

Приведенные физико-механические характеристики композиционного материала с трубчатыми элементами

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»
Харьковское ГПЗ-НКАУ*

Получены аналитические зависимости приведенных физико-механических характеристик ортотропного квазисплошного композиционного материала, состоящего из обшивок и трубчатого набора, образующих трехслойные конструкции, широко применяемые в агрегатах летательных аппаратов интегральной сборки. Идея синтеза приведенных физико-механических характеристик ортотропного квазисплошного композиционного материала основана на реализации принципа равенства относительных линейных деформаций растяжения-сжатия и сдвига трубчатого элемента с присоединенной обшивкой и одинакового с ним по объему сплошного элемента.

Ключевые слова: ортотропный квазисплошный композиционный материал, трубчатый элемент, присоединенная обшивка, приведенные физико-механические характеристики.

В работе [1] синтезированы приведенные физико-механические характеристики (ФМХ) трубчатого заполнителя (ТЗ) трехслойных конструкций, в последние годы все шире применяемых в агрегатах самолетов взамен сотов [2] – [3].

Эти ФМХ позволяют производить расчет и проектирование панельных и оболочечных конструкций по модели сендвичей, состоящих из несущих обшивок и заполнителя.

Однако если соты являются легким заполнителем, достаточно жестким в поперечном направлении, обеспечивающим надежную совместную работу таких несущих обшивок и, как правило, не участвующим в восприятии усилий в плоскости панели или в срединной поверхности оболочки, то трубчатые элементы по жесткости и прочности могут даже превосходить эти характеристики обшивок в направлении осей трубок при их низком значении в перпендикулярном направлении к осям трубок.

Кроме того, проверить и откорректировать экспериментально теоретические значения ФМХ трубчатой системы без несущих обшивок, за исключением продольного направления трубок практически невозможно.

В связи с этим представляется целесообразным рассмотреть конструкцию с трубчатым подкреплением не по схеме сендвича, состоящего из несущих обшивок и «сплошного размазанного» ТЗ, а как сплошной ортотропный композиционный материал (КМ), в котором и трубки и обшивки «размазаны» по всему объему.

Ниже изложена методика синтеза приведенных ФМХ такого сплошного КМ, построенная по схеме, изложенной в работе [1].

Эта схема состоит в реализации равенства относительных деформаций условного сплошного элемента и равного ему по объему реального, учитывающего входящий в этот объем материал трубки и несущей обшивки.

Приведенные ФМХ такого квазисплошного ортотропного КМ входят в соотношения физического закона, связывающие линейные ($\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z$) и угловые ($\gamma_{XY}, \gamma_{YZ}, \gamma_{XZ}$) деформации с соответствующими нормальными ($\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z$) и

касательными ($\tau_{XY}, \tau_{YZ}, \tau_{XZ}$) напряжениями [4]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_X &= \frac{\sigma_X}{E_{\text{прив.}X}} - \nu_{YX} \frac{\sigma_Y}{E_{\text{прив.}Y}} - \nu_{ZX} \frac{\sigma_Z}{E_{\text{прив.}Z}}; \\ \varepsilon_Y &= -\nu_{XY} \frac{\sigma_X}{E_{\text{прив.}X}} + \frac{\sigma_Y}{E_{\text{прив.}Y}} - \nu_{ZY} \frac{\sigma_Z}{E_{\text{прив.}Z}}; \\ \varepsilon_Z &= -\nu_{XZ} \frac{\sigma_X}{E_{\text{прив.}X}} - \nu_{YZ} \frac{\sigma_Y}{E_{\text{прив.}Y}} + \frac{\sigma_Z}{E_{\text{прив.}Z}}; \\ \gamma_{XY} &= \frac{\tau_{XY}}{G_{\text{прив.}XY}}; \gamma_{YZ} = \frac{\tau_{YZ}}{G_{\text{прив.}YZ}}; \gamma_{XZ} = \frac{\tau_{XZ}}{G_{\text{прив.}XZ}}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $E_{\text{прив.}X}^+$ ($E_{\text{прив.}X}^-$), $E_{\text{прив.}Y}^+$ ($E_{\text{прив.}Y}^-$), $E_{\text{прив.}Z}^+$ ($E_{\text{прив.}Z}^-$) – приведенные модули упругости квазисплошного КМ при растяжении (сжатии) в направлении осей X, Y и Z; $G_{\text{прив.}XY}$, $G_{\text{прив.}YZ}$, $G_{\text{прив.}XZ}$ – приведенные модули сдвига квазисплошного КМ в плоскостях, параллельных координатным; ν_{XY} , ν_{YZ} , ν_{XZ} – коэффициенты Пуассона, характеризующие сжатие в направлении соответствующей оси второго индекса при растяжении в направлении оси первого индекса.

1. Приведенные модули упругости КМ

1.1. Рассмотрим приведенные модули упругости КМ последовательно вдоль координатных осей Z, X и Y (рис. 1).

