

Действие локальных нагрузок на крыльевую панель. Поиск адекватной математической модели

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

Проведен анализ влияния различных краевых условий в задаче о передаче локальной нагрузки на крыльевую панель. На его основе сформулированы краевые условия, наиболее адекватно отражающие действительный характер взаимодействия подконструкции с разветвленной тонкостенной пространственной системой. Полученная модель, являясь наиболее простой, тем не менее количественно отражает действительный характер распределения полей напряжений и деформаций, что установлено путем сравнения найденных результатов с данными метода конечных элементов.

Ключевые слова: панель крыла, локальная нагрузка, напряженно-деформированное состояние, метод идентификации краевых условий.

Введение

Работа является естественным продолжением исследований [1–5] коллектива авторов. Рассматриваемый элемент конструкции планера самолета искусственно вычленим из системы крыла. При этом возникает необходимость адекватно сформулировать условия взаимодействия выделенного элемента (подкрепленной панели) с конструкцией всего крыла.

Ряд приближенных вариантов этих условий был рассмотрен в указанных выше работах авторов. Полученные ранее численные результаты в основных вариантах, когда в обшивке имело место полное плоское напряженное состояние, сравнивались с результатами, найденными по методу конечных элементов (МКЭ). Соответствующие выводы были приведены в предыдущих работах авторов.

Те или иные расхождения с данными МКЭ наталкивают на постановку и решение проблемы об идентификации [7–13] краевых условий для выделенного блока (панели) как блока, работающего в составе сплошной тонкостенной пространственной системы.

Иными словами, задача заключается в том, чтобы дать конструктору возможность проектировать отдельный блок на данный вид нагрузок с учетом действительных условий взаимодействия этого блока со всей системой.

Отмеченная проблема наиболее рационально решается в рамках метода идентификации краевых условий (МИКУ) [7–13].

Указанная проблема в МИКУ решается на разных уровнях: частично или полностью. Конечно, частичное решение проблемы значительно проще, именно этому пути посвящена данная работа:

- проведен анализ различных математических моделей;
- результаты анализа сравниваются с результатами, полученными по МКЭ, и на основе этого сравнения устанавливается окончательная математическая модель рассматриваемого блока.

Две модели были проанализированы [4–5], там же были сделаны соответствующие выводы.

Анализу других приемлемых моделей посвящена данная работа.

1. Панель с одним свободным краем и при $\mu = \infty$

Соответствующая краевая задача формулируется следующим образом (сравни с задачей (4) из работы [5]):

$$\nabla^2 u(x, y) = 0 \text{ в } \Omega = \{(x, y): 0 < x < \bar{\ell}, -1 < y < 1\},$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=\bar{\ell}} = 0 \quad u(x, y = \pm 1) = 0, \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial^4 u}{\partial y^4} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} = -\frac{q(y)b^4}{E_0 I_0}, \quad \text{здесь } \bar{\ell} = \frac{\ell}{kb}.$$

Нагрузка $q(y)$ определяется формулами (5) или (6) из работы [5].

Решение краевой задачи (4) представляется в виде (7) из работы [5] после некоторого упрощения. Без упрощения это решение имеет вид

$$u(x, y) = -\frac{2Pk}{E_x h_x} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n (ch\lambda_n x - cth\lambda_n \bar{\ell} sh\lambda_n x) \cos \lambda_n y}{\lambda_n (cth\lambda_n \bar{\ell} + \rho \lambda_n^3)}, \quad (2)$$

где $\lambda_n = \frac{\pi}{2}(1+2n)$.

Если теперь принять во внимание, что рассматривается удлиненная панель ($\bar{\ell} \approx 3,8$) и $\lambda_{min} = \lambda_0 = \frac{\pi}{2}$, т.е. $\lambda_n \bar{\ell} > 5$ при любом n , то можно принять $cth\lambda_n \bar{\ell} = 1$ при $\forall n$, что приводит к решению (7) из работы [5].

Решение рассматриваемой краевой задачи (1), приводимое без подробностей, выражается равенством

$$u(x, y) = -\frac{2Pk}{E_x h_x} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n (ch\lambda_n x - th\lambda_n \bar{\ell} sh\lambda_n x) \cos \lambda_n y}{\lambda_n (th\lambda_n \bar{\ell} + \rho \lambda_n^3)}, \quad (3)$$

где $\lambda_n = \frac{\pi}{2}(1+2n)$.

