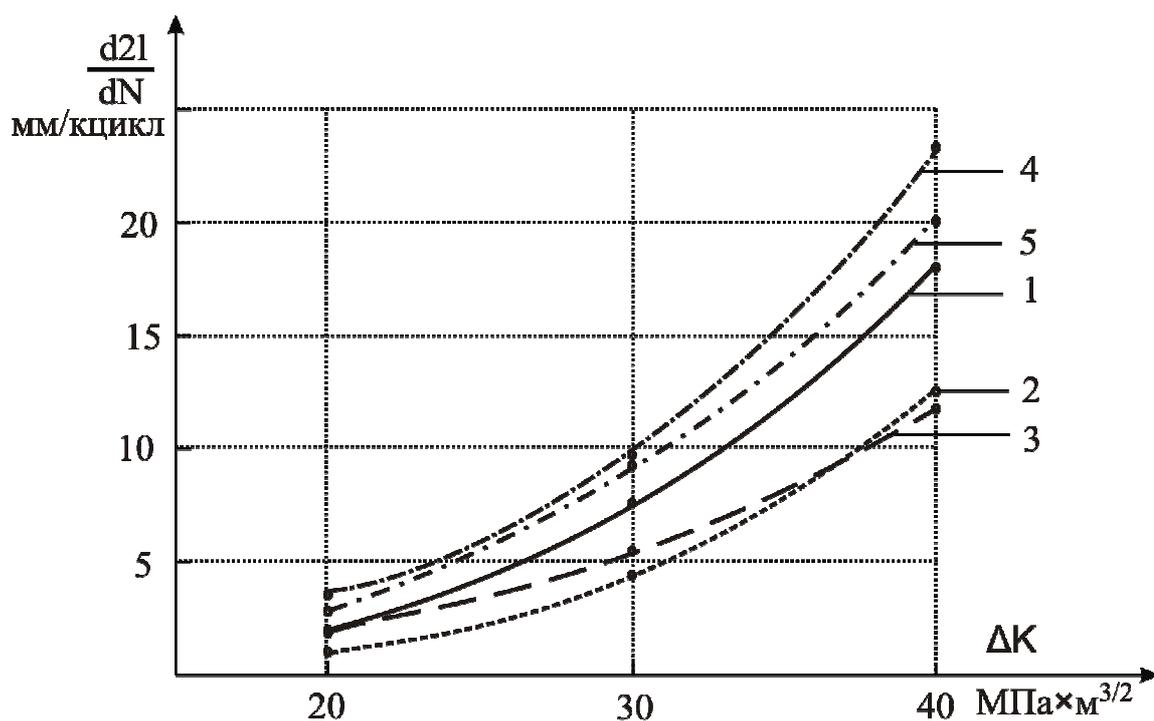


Рис. 2. Графики зависимости скорости роста трещины усталости от размаха КИН для материалов группы Д16Т: 1 – экспериментальная для Д16ЧТ толщиной до 4 мм; 2 - экспериментальная для Д16ЧАТ толщиной до 2 мм; 3 - экспериментальная для Д16ЧТ толщиной 5 ...9 мм; 4 - теоретическая для  $\alpha=3,574$ ; 5 - теоретическая для  $\alpha=12,492$

В таблице 3 представлены данные экспериментальных исследований листовых алюминиевых материалов группы АД-37, представленные в виде уравнения Пэриса. Группы образцов отличаются между собой закалкой и состоянием поверхности.

Расчет теоретических значений скорости роста трещины усталости в листовом материале АД-37 по формуле (1) с использованием зависимости (7) был выполнен для трех параметров распределения Вейбулла  $\alpha=1,277$ ,  $\alpha=3,50$  и  $\alpha=12,0$ . Результаты теоретических расчетов представлены в таблице 4. Параметр распределения Вейбулла  $\alpha=1,277$  является скорее теоретическим, так как в выборку были включены результаты испытаний прочности материалов с

различными вариантами закалки. На практике значение параметра распределения Вейбулла  $\alpha$  колеблется от 3,5 до 12,0.