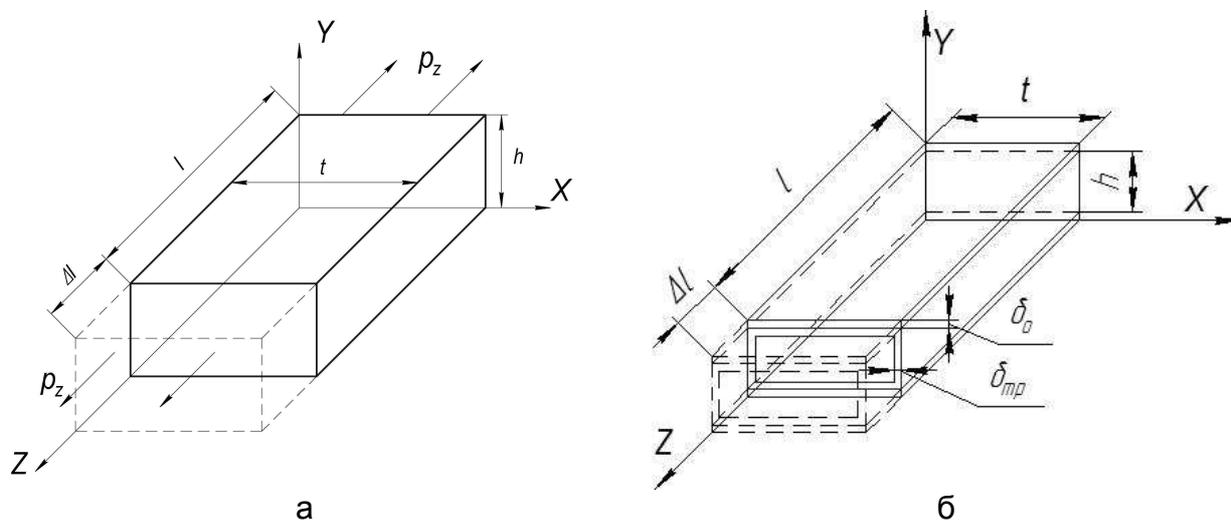


Рис.1. Типовой трубчатый элемент КМ с присоединенной обшивкой для определения модуля упругости $E_{\text{прив.}Z}$:

а – сплошной элемент; б – реальный трубчатый элемент с несущими обшивками

Приведенный модуль упругости $E_{\text{прив.}Z}^{+(-)}$ КМ при растяжении (сжатии) в направлении оси Z можно определить из следующих условий.

Типовой элемент КМ в плоскости XOY имеет площадь $F_{\text{эл}Z} = (h + 2\delta_0) \cdot t$. При приложении некоторой растягивающей или сжимающей нагрузки p_z ,

действующей на площадь $F_{элZ}$, будет иметь место относительное удлинение этого элемента:

$$\frac{\Delta l_Z}{l} = \varepsilon_{элZ}^{+(-)} = \frac{P_Z}{F_{элZ} \cdot E_{прив.Z}^{+(-)}} = \frac{P_Z}{t \cdot (h + 2\delta_o) \cdot E_{прив.Z}^{+(-)}}. \quad (2)$$

В то же время при учете только материала трубки и присоединенной к ней обшивки относительное удлинение этого элемента

$$\varepsilon_{mp Z}^{+(-)} = \frac{P_Z}{t \cdot (h + 2\delta_o) \cdot E_{Z_{км}}^{+(-)}} = \frac{P_Z}{\left[2(h+t) \cdot \delta_{mp} + 2t\delta_o \frac{E_{Z_{0км}}^{+(-)}}{E_{Z_{mp}}^{+(-)}} \right] \cdot E_{Z_{км}}^{+(-)}}. \quad (3)$$

В формуле (3) и далее КМ обшивки, имеющему в направлении оси Z модуль упругости $E_{Z_0}^{+(-)}$, присоединяется к КМ трубки, имеющему модуль упругости $E_{Z_{0mp}}^{+(-)}$. Здесь и далее толщиной клеевой пленки и ее характеристиками пренебрегаем.

Приравняв относительные удлинения (2) и (3), получим

$$E_{прив.Z}^{+(-)} = \frac{2\xi_{EZ}^{+(-)} E_{Z_{км}}^{+(-)} h \delta_{mp}}{t \cdot (h + 2\delta_o)}, \quad (4)$$

где $\xi_{EZ}^{+(-)} = \left(1 + \frac{t}{h} + \frac{t\delta_o}{\delta_{mp}} \frac{E_{Z_0}^{+(-)}}{E_{Z_{mp}}^{+(-)}} \right)$ - коэффициент приведения площади поперечного сечения типового элемента к КМ трубки

1.2. Приведенный модуль упругости КМ в направлении оси X (поперек трубки) определится из следующих условий (рис. 2).