Для рассматриваемого класса удлиненных панелей $th\lambda_n \bar{\ell} \approx cth\lambda_n \bar{\ell} \approx 1$, и решение (3) в точности совпадает с решением (2), которое представлено в формуле (7) из работы [5].

Таким образом, при $\mu = \infty$ для удлиненных панелей краевое условие при $x = \bar{\ell}$ на решение не оказывает никакого влияния.

2. Панель с тремя незакрепленными краями, на двух из которых заданы касательные напряжения

По-прежнему край $x = \bar{\ell}$ свободен от напряжений, при $x = 0$ действует сосредоточенная и распределенная нагрузка (ρ произвольно), на неподкрепленных сторонах ($\mu = 0$) действуют одинаковые потоки касательных

усилий, уравнивающие нагрузку с равнодействующей, равной $2P$ (рис. 1), и распределенные по квадратной параболе

$$q(x) = \frac{6P}{kb\bar{\ell}^3}(\bar{\ell}x - x^2), \quad 0 \leq x \leq \bar{\ell}. \quad (4)$$

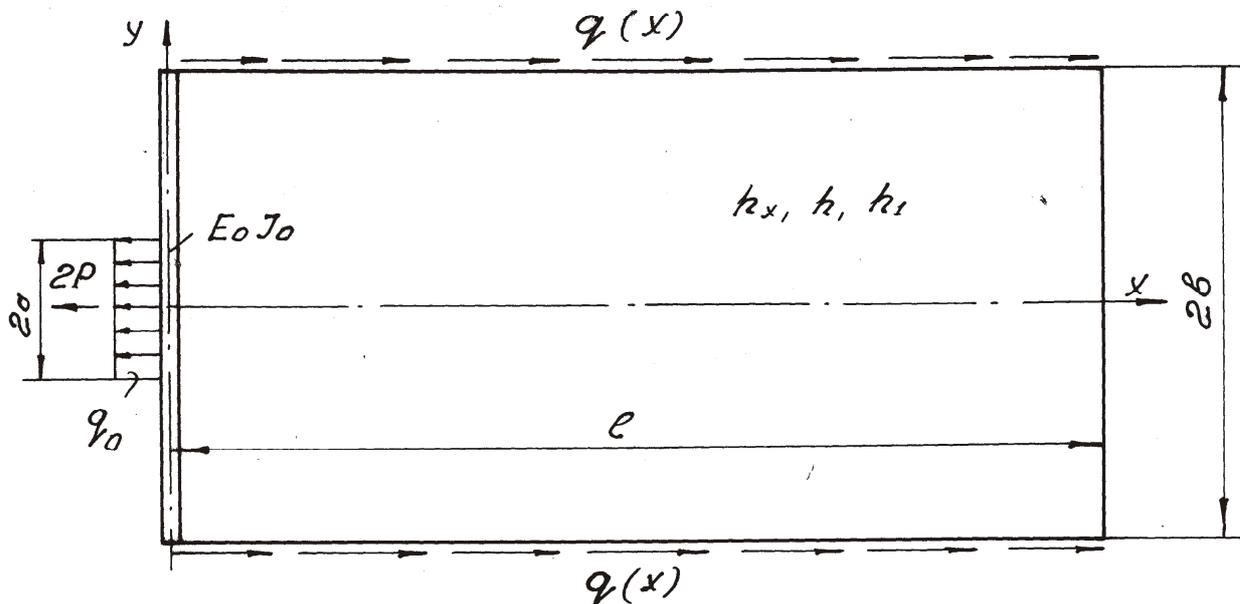


Рис. 1. Вариант незакрепленной панели

Вопрос сводится к решению краевой задачи

$$\nabla^2 u(x, y) = 0 \text{ в } \Omega,$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=\bar{\ell}} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=\pm 1} = \pm \frac{6P}{k\bar{\ell}^3 Gh}(\bar{\ell}x - x^2),$$

$$\left(\frac{\partial^4 u}{\partial y^4} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} = -\frac{q_0(y)b^4}{E_0 I_0}, \quad (5)$$

$$\frac{Pk}{E_x h_x} = \int_0^1 \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} dy.$$

Последнее условие является условием равновесия краевой балки как жесткого целого. Функция $q_0(y)$ задана одним из равенств (5) или (6) из работы [5].