Таблица 3  
Скорость роста трещины усталости в материалах группы АД-37, полученная экспериментально

№ п/п	Тип образца	C	n	Средняя скорость, $\frac{d2l}{dN}$ , мм/цикл		
				$\Delta K$ , МПа $\sqrt{м}^{1/2}$		
				20	30	40
1	1П-n	0,00005	3,2835	1,48	5,48	14,12
2	2-n	0,0003	2,6954	1,10	3,26	7,08
3	3П-n	0,0002	2,9555	1,26	4,13	9,68
4	4-n	0,0007	2,5352	1,38	3,83	7,95

Таблица 4  
Теоретическое значение скорости роста трещины усталости в материалах группы АД-37

№ п/п	Параметр распределения Вейбулла, $\alpha$	Средняя скорость, $\frac{d2l}{dN}$ , мм/цикл		
		$\Delta K$ , МПа $\sqrt{м}^{1/2}$		
		20	30	40
1	1,277	2,032	11,268	39,363
2	3,50	1,249	6,325	20,310
3	12,0	1,294	6,116	18,393

На рис. 3 показаны графики зависимости скорости роста трещины усталости от размаха КИН для листовых алюминиевых материалов группы АД-37. Кривые 1, 2, 3, 4 являются экспериментальными, 5 – теоретическая для  $\alpha=1,277$ , кривая 6 – теоретическая для  $\alpha=3,50$ , кривая 7 – теоретическая для  $\alpha=12,0$ .

### Выводы

1. В работе предложена и экспериментально подтверждена новая структурная модель разрушения листовых алюминиевых сплавов, которая может быть рекомендована для приближенного экспресс-анализа скорости роста трещины усталости.

2. Впервые получена зависимость радиуса кривизны в конце модельной трещины от меры повреждения D и параметра распределения Вейбулла  $\alpha$  (7), использование которой дало хорошее совпадение экспериментальной и теоретической скорости роста трещины усталости для листовых алюминиевых материалов Д16Т и АД-37.

3. Использование для конкретизации процесса накопления повреждений модифицированного выражения (5), в котором, в отличие от [6], используется параметр распределения Вейбулла, дало хорошее совпадение экспериментальных и теоретических данных.