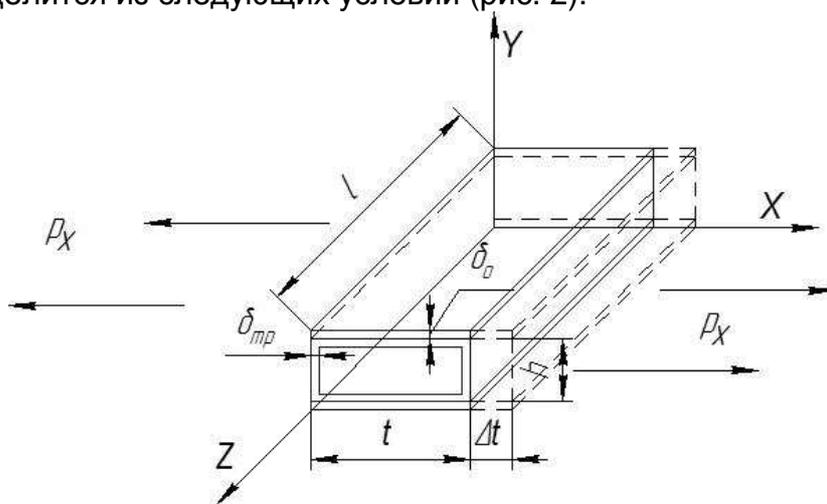


Рис. 2. Типовой трубчатый элемент КМ с присоединенной обшивкой в направлении оси Y

Типовой элемент ТЗ в плоскости ZOX имеет геометрическую площадь* $F_{элZ} = (h + 2\delta_o) \cdot l$, где l – некоторый размер (может быть принят равным единице).

При действии на эту площадь некоторой силы p_X в направлении оси X относительное удлинение элемента в случае растяжения (сжатия)

$$\varepsilon_{элX}^{+(-)} = \frac{P_X}{(h + 2\delta_o) \cdot l \cdot E_{прив.X}^{+(-)}}. \quad (5)$$

Значение относительного удлинения этого элемента при учете только материала трубки и обшивки определяется выражением

$$\varepsilon_{mp X}^{+(-)} = \frac{P_X}{2l\delta_{mp} E_{XKM}^{+(-)}} \frac{1}{\left(1 + \frac{\delta_o}{\delta_{mp}} \frac{E_{oX}^{+(-)}}{E_{XKM}^{+(-)}} + \frac{h}{\delta_{mp}} \frac{E_{TKM}}{E_{KM}^{+(-)}}\right)} = \frac{P_X}{2l\delta_{mp} \xi_{EX} E_{XKM}^{+(-)}}, \quad (6)$$

где $\xi_{EX}^{+(-)}$ – коэффициент приведения площади поперечного сечения к материалу с модулем $E_{KM}^{+(-)}$;

$$\xi_{EX}^{+(-)} = 1 + \frac{\delta_o}{\delta_{mp}} \frac{E_{oX}^{+(-)}}{E_{XKM}^{+(-)}} + \frac{h}{\delta_{mp}} \frac{E_{TKM}}{E_{KM}^{+(-)}}, \quad (7)$$

E_{TKM} – модуль упругости КМ в трансверсальном направлении (нормально к толщине трубки).

Приравняв удлинения $\varepsilon_{mp X}^{+(-)}$ и $\varepsilon_{эл X}^{+(-)}$, получим

$$E_{прив.X}^{+(-)} = \frac{2\delta_{mp} \xi_{EX}^{+(-)}}{(h + 2\delta_o)} E_{XKM}^{+(-)}. \quad (8)$$

1.3. Приведенный модуль упругости КМ в направлении оси Y (рис. 3) (перпендикулярно к плоскости трубки) определится из следующих условий.

Типовой элемент КМ в плоскости XOZ имеет геометрическую площадь $F_{элZOX} = F_{элY} = l \cdot t$. При действии на эту площадь некоторой силы p_Y будет иметь место относительное удлинение элемента при его растяжении (сжатии):

$$\varepsilon_{элY}^{+(-)} = \frac{P_Y}{t \cdot l \cdot E_{прив.Y}^{+(-)}}. \quad (9)$$

При учете только материала трубки и обшивки относительное удлинение

* Под геометрической понимается площадь элемента, не учитывающая различие ФМХ материалов КМ и трубки в отличие от приведенной площади, в которой учитывается присоединение площади обшивки на ширине трубки, умноженной на отношение $E_{oX}^{+(-)} / E_{XKM}^{+(-)}$.

$$\varepsilon_{mpY}^{+(-)} = \frac{p_Y}{\left[2\delta_{mp} \cdot l + 2lt \frac{E_{To}}{E_{YKM}^{+(-)}} + 2lt \frac{E_{mpT}}{E_{YKM}^{+(-)}} \right] E_{YKM}^{+(-)}} = \frac{p_Y}{2\delta_{mp} \cdot l \xi_{EY}^{+(-)} E_{YKM}^{+(-)}}, \quad (10)$$

где $\xi_{EY}^{+(-)} = 1 + \frac{t}{\delta_{mp}} \frac{E_{To}}{E_{YKM}^{+(-)}} + \frac{t}{\delta_{mp}} \frac{E_{mpT}}{E_{YKM}^{+(-)}}$ – коэффициент приведения площади поперечного сечения типового элемента к КМ трубки.

