

Регрессионный анализ случайной величины компрессии

Харьковский национальный автомобильный университет

Выполнен регрессионный анализ случайной величины компрессии. Получены корреляционные значения величины компрессии и частоты вращения коленчатого вала для четырёх- и пятиклапанных двигателей

Ключевые слова: компрессия, регрессионный анализ, корреляция, коленчатый вал, уравнения.

В своей работе О. Фламиш [1] акцентирует внимание на том, что величина компрессии в значительной степени зависит не только от технического состояния ЦПГ и герметичности клапанов двигателя, но и от скорости вращения коленчатого вала. Согласно графическим данным в режиме тестового диагностирования, в диапазоне, соответствующем изменению скорости вращения коленчатого вала от 200 до 400 мин⁻¹, величина компрессии может изменяться линейно от 0,4 до 0,6 МПа (рис.1).

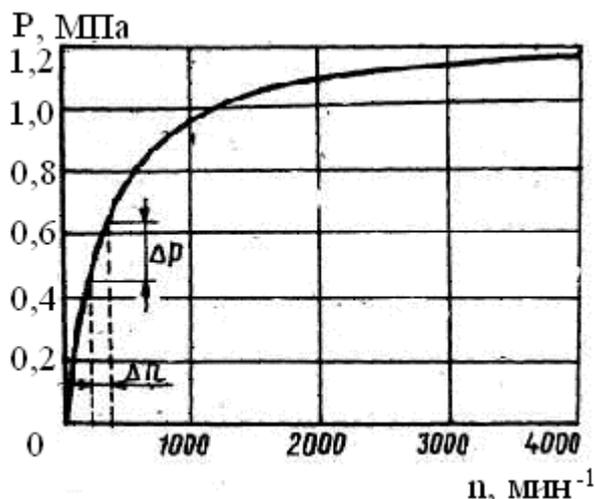


Рис. 1. Зависимость величины компрессии от частоты вращения коленчатого вала у двигателей конструкции 60-х годов

Эти величины компрессии на порядок ниже уровня величин компрессии, присущей современным бензиновым двигателям.

Объектом настоящего исследования являются две группы двигателей: новые модели четырёх- и пятиклапанных клапанных двигателей ВАЗ, AUDI, Opel, Mitsubishi, Mazda и исправные двухклапанные двигатели различных моделей, находящиеся в эксплуатации, объемом до 1,8 л, со степенью сжатия 9,5-10,5.

В математической статистике взаимосвязь явлений изучается методом корреляции, к которому обращаются в том случае, если нельзя изолировать влияние посторонних факторов. В данном случае необходимо установить степень влияния оборотов коленчатого вала на величину компрессии. Эта задача решается определением уравнения регрессии и носит название регрессионного анализа [2].

Для отыскания вида функции парной регрессии, связывающей величину компрессии с оборотами коленчатого вала, на основании статистических данных составлены корреляционные таблицы (табл.1 и 2).

Таблица 1

Корреляционная таблица величины компрессии и частоты вращения коленчатого вала для четырёх- и пятиклапанных двигателей

Величина компрессии, МПа	Частота вращения коленчатого вала, мин ⁻¹				Количество измерений
	200-220	220-240	240-260	260-280	
1,1-1,2	1	–	2	–	3
1,2-1,3	3	2	2	–	7
1,3-1,4	1	13	9	–	23
1,4-1,5	–	1	7	2	10
1,5-1,6	–	–	3	2	5
Среднее значение компрессии y_i , МПа	1,259	1,334	1,382	1,470	48

Таблица 2

Корреляционная таблица величины компрессии и оборотов коленчатого вала для двухклапанных двигателей

Величина компрессии, МПа	Частота вращения коленчатого вала, мин ⁻¹								Количество измерений
	240-260	260-280	280-300	300-320	320-340	340-360	360-380	380-400	
0,9-1,0	1	–	–	–	–	–	–	–	1
1,0-1,1	2	2	1	–	–	–	–	–	5
1,1-1,2	3	3	8	6	7	–	2	–	29
1,2-1,3	–	6	13	7	11	3	4	–	44
1,3-1,4	–	3	4	3	5	1	1	2	19
1,4-1,5	–	–	–	–	3	5	1	3	12
1,5-1,6	–	–	–	–	–	–	1	1	2
Среднее значение компрессии y_i , МПа	1,080	1,240	1,230	1,230	1,272	1,373	1,305	1,435	112