В силу линейности краевой задачи (5) положим

$$u(x, y) = u_1(x, y) + u_2(x, y) \quad (6)$$

и определим $u_2(x, y)$ так:

$$u_2(x, y) = \frac{3P}{k\bar{\ell}^3 Gh}(\bar{\ell}x - x^2)y^2. \quad (7)$$

Тогда для определения $u_1(x, y)$ приходим к следующей краевой задаче:

$$\nabla^2 u_1 = -\nabla^2 u_2 = A_0 (x^2 - \bar{\ell}x + y^2), \quad (8)$$

$$\left. \frac{\partial u_1}{\partial x} \right|_{x=\bar{\ell}} = -\left. \frac{\partial u_2}{\partial x} \right|_{x=\bar{\ell}}, \quad (9)$$

$$\left(\frac{\partial^4 u_1}{\partial y^4} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} = -\frac{q_0(y)b^4}{E_0 I_0} - \left(\frac{\partial^4 u_2}{\partial y^4} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial u_2}{\partial x} \right) \Big|_{x=0}, \quad (10)$$

$$\left. \frac{\partial u_1}{\partial y} \right|_{y=\pm 1} = 0, \quad (11)$$

$$\frac{Pk}{E_x h_x} = \int_0^1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial u_2}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} dy, \quad (12)$$

$$A_0 = \frac{6P}{k \bar{\ell} Gh}.$$

Условия (11) будут выполнены, если положить:

$$u_1(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} U_n \cos n\pi y. \quad (13)$$

Подставив (13) в уравнение (8) и заменив функцию y^2 ($-1 \leq y \leq 1$) рядом Фурье по косинусам

$$y^2 = \frac{1}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{4}{n^2 \pi^2} \cos n\pi y, \quad (14)$$

придем к следующим обыкновенным дифференциальным уравнениям:

$$U_0''(x) = A_0 \left(\frac{1}{3} + x^2 - \bar{\ell}x \right), \quad (15)$$

$$U_n'' - n^2 \pi^2 U_n(x) = A_0 (-1)^n \frac{4}{n^2 \pi^2}, \quad (16)$$

решения которых имеют вид:

$$U_0(x) = C_0 + C_1 x + \frac{1}{6} A_0 \left(x^2 - \bar{\ell}x^3 + \frac{x^4}{2} \right), \quad (17)$$

$$U_n(x) = B_{1n} \operatorname{ch} n\pi x + B_{2n} \operatorname{sh} n\pi x - A_0 (-1)^n \frac{4}{n^4 \pi^4}. \quad (18)$$

Таким образом, функция $u_1(x, y)$ представляется в виде

$$u_1(x, y) = C_0 + C_1x + \frac{1}{6}A_0 \left(x^2 - \ell x^3 + \frac{x^4}{2} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} \left(B_{1n} \operatorname{chn}\pi x + B_{2n} \operatorname{shn}\pi x - A_0 (-1)^n \frac{4}{n^4 \pi^4} \right) \cos n\pi y. \quad (19)$$

Из дополнительного условия (12) находим

$$C_1 = \frac{Pk \left(\bar{\ell}^2 - 1 \right)}{E_x h_x \bar{\ell}^2}. \quad (20)$$

Условие (9) приводит к двум равенствам

$$C_1 + \frac{1}{6}A_0 \bar{\ell} \left(4 - \bar{\ell}^2 \right) - \frac{1}{3}A_0 \bar{\ell} = 0, \quad (21)$$

$$B_{1n} \operatorname{shn}\pi \bar{\ell} + B_{2n} \operatorname{chn}\pi \bar{\ell} = 2A_0 \bar{\ell} \frac{(-1)^n}{n^3 \pi^3},$$

первое из которых после подстановки (20) обращается в тождество.