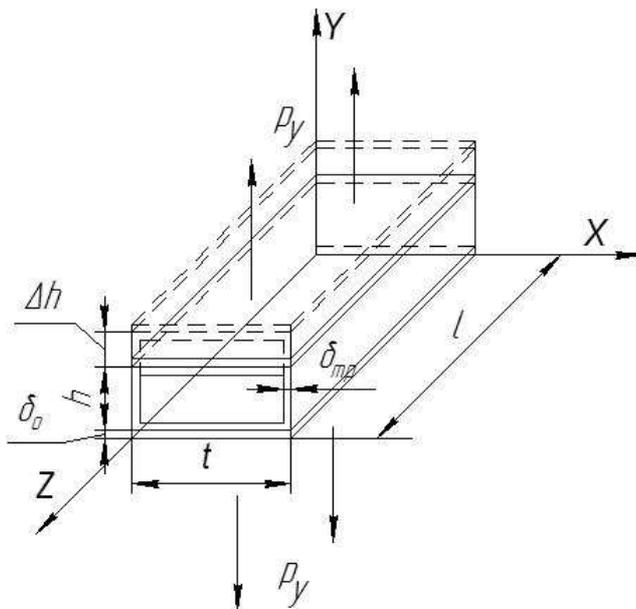


Рис. 3. Типовой трубчатый элемент КМ с присоединенной обшивкой в направлении оси Y

Приравняв удлинения $\varepsilon_{элY}^{+(-)}$ и $\varepsilon_{mpY}^{+(-)}$, получим

$$E_{прив.Y}^{+(-)} = \frac{2\delta_{mp} \xi_{EY}^{+(-)}}{t} E_{YKM}^{+(-)}. \quad (11)$$

2. Приведенные модули сдвига КМ

2.1. Приведенный модуль сдвига КМ в плоскости XOZ $G_{привXZ}$ определится из следующих условий.

При действии на типовой элемент КМ (рис. 4) некоторой сдвигающей силы S_{XZ} на его геометрической площади $F_{элXZ} = (h + 2\delta_0) \cdot t$ относительный угол сдвига равен

$$\gamma_{элXZ} = \frac{S_{XZ}}{G_{прив.XZ} \cdot F_{элXZ}} = \frac{S_{XZ}}{(h + 2\delta_0) \cdot t G_{прив.XZ}}. \quad (12)$$

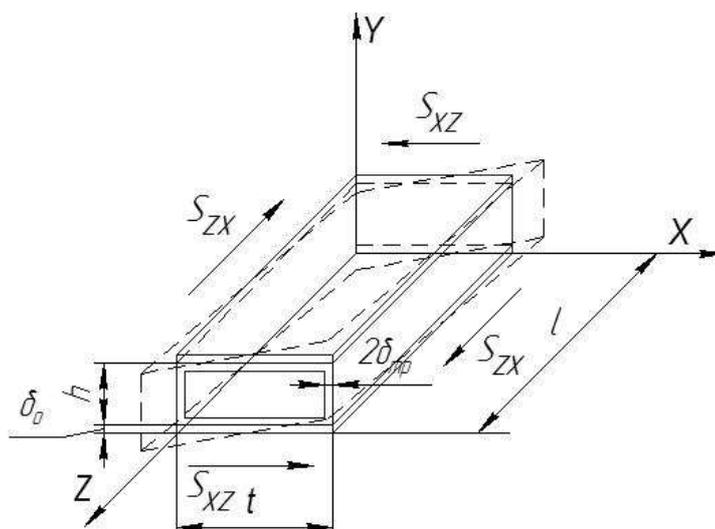


Рис. 4. Типовой трубчатый элемент КМ с присоединенной обшивкой в плоскости YZ

При учете только материала обшивки и трубки, пренебрегая клеевым слоем, относительный угол сдвига γ_{mpYZ} элемента с присоединенной обшивкой будет следующим:

$$\begin{aligned} \gamma_{mpXZ} &= \frac{S_{XZ}}{\left(2\delta_o t \frac{G_{XZo}}{G_{XZmp}} + 2\delta_{mp} t + 2\delta_{mp} h \frac{G_{YZKM}}{G_{XZKM}} \right) G_{XZKM}} = \\ &= \frac{S_{XZ}}{2\delta_{mp} t \left(1 + \frac{\delta_o}{\delta_{mp}} \frac{G_{XZo}}{G_{XZmp}} + \frac{h}{t} \frac{G_{YZKM}}{G_{XZKM}} \right) G_{XZmp}} = \\ &= \frac{S_{XZ}}{2\delta_{mp} t \xi_{G_{XZ}} G_{XZmp}}, \end{aligned} \quad (13)$$

где G_{XZo} - модуль сдвига обшивки в плоскости XZ; $\xi_{G_{XZ}} = \left(1 + \frac{\delta_o}{\delta_{mp}} \frac{G_{XZo}}{G_{XZmp}} + \frac{h}{t} \right)$ - коэффициент приведения площади сдвига элемента к материалу с модулем сдвига G_{XZmp} *.

Из равенства относительных углов сдвига элемента (12) и (13) получим

$$G_{прив.XZ} = \frac{2\delta_{mp} \xi_{G_{XZmp}}}{h + 2\delta_o} G_{XZmp}. \quad (14)$$

* Специфика структуры трубки, образованной намоткой нити или ленты под углами $\pm\phi$ к ее продольной оси, приводит к равенству модулей сдвига G_{YZKM} и G_{XZKM} .