Анализируя корреляционные таблицы, можно предположить, что, несмотря на различие в конструкциях современных двигателей, существует прямая статистическая связь между ростом величины компрессии и оборотами коленчатого вала. Как известно, прямая связь требует применения параболической, показательной или линейной регрессии. В данном случае интерпретация парной связи с помощью линейной функции регрессии будет более наглядной и предпочтительной. Запишем уравнение регрессии в виде уравнения прямой

$$\bar{y}_i = a_0 + a_1 x_{ni}, \quad (1)$$

где \bar{y}_i – расчетное значение случайной величины компрессии на i -м интервале, МПа;

a_0, a_1 – коэффициенты линейной регрессии;

x_{ni} – среднее значение частоты вращения коленчатого вала на i -м интервале.

Для определения коэффициентов линейной регрессии необходимо составить и решить систему уравнений вида

$$\begin{cases} ka_0 + a_1 \sum x_{ni} = \sum y_i; \\ a_0 \sum x_{ni} + a_1 \sum x_{ni}^2 = \sum y_i x_{ni}, \end{cases} \quad (2)$$

где y_i – среднее значение компрессии на i -м интервале, МПа;

k – количество интервалов аргумента.

Подставим в систему уравнений (2) значения переменных (табл. 3 и 4).

Таблица 3

Значения переменных для определения связи между величиной компрессии и оборотами коленчатого вала двухклапанных двигателей

Среднее значение оборотов коленчатого вала на i -м интервале $x_{ni}, \text{ мин}^{-1}$	Среднестатистическое значение компрессии на i -м интервале $y_i, \text{ МПа}$	x_{ni}^2	$x_{ni} y_i$	Расчетное значение компрессии $\bar{y}_i, \text{ МПа}$	$(y_i - \bar{y}_i)^2$
250	1,080	62500	270	1,121	0,00168
270	1,240	72900	334,8	1,165	0,00422
290	1,230	84100	356,7	1,208	0,00044
310	1,230	96100	381,3	1,250	0,00040
330	1,272	108900	419,76	1,293	0,00044
350	1,373	122500	480,55	1,337	0,00130
370	1,305	136900	482,85	1,379	0,00476
390	1,435	152100	559,65	1,423	0,00014
$\Sigma=2560$	$\Sigma=10,169$	$\Sigma=836000$	$\Sigma=3285,61$	—	0,01338

Таблица 4

Зависимость величины компрессии от оборотов коленчатого вала четырёх- и пятиклапанных двигателей

Среднее значение оборотов коленчатого вала на i-м интервале x_{ni} , мин ⁻¹	Среднестатистическое значение компрессии на i-м интервале y_i , МПа	x_{ni}^2	$x_{ni}y_i$	Расчетное значение компрессии \bar{y}_i , МПа	$(y_i - \bar{y}_i)^2$
210	1,259	44100	264,39	1,248	0,00012
230	1,334	52900	306,82	1,323	0,00012
250	1,382	62500	345,5	1,398	0,00025
270	1,470	72900	396,9	1,474	0,00002
$\Sigma=960$	$\Sigma=5,445$	$\Sigma=232400$	$\Sigma=1313,61$	—	0,00051

Получим:
для двухклапанных двигателей

$$\begin{cases} 8a_0 + 2560a_1 = 10,169; \\ 2560a_0 + 836000a_1 = 3285,61. \end{cases} \quad (3)$$

для четырёх- и пятиклапанных двигателей

$$\begin{cases} 4a_0 + 960a_1 = 5,445; \\ 960a_0 + 232400a_1 = 1313,61. \end{cases} \quad (4)$$

Решение системы уравнений (3) дает коэффициенты $a_0=0,584$; $a_1=0,00215$, с учетом которых функция регрессии, устанавливающая зависимость величины компрессии от оборотов коленчатого вала у двухклапанных двигателей, имеет вид

$$\bar{y}_i = 0,584 + 0,00215x_{ni}. \quad (5)$$

При определении связи между величиной компрессии и оборотами коленчатого вала у четырёх- и пятиклапанных двигателей решение системы уравнений дает коэффициенты $a_0=0,45765$; $a_1=0,003765$, и уравнение регрессии записывается следующим образом:

$$\bar{y}_i = 0,458 + 0,00376x_{ni}. \quad (6)$$

На графическом изображении (рис. 2) хорошо видно, что статистические зависимости (ломаные регрессии) близко воспроизводятся расчетными

функциями (уравнениями регрессии). Среднеквадратическая ошибка, которая в данном случае характеризует меру близости эмпирических данных теоретическим, составляет $\sigma=0,04$ МПа – для уравнения (5) и $\sigma=0,01$ МПа – для уравнения (6).