Нагрузка $q_0(y)$ представляется в виде ряда Фурье по системе $\cos n\pi y$:

$$q_0(y) = \frac{2P}{b} \delta(y) = \frac{2P}{b} \left(\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \cos n\pi y \right), \quad (22)$$

$$q_0(y) = \begin{cases} 0, & |y| > \alpha \\ \frac{P}{b\alpha}, & |y| \leq \alpha \end{cases} = \frac{2P}{b} \left(\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\pi\alpha}{n\pi\alpha} \cos n\pi y \right). \quad (23)$$

Выполняя теперь условие (10) с учетом разложений (22) и (23), приходим к уравнению

$$n^4 \pi^4 B_{1n} - \frac{1}{\rho} n\pi B_{2n} = \frac{Pk}{E_x h_x} \left[(-1)^n \frac{12}{\bar{\ell}^3} \left(2 + \frac{\bar{\ell}}{\rho n^2 \pi^2} \right) - \frac{a_n}{\rho} \right]. \quad (24)$$

Коэффициенты B_{1n} , B_{2n} определяются из системы (21), (24):

$$B_{1n} \operatorname{thn}\pi \bar{\ell} + B_{2n} = R_{1n}, \quad (25)$$

$$\rho n^3 \pi^3 B_{1n} - B_{2n} = R_{2n},$$

где обозначено:

$$R_{1n} = \frac{12Pk}{E_x h_x \bar{\ell}^2} \frac{(-1)^n}{n^3 \pi^3 \operatorname{chn}\pi \bar{\ell}},$$

$$R_{2n} = \frac{Pk}{n\pi E_x h_x} \left[(-1)^n \frac{12\rho}{\bar{\ell}^3} \left(2 + \frac{\bar{\ell}}{\rho n^2 \pi^2} \right) - a_n \right],$$

а постоянные a_n определяются из формул (3) из работы [4] при $\lambda_n = n\pi$.

Решая систему (25), находим искомые постоянные:

$$B_{1n} = \frac{R_{1n} + R_{2n}}{thn\pi\bar{\ell} + \rho n^3\pi^3} \approx \frac{R_{1n} + R_{2n}}{1 + \rho n^3\pi^3},$$

$$B_{2n} = \frac{R_{1n}\rho n^3\pi^3 - R_{2n}thn\pi\bar{\ell}}{thn\pi\bar{\ell} + \rho n^3\pi^3} \approx \frac{R_{1n}\rho n^3\pi^3 - R_{2n}}{1 + \rho n^3\pi^3}.$$
(26)

Таким образом, в решении (19) получены все параметры, кроме постоянной C_0 , которая определена быть не может, поскольку панель не закреплена. Эту постоянную можно принять равной нулю. Это будет означать закрепление панели в одной определенной точке, что никак не повлияет на напряжения и деформации.

Решению (19) придадим окончательный вид (принимая $C_0 = 0$):

$$u_1(x, y) = \frac{Pk}{E_x h_x} \left\{ \frac{1}{\bar{\ell}^3} \left[\bar{\ell}(\bar{\ell}^2 - 1)x + x^2 - \bar{\ell}x^3 + \frac{x^4}{2} \right] + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\bar{B}_{1n}chn\pi x + \bar{B}_{2n}shn\pi x - (-1)^n \frac{24}{\bar{\ell}^3 n^4 \pi^4} \right) \cos n\pi y \right\},$$
(27)

где $\bar{B}_{1n} = \frac{1}{n\pi(thn\pi\bar{\ell} + \rho n^3\pi^3)} \left[(-1)^n \frac{12}{\bar{\ell}^3} \left(\frac{\bar{\ell}}{n^2\pi^2 chn\pi\bar{\ell}} + 2\rho + \frac{\bar{\ell}}{n^2\pi^2} \right) - a_n \right],$

$$\bar{B}_{2n} = \frac{1}{n\pi(thn\pi\bar{\ell} + \rho n^3\pi^3)} \left[(-1)^n \frac{12}{\bar{\ell}^3} \left(\frac{n\pi\bar{\ell}\rho}{chn\pi\bar{\ell}} - thn\pi\bar{\ell} \left(2\rho + \frac{\bar{\ell}}{n^2\pi^2} \right) \right) + a_n thn\pi\bar{\ell} \right].$$