2.2. Приведенный модуль сдвига КМ в плоскости YOZ $G_{прив.YZ}$ определится аналогично п. 2.1. Геометрическая площадь сдвига типового элемента (рис. 5) $F_{элYZ} = F_{элXZ} = t \cdot (h + 2\delta_o)$.

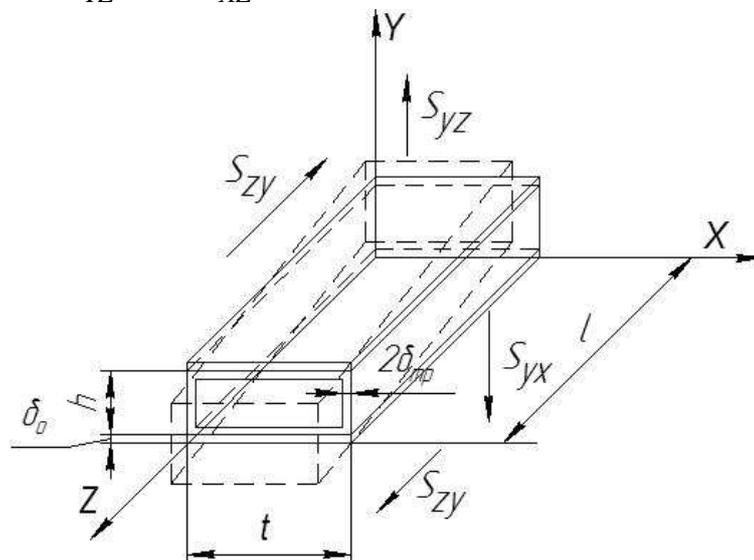


Рис. 5. Типовой трубчатый элемент КМ с присоединенной обшивкой в плоскости YOZ

Из равенства относительных углов сдвига этого элемента

$$\gamma_{элYZ} = \frac{S_{YZ}}{G_{прив.YZ} t \cdot (h + 2\delta_o)}. \quad (15)$$

Площадь сдвига типового элемента при учете только материала обшивки и трубки такова:

$$F_{мпYZ} = \left(2\delta_o t \frac{G_{YZo}}{G_{YZmp}} + 2\delta_{mp} t + 2\delta_{mp} h \frac{G_{XZmp}}{G_{YZmp}} \right) = 2\delta_{mp} t \left(1 + \frac{\delta_o}{\delta_{mp}} \frac{G_{YZo}}{G_{YZmp}} + \frac{h}{t} \right), \quad (16)$$

где G_{YZo} - модуль сдвига материала обшивки в плоскости YOZ.

Относительный угол сдвига этого элемента при учете только материала обшивки и трубки равен:

$$\gamma_{мпYZ} = \frac{S_{YZ}}{2\delta_{mp} t \xi_{G_{YZ}} G_{YZmp}}, \quad (17)$$

где $\xi_{G_{YZ}} = \left(1 + \frac{\delta_o}{\delta_{mp}} \frac{G_{YZo}}{G_{YZmp}} + \frac{h}{t} \right)$ - коэффициент приведения площади сдвига

элемента к материалу с модулем сдвига G_{YZmp} .

Приравнявая (15) и (17), получим

$$G_{прив.YZ} = \frac{2\delta_{mp} \xi_{G_{YZ}}}{h + 2\delta_o} G_{YZmp}. \quad (18)$$

2.3. Приведенный модуль сдвига КМ в плоскости XOY $G_{прив.XY}$ определится из равенства относительных углов сдвига элемента ТЗ с геометрической площадью сечения и этого элемента, учитывающего только материал трубки и обшивки (рис. 6):

$$\gamma_{элXY} = \frac{S_{XY}}{G_{прив.XY} \cdot (h + 2\delta_o) \cdot t} = \gamma_{mpXY} = \frac{S_{XY}}{G_{XYmp} 2\delta_{mp} \cdot t \xi_{G_{XY}}}, \quad (19)$$

откуда

$$G_{прив.XY} = \frac{2\delta_{mp} \xi_{G_{XY}}}{h + 2\delta_o} G_{XYmp}, \quad (20)$$

где $\xi_{G_{XY}} = \left(1 + \frac{\delta_o}{\delta_{mp}} \frac{G_{XYo}}{G_{XYmp}} + \frac{h}{t} \right)$ - коэффициент приведения площади сдвига элемента к материалу с модулем сдвига G_{XY} .