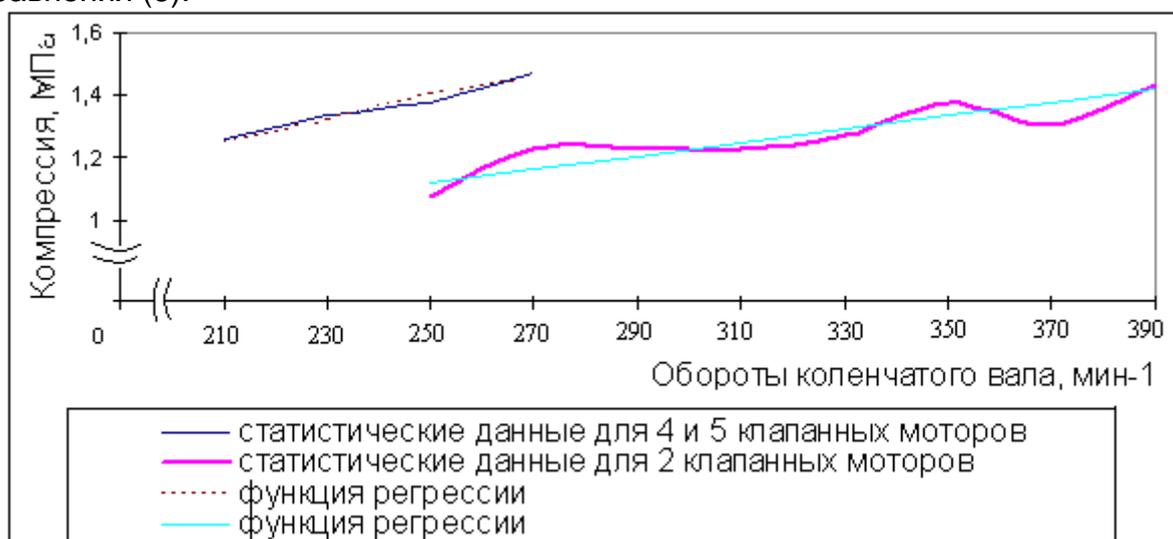


Рис. 2. Зависимость величины компрессии от оборотов коленчатого вала

Обоснованной мерой связи между двумя величинами является линейный коэффициент корреляции. Ошибка коэффициента корреляции составляет $\sigma=0,003$ и $\sigma=0,018$ соответственно. В обоих случаях коэффициент корреляции очень высок: $r=0,99$ и $r=0,9$, что указывает на тесную связь между оборотами коленчатого вала и величиной компрессии. Коэффициент детерминации – квадрат коэффициента корреляции в рассматриваемых случаях составляет 0,98 и 0,81.

ВЫВОДЫ

1. Для двухклапанных двигателей и для четырёх- и пятиклапанных двигателей получены уравнения регрессии, которые позволяют установить функциональную связь между случайной величиной компрессии и частотой оборотов коленчатого вала у бензиновых двигателей современных автомобилей с коэффициентом корреляции более 0,9 и ошибкой коэффициента корреляции менее 0,018.

Список литературы

1. Фламиш, О. Диагностика автомобилей (способы обнаружения скрытых неисправностей, [Текст]: пер. с венг. А.П. Самойлова /О. Фламиш. – М.: Транспорт, 1971. – 208 с.
2. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст]: учеб. пособие для втузов /В.Е. Гмурман. - 5-е изд., перераб. и доп.. – М.: Высш. шк., 1977. – 479 с.

Рецензент: д-р техн. наук, профессор, зав. каф. М.А. Подригало, ХНАДУ, Харьков

Поступила в редакцию 16.09.2011

Регресійний аналіз випадкової величини компресії

Виконано регресійний аналіз випадкової величини компресії. Отримано кореляційні значень величини компресії і частоти обертання колінчастого валу для чотири- і п'ятиклапанних двигунів

Ключові слова: компресія, регресійний аналіз, кореляція, колінчастий вал, рівняння.

Regression analysis of compression random quantity

The regression analysis of random compression quantity is carried out. The correlated values of compression quantity and crankshaft rotating frequency for four- and five- valve engines is carried out.

Keywords: compression, regression analysis, correlation, crankshaft, equation.