Для компонентов НДС имеют место формулы:

$$T_1(x, y) = \frac{2P}{b} \left\{ \frac{1}{2\bar{\ell}^3} \left[\bar{\ell}(\bar{\ell}^2 - 1) + 2x - 3\bar{\ell}x^2 + 2x^3 \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} n\pi (\bar{B}_{1n}shn\pi x + \bar{B}_{2n}chn\pi x) \cos n\pi y \right\},$$

$$T_1(0, y) = \frac{2P}{b} \left\{ \frac{\bar{\ell}^2 - 1}{2\bar{\ell}^2} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} n\pi \bar{B}_{2n} \cos n\pi y \right\},$$
(28)

$$T_1(x, 0) = \frac{2P}{b} \left\{ \frac{1}{2\bar{\ell}^3} \left[\bar{\ell}(\bar{\ell}^2 - 1) + 2x - 3\bar{\ell}x^2 + 2x^3 \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} n\pi (\bar{B}_{1n}shn\pi x + \bar{B}_{2n}chn\pi x) \right\};$$

$$S_1(x, y) = -\frac{2P}{kb} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} n\pi \left(B_{1n} \operatorname{chn}\pi x + B_{2n} \operatorname{shn}\pi x - (-1)^n \frac{24}{\bar{\ell}^3 n^4 \pi^4} \right) \sin n\pi y \right\};$$

$$S_1(0, y) = -\frac{2P}{kb} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} n\pi \left(\bar{B}_{1n} - (-1)^n \frac{24}{\bar{\ell}^3 n^4 \pi^4} \right) \sin n\pi y \right\}; \quad (29)$$

$$S_1(x, y=1) = 0; \quad S_1(x, y=0) = 0.$$

Вторая компонента решения определяется по формуле (7), которую запишем так:

$$u_2(x, y) = \frac{Pk}{E_x h_x} \frac{3}{\bar{\ell}^3} y^2 (\bar{\ell}x - x^2). \quad (30)$$

Тогда
$$T_2(x, y) = \frac{2P}{b} \frac{3}{2\bar{\ell}^3} y^2 (\bar{\ell} - 2x),$$

$$T_2(x=0, y) = \frac{2P}{b} \frac{3y^2}{2\bar{\ell}^2}, \quad T_2(x, y=0) = 0,$$

$$S_2(x, y) = \frac{2P}{kb} \frac{3}{\bar{\ell}^3} y (\bar{\ell}x - x^2), \quad (31)$$

$$S_2(x=0, y) = 0, \quad S_2(x, y=0) = 0,$$

$$S_2(x, y=1) = \frac{2P}{kb} \frac{3}{\bar{\ell}^3} y (\bar{\ell}x - x^2).$$

Эти формулы упрощаются, если принять $\operatorname{thn}\pi\bar{\ell} = 1$ и пренебречь в выражениях для \bar{B}_{1n} и \bar{B}_{2n} величинами, пропорциональными $\frac{1}{\operatorname{chn}\pi\bar{\ell}}$. Тогда $\bar{B}_{2n} = -B_{1n}$ и $\bar{B}_{1n} \operatorname{chn}\pi x + \bar{B}_{2n} \operatorname{shn}\pi x = B_{1n} e^{-n\pi x}$. Принимая во внимание приведенные упрощения, получим

$$u(x, y) = \frac{Pk}{E_x h_x \bar{\ell}^3} \left\{ 3(\bar{\ell}x - x^2) y^2 + \bar{\ell}(\bar{\ell}^2 - 1)x + x^2 - \bar{\ell}x^3 + \frac{x^4}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[D_n e^{-n\pi x} - (-1)^n \frac{24}{n^4 \pi^4} \right] \cos n\pi y \right\}, \quad (32)$$

$$D_n = \frac{1}{n\pi(1 + \rho n^3 \pi^3)} \left[(-1)^n 12 \left(2\rho + \frac{\bar{\ell}}{n^2 \pi^2} \right) - a_n \bar{\ell}^3 \right], \quad (33)$$