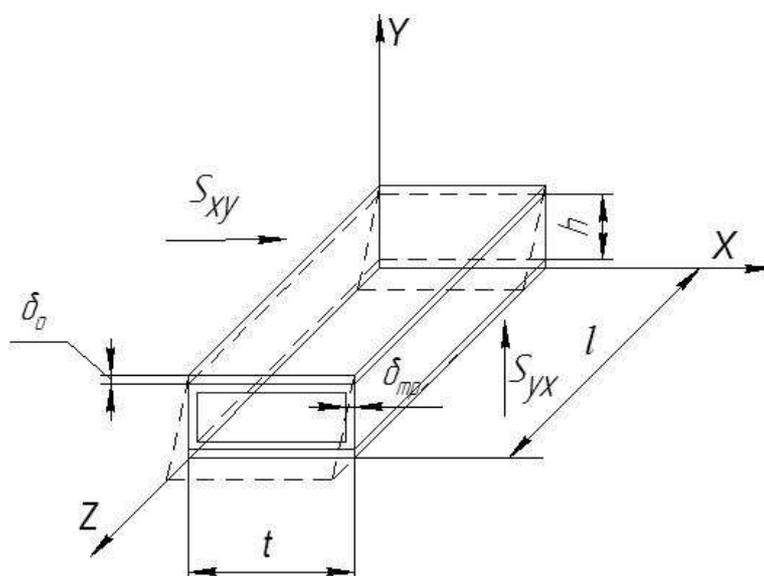


Рис. 6. Типовой трубчатый элемент КМ с присоединенной обшивкой в плоскости XOY

3. Приведенные коэффициенты Пуассона композитного материала

3.1. Приведенный коэффициент Пуассона, характеризующий сжатие в направлении оси X при растяжении элемента в направлении оси Z $V_{прив.ZX}$:

$$V_{прив.ZX} = - \frac{\epsilon_{прив.X}^-}{\epsilon_{прив.Z}^+}, \quad (21)$$

где $\epsilon_{прив.X}^-$ - приведенная относительная поперечная деформация сжатия трубчатого элемента с присоединенной обшивкой в направлении оси X при его растяжении в направлении оси Z ; $\epsilon_{прив.Z}^+$ - приведенная относительная

продольная деформация трубчатого элемента с присоединенной обшивкой при его растяжении в направлении оси Z некоторым усилием p_Z (рис. 1):

$$\varepsilon_{nрив.Z}^+ = \frac{p_Z}{F_{nрив.Z} \cdot E_{nрив.Z}^+} = \frac{p_Z}{t(h + 2\delta_o) \cdot E_{nрив.Z}^+}. \quad (22)$$

Постулируем равенство приведенной деформации $\varepsilon_{nрив.X}^-$ и ε_{mpX}^- :

$$\varepsilon_{nрив.X}^- = \varepsilon_{mpX}^-, \quad (23)$$

где ε_{mpX}^- – относительная поперечная деформация сжатия трубчатого элемента в направлении X при учете только материала трубки и присоединенной к ней обшивки.

По определению коэффициента Пуассона

$$-\frac{\varepsilon_{mpX}^-}{\varepsilon_{mpZ}^+} = \nu_{ZXKM} \quad \text{или} \quad \varepsilon_{mpX}^- = -\nu_{ZXKM} \cdot \varepsilon_{mpZ}^+. \quad (24)$$

Здесь ε_{mpZ}^+ – относительная продольная деформация трубчатого элемента в направлении его растяжения Z при учете только материала трубки и присоединенной к ней обшивки,

$$\varepsilon_{mpZ}^+ = \frac{p_Z}{F_{mpZ} \cdot E_{ZKM}^+} = \frac{p_Z}{2h\delta_{mp} \cdot \xi_{EZ}^+ \cdot E_{ZKM}^+}. \quad (25)$$

Подставив ε_{mpZ}^+ из формулы (25) в формулу (24), получим

$$\varepsilon_{mpX}^- = -\frac{\nu_{ZXKM} \cdot p_Z}{2h \cdot \delta_{mp} \cdot E_{ZKM}^+ \cdot \xi_{EZ}^+}. \quad (26)$$

Внеся ε_{mpX}^- из формулы (26) в формулу (23), а затем в (21), найдем:

$$\nu_{nрив.ZX} = \nu_{ZXKM} \frac{E_{nрив.Z}^+ \cdot (h + \delta_o) t}{2\xi_{EZ}^+ h\delta_{mp} E_{ZKM}^+}. \quad (27)$$

С учетом значения $E_{nрив.Z}^+$ определяемого формулой (4), окончательно имеем

$$\nu_{nрив.ZX} = \nu_{ZXKM}. \quad (28)$$

Этот результат вполне соответствует ожидаемому.

3.2. Приведенный коэффициент Пуассона, характеризующий сжатие в направлении оси Z при растяжении трубчатого элемента с присоединенной обшивкой в направлении оси X $\nu_{nрив.XZ}$ (рис. 2), определим из соотношения, вытекающего из условия симметрии матрицы правой части уравнений обобщенного закона Гука для ортотропного тела [9]:

$$E_{nрив.Z}^+ \cdot \nu_{nрив.XZ} = E_{nрив.X}^- \cdot \nu_{nрив.ZX} \quad (29)$$

или

$$V_{прив.XZ} = V_{прив.ZX} \frac{E_{прив.X}^-}{E_{прив.Z}^+}. \quad (30)$$

Подставив в (30) значения $E_{прив.Z}^+$ из (4) и $E_{прив.X}^-$ из (8), получим окончательно

$$V_{прив.XZ} = V_{ZXкм} \frac{t \cdot E_{Xкм}^- \xi_{EX}^+}{h \cdot E_{Zкм}^+ \xi_{EZ}^+}. \quad (31)$$

3.3. Приведенный коэффициент Пуассона, характеризующий сжатие в направлении оси Y при растяжении трубчатого элемента с присоединенной обшивкой в направлении оси Z (рис. 1) $V_{прив.ZY}$, аналогично п. 3.1 запишем

$$V_{прив.ZY} = -\frac{\varepsilon_{прив.Y}^-}{\varepsilon_{прив.Z}^+}, \quad (32)$$

где $\varepsilon_{прив.Y}^-$ – приведенная относительная поперечная деформация сжатия трубчатого элемента с присоединенной обшивкой при его растяжении в направлении Z ; $\varepsilon_{прив.Z}^+$ определяется формулой (22).