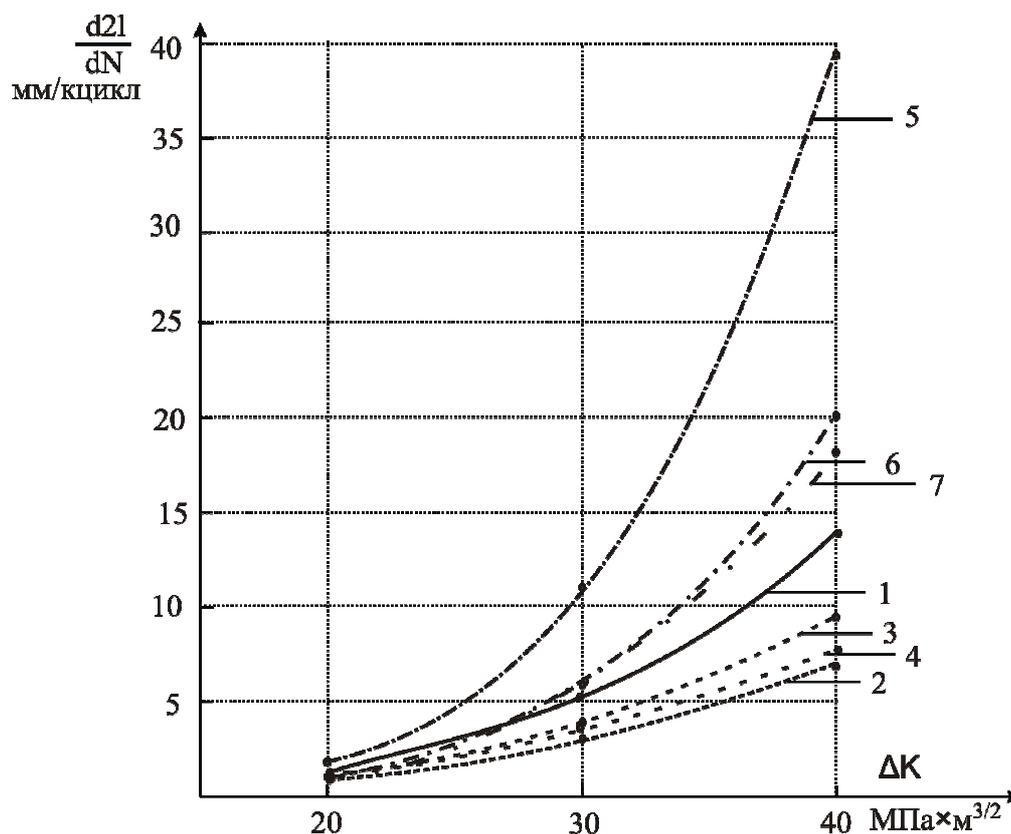


Рис. 3. Графики зависимости скорости роста трещины усталости от размаха КИН для материала АД-37: 1 – экспериментальная для 1П-н; 2 - экспериментальная для 2-н; 3 - экспериментальная для 3П-н; 4 - экспериментальная для 4-н; 5 - теоретическая для  $\alpha=1,277$ ; 6 - теоретическая для  $\alpha=3,50$ ; 7 - теоретическая для  $\alpha=12,0$ .

### Список литературы

1. Болотин В.В. Ресурс машин и конструкций. – М.: Машиностроение. – 1990. – 448с.
2. Климюк А.Н., Лиманский И.В. Идентификация определяющих параметров модели усталостного разрушения пластины. // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: НАКУ «ХАИ». - 2008. – Вып. 39. – с. 123 – 133.
3. Маслов Б.П., Климюк А.Н. Расчетно-экспериментальное исследование нового алюминиевого сплава АД-37. // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: НАКУ «ХАИ». 2009. – Вып. 43. – с. 124 – 132.
4. Кива Д.С., Маслов Б.П., Климюк А.Н. Концептуальный подход к определению параметров надежности агрегатов планера самолета из КМ. // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: НАКУ «ХАИ». - 2006. – Вып. 32. – с. 5 – 16.
5. Маслов Б.П., Семенец А.И., Климюк А.Н. Этапы расчета параметров роста трещины усталости в листовом алюминиевом сплаве АД-37. // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: НАКУ «ХАИ». - 2010. – Вып. 46. – с. 5 – 13.

6. Peerlings R.H.J., Brekelmans W.A.M., R. de Borst, Geers M.G.D. Gradient-enhanced damage modeling of high-cycle fatigue Int. J. Numer. Engng., 49, (2000), p.1547-1569.

7. Сопротивление материалов деформированию и разрушению: Справ. пособие: в 2 т. /Ред. Трощенко В.Т. – Киев: Наук. Думка, 1994. – 704 с.

8. Карта данных к сертификату типа полуфабриката материала СТПМ-1-98. Материал: Д16Т, Д16АТ, Д16ЧТ, Д16ЧАТ. – СЦ «Материал». – 1998. – 41с.

9. ГОСТ 11.007-75. Прикладная статистика. Правила определения оценок и доверительных границ для параметров распределения Вейбулла. – Издательство стандартов. - 1980. – 30с.

**Рецензент:** доктор технических наук, С.А. Бычков, ГП «Антонов», Киев  
Поступила в редакцию 19.09.12

### **Врахування пошкодження і розкиду характеристик міцності в алюмінієвих сплавах в структурному методі розрахунку швидкості зростання тріщини втоми**

Показано вплив на швидкість зростання тріщини втоми процесу накопичення пошкодження і розкиду характеристик міцності в алюмінієвих листових матеріалах. Наведено вперше отриману залежність радіуса кривизни в кінці модельної тріщини від міри пошкодження і від параметра розподілу Вейбулла міцності листових алюмінієвих матеріалів Д16Т і АД-37. Проведено порівняння швидкості зростання тріщини втоми для листових алюмінієвих матеріалів Д16Т і АД-37, отриманих експериментально і теоретично.

**Ключові слова:** тріщина втоми, швидкість росту, накопичення пошкодження, розкид характеристик міцності, циклічне навантаження, радіус кривизни модельної тріщини.

### **Prediction of fatigue crack rate growth in aluminum alloys with new structural method involving damage and strength parameters scatter**

The new structural method of prediction fatigue crack rate growth is proposed. Correlation between crack rate and damage or strength parameters scatter is established. Statistical dependence of crookedness radius of elliptical crack contour and strength parameter scatter is obtained for the case of thin aluminum plates fabricated from traditional D16T alloy and new AD-37. Comparison of results predicted with new structural method proposed and experimental data does confirm its good agreement. So the method may be useful for estimation of crack growth rate in aluminum alloys with interual stochastic structure, D16T and AD-37 as examples.

**Keywords:** трещина усталости, скорость роста, накопление повреждения, разброс характеристик прочности, циклическое нагружение, радиус кривизны модельной трещины.