$$\begin{aligned}
 T(x, y) &= \frac{E_x h_x}{bk} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{2P}{b} \frac{1}{2\bar{\ell}^3} \left\{ 3(\bar{\ell} - 2x)y^2 + \bar{\ell}(\bar{\ell}^2 - 1) + \right. \\
 &\quad \left. + 2x - 3\bar{\ell}x^2 + 2x^3 - \sum_{n=1}^{\infty} D_n n \pi e^{-n\pi x} \cos n\pi y \right\}, \\
 T(x, y=0) &= \frac{2P}{b} \frac{1}{2\bar{\ell}^3} \left[\bar{\ell}(\bar{\ell}^2 - 1) + 2x - 3\bar{\ell}x^2 + 2x^3 - \sum_{n=1}^{\infty} n\pi D_n e^{-n\pi x} \right], \\
 T(x=0, y) &= \frac{2P}{b} \frac{1}{2\bar{\ell}^3} \left[\bar{\ell}(\bar{\ell}^2 - 1) + 3\bar{\ell}y^2 - \sum_{n=1}^{\infty} n\pi D_n \cos n\pi y \right], \\
 S(x, y) &= \frac{Gh}{b} \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{2P}{b} \frac{1}{2\bar{\ell}^3 k} \left[6(\bar{\ell}x - x^2)y - \right. \\
 &\quad \left. - \sum_{n=1}^{\infty} n\pi \left(D_n e^{-n\pi x} - (-1)^n \frac{24}{n^4 \pi^4} \right) \sin n\pi y \right], \\
 S(x, y=0) &= 0, \\
 S(x=0, y) &= -\frac{2P}{b} \frac{1}{2\bar{\ell}^3 k} \sum_{n=1}^{\infty} n\pi \left(D_n - (-1)^n \frac{24}{n^4 \pi^4} \right) \sin n\pi y, \\
 R(x, y) &= \frac{1}{k^2} (T(x, y=1) - T(x, y)) \frac{h_1}{h}.
 \end{aligned} \tag{34}$$

Некоторые результаты вычислений по приведенным выше формулам при $\alpha = \frac{1}{3}$, $\rho = 0,007$, $k^2 = 2,6$ показаны в виде графиков (рис. 2).

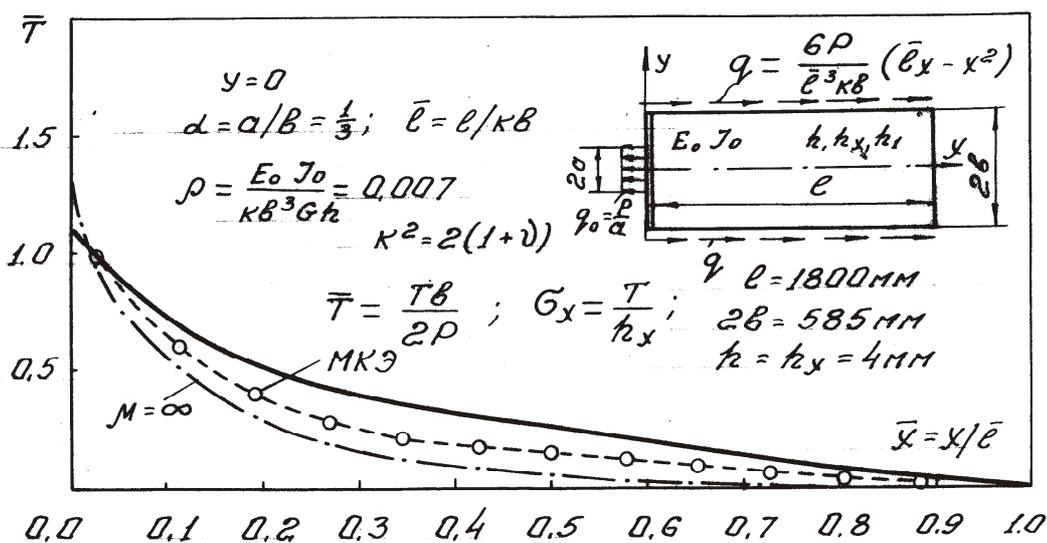


Рис. 2. Распределение напряжений σ_x по длине панели

На этом рисунке сплошной линией показано изменение нормальных напряжений σ_x при $y=0$, штрихпунктирная линия соответствует случаю закрепления от продольных перемещений краев $y=\pm 1$ ($\mu = \infty$), пунктирной линией показаны результаты, полученные по МКЭ.