Как и в п. 3.1, постулируем равенство приведенных деформаций ε_{mpY}^- и $\varepsilon_{прив.Y}^-$, где ε_{mpY}^- – относительная поперечная деформация сжатия трубчатого элемента с присоединенной обшивкой в направлении оси Y .

По определению коэффициента Пуассона

$$-\frac{\varepsilon_{mpY}^-}{\varepsilon_{mpZ}^+} = V_{ZYкм} \text{ или } \varepsilon_{mpY}^- = -V_{ZYкм} \cdot \varepsilon_{mpZ}^+. \quad (33)$$

Подставив ε_{mpZ}^+ из (25) в (33), получим

$$\varepsilon_{mpY}^- = \frac{V_{ZYкм} \cdot PZ}{2(t+h)\delta_{mp} \cdot E_{Zкм}^+}. \quad (34)$$

Далее, подставив ε_{mpY}^- из (34) в (32), с учетом того, что $\varepsilon_{прив.Y}^- = \varepsilon_{mpY}^-$ и $\varepsilon_{прив.Z}^+$ из (22), запишем окончательно ожидаемый результат:

$$V_{прив.ZY} = V_{YZкм}. \quad (35)$$

3.4. Приведенный коэффициент Пуассона, характеризующий сжатие в направлении оси Z при растяжении трубчатого элемента с присоединенной обшивкой в направлении оси Y (рис. 3) $V_{прив.YZ}$, определим аналогично п. 3.2:

$$E_{прив.Y}^+ \cdot V_{прив.ZY} = E_{прив.Z}^- \cdot V_{прив.YZ}, \quad (36)$$

или, с учетом (35), (4) и (11)

$$V_{прив.YZ} = \frac{(h + 2\delta_0) E_{Y_{км}}^+ \xi_{E_Y}^+}{h E_{Z_{км}}^- \xi_{E_Z}^-} V_{прив.ZY}. \quad (37)$$

3.5. Приведенный коэффициент Пуассона, характеризующий сжатие в направлении оси X при растяжении трубчатого элемента с присоединенной обшивкой в направлении оси Y (рис. 3) $V_{прив.YX}$, находим аналогично пп. 3.1 и 3.3:

$$V_{прив.YX} = -\frac{\varepsilon_{прив.X}^-}{\varepsilon_{прив.Y}^+}, \quad (38)$$

где $\varepsilon_{прив.Y}^+$ определяется формулой (9). Постулируем равенство (23).

По определению коэффициента Пуассона

$$\frac{\varepsilon_{mpX}^-}{\varepsilon_{mpY}^+} = -V_{YX_{км}} \quad \text{или} \quad \varepsilon_{mpX}^- = -V_{YX_{км}} \cdot \varepsilon_{mpY}^+, \quad (39)$$

где ε_{mpY}^+ определяется формулой (10).

Подставив в формулу (38) ε_{mpX}^- из (39) с учетом постулируемого равенства $\varepsilon_{прив.X}^- = \varepsilon_{mpX}^-$, а ε_{mpY}^+ – из (10) с учетом (11), получим после преобразований ожидаемый результат:

$$V_{прив.YX} = V_{YX_{км}}. \quad (40)$$

3.6. Приведенный коэффициент Пуассона, характеризующий сжатие в направлении оси Y при растяжении трубчатого элемента с присоединенной обшивкой в направлении оси X (рис. 2) $V_{прив.XY}$, определим из соотношения [4]

$$E_{прив.X}^+ \cdot V_{прив.XY} = E_{прив.Y}^- \cdot V_{прив.YX} \quad (41)$$

или с учетом (8), (11) и (40)

$$V_{прив.XY} = V_{кмYX} \frac{E_{Y_{км}}^- (h + 2\delta_0) \xi_{E_Y}^-}{E_{X_{км}}^+ t \xi_{E_X}^+}. \quad (42)$$

Таким образом, все приведенные физико-механические характеристики трубчатого заполнителя с присоединенной обшивкой определены. Для наглядности полученные данные аналогично [1] сведены в таблицу.

Отметим, что при обращении в нуль толщины обшивки δ_0 и соответствующих ей модулей упругости и сдвига все формулы таблицы превращаются в полученные в работе [1] для квазисплошного ортотропного трубчатого заполнителя трехслойной конструкции.

Физико-механические и прочностные характеристики ТЗ

№ п/п	Характеристика	Формула
1	Модуль упругости вдоль оси Z при растяжении (сжатии)	$E_{\text{прив.}Z}^{+(-)} = \frac{2h\delta_{mp}}{t \cdot (h + 2\delta_o)} \xi_{EZ}^{+(-)} E_{Z\kappa\mu}^{+(-)}$
2	Модуль упругости вдоль оси X при растяжении (сжатии)	$E_{\text{прив.}X}^{+(-)} = \frac{2\delta_{mp}}{(h + 2\delta_o)} \xi_{EX}^{+(-)} E_{X\kappa\mu}^{+(-)}$
3	Модуль упругости вдоль оси Y при растяжении (сжатии)	$E_{\text{прив.}Y}^{+(-)} = \frac{2\delta_{mp}}{t} \xi_{EY}^{+(-)} E_{Y\kappa\mu}^{+(-)}$
4	Модуль сдвига в плоскости XOY	$G_{\text{прив.}XY} = \frac{2\delta_{mp}}{h + 2\delta_o} \xi_{G_{XYmp}} \xi_{G_{XYmp}} G_{XYmp}$
5	Модуль сдвига в плоскости YOZ	$G_{\text{прив.}YZ} = \frac{2\delta_{mp}}{h + 2\delta_o} \xi_{G_{YZ}} \xi_{G_{YZmp}} G_{YZmp}$
6	Модуль сдвига в плоскости XOZ	$G_{\text{прив.}XZ} = \frac{2\delta_{mp}}{h + 2\delta_o} \xi_{G_{XZ}} \xi_{G_{XZ\kappa\mu}} G_{XZ\kappa\mu}$
7	Коэффициент Пуассона при сжатии по оси X при растяжении по оси Z	$\nu_{\text{прив.}ZX} = \nu_{ZX\kappa\mu}$
8	Коэффициент Пуассона при сжатии по оси Z при растяжении по оси X	$\nu_{\text{прив.}XZ} = \frac{t}{h} \frac{E_{X\kappa\mu}^-}{E_{Z\kappa\mu}^+} \nu_{ZX\kappa\mu}$
9	Коэффициент Пуассона при сжатии по оси Y при растяжении по оси Z	$\nu_{\text{прив.}ZY} = \nu_{ZY\kappa\mu}$
10	Коэффициент Пуассона при сжатии по оси Z при растяжении по оси Y	$\nu_{\text{прив.}YZ} = \frac{(h + 2\delta_o)}{h} \frac{E_{Y\kappa\mu}^+}{E_{Z\kappa\mu}^-} \frac{\xi_{EY}^+}{\xi_{EZ}^+} \nu_{ZY\kappa\mu}$
11	Коэффициент Пуассона при сжатии по оси X при растяжении по оси Y	$\nu_{\text{прив.}YX} = \nu_{YX\kappa\mu}$
12	Коэффициент Пуассона при сжатии по оси Y при растяжении по оси X	$\nu_{\text{прив.}XY} = \nu_{\kappa\mu YX} \frac{(h + 2\delta_o)}{t} \frac{\xi_{EY}^-}{\xi_{EX}^+} \frac{E_{Y\kappa\mu}^-}{E_X^+}$

Список литературы

1. Гайдачук В.Е. Приведенные физико-механические характеристики трубчатого заполнителя для трехслойных конструкций летательных аппаратов / В.Е. Гайдачук, А.В. Кондратьев, Е.В. Омельченко // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Вып. 44. – Х., 2009. – С. 67 – 78.
2. Цариковский В.И. АНТК «Антонов» – лидер в создании конструкций из композиционных материалов в авиастроении / В.И. Цариковский // Авиационно-космическая техника и технология. – 2006. – № 1 (27). – С. 25 – 31.
3. Опыт применения сотовых конструкций в изделиях «Ан» / А.М. Баранников, А.В. Мирошников, Г.В. Неминский и др. // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Вып. 49 (2). – Х., 2007. – С. 9 – 16.
4. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела / С.Г. Лехницкий. – М.: Наука, 1977. – 416 с.

Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. каф. В.Е. Гайдачук, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

Поступила в редакцию 30.11.10.

Зведені фізико-механічні характеристики композиційного матеріалу з трубчастими елементами

Отримано аналітичні залежності зведених фізико-механічних характеристик ортотропного квазісуцільного композиційного матеріалу, який складається з обшивок і трубчастого набору, що створюють тришарові конструкції, які широко використовуються в агрегатах літальних апаратів інтегральної збірки. Ідея синтезу зведених фізико-механічних характеристик ортотропного квазісуцільного композиційного матеріалу ґрунтується на реалізації принципу рівності відносних лінійних деформацій розтягування-стискування і зрушення трубчастого елемента з приєднаною обшивкою і однакового з ним за об'ємом суцільного елемента.

Ключові слова: ортотропний квазісуцільний композиційний матеріал, трубчастий елемент, приєднана обшивка, зведені фізико-механічні характеристики.

Resulted physical and mechanical characteristics of composition material with a tubular elements

Analytical dependences of reduced physical and mechanical characteristics of the orthotropic continuum composite material, consisting of skins and tube sets, which form three-layer structure, widely used in aircraft components integrated assembly. The idea of synthesis of reduced physical and mechanical characteristics of the orthotropic continuum composite material based on the principle of equality of the relative linear strain tension-compression and shear the tubular member with an attached shell and the same with the volume of a continuum element.

Keywords: orthotropic continuum composite material, tubular element, attached plating, resulted physical and mechanical characteristics.