Как и следовало ожидать, данное решение и решение при $\mu = \infty$ заключают в «вилку» результаты, полученные по МКЭ. Причем, при $\mu = \infty$ уровни напряжений σ_x в зоне приложения нагрузки выше, в этом случае оказывается выше и быстрота затухания напряженного состояния. При малых значениях переменной x ближе к данным, полученным по МКЭ, оказывается обсуждаемое решение. Поскольку данное решение и решение при $\mu = \infty$ близки к решению по МКЭ, то можно говорить о незначительном влиянии способа уравнивания панели, выделенной из состава кессона, на ее напряженное состояние в зоне, примыкающей к нагруженному участку панели.

Распределение нормальных напряжений σ_x , характеризуемых безразмерным параметром $\bar{T} = \frac{\sigma_x h_x b}{2P}$, по ширине панели при $x=0$ и $x = \frac{\bar{\ell}}{26}$ показано на рис. 3 (при $x = \frac{\bar{\ell}}{26}$ имеются результаты, полученные по МКЭ).

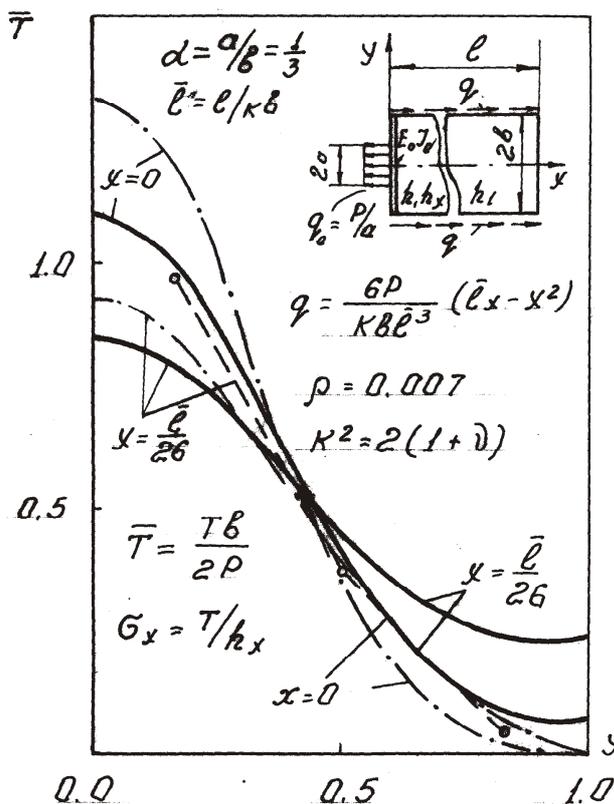


Рис. 3. Распределение напряжений σ_x по ширине панели

$\ell = 1800 \text{ мм}$, $2b = 585 \text{ мм}$, $h = h_x = 4 \text{ мм}$:

—○— — МКЭ при $x = \bar{\ell}/26$; - - - - $\mu = \infty$; — — — — действие q_0 и q

Результаты, найденные по данному решению, показаны (рис. 3) сплошными линиями. Здесь же для сравнения штрихпунктирными линиями приведены результаты решения задачи при $\mu = \infty$. Данные расчетов панели в составе кессона по МКЭ показаны черными кружочками, которые соединены условно пунктирной линией. Анализ приведенных графиков показывает:

– при $\mu = \infty$ уровень нормальных напряжений вблизи краевой балки выше, чем в рассматриваемой здесь модели, при значениях $-0,4 < y < 0,4$ и весьма малых x ; при $|y| > 0,4$ и $x > 0,1\bar{\ell}$ этот уровень оказывается ниже;

– уровень напряжений σ_x в окрестности краевой балки, вычисленных по МКЭ, оказывается несколько выше, чем при $\mu = \infty$ и в данной модели, что объясняется, по-видимому, тем, что результаты по МКЭ получены при $\rho = 0$;

– результаты, полученные по МКЭ, лучше согласуются с данными, соответствующими $\mu = \infty$; рассматриваемая модель доставляет более низкий уровень напряжений σ_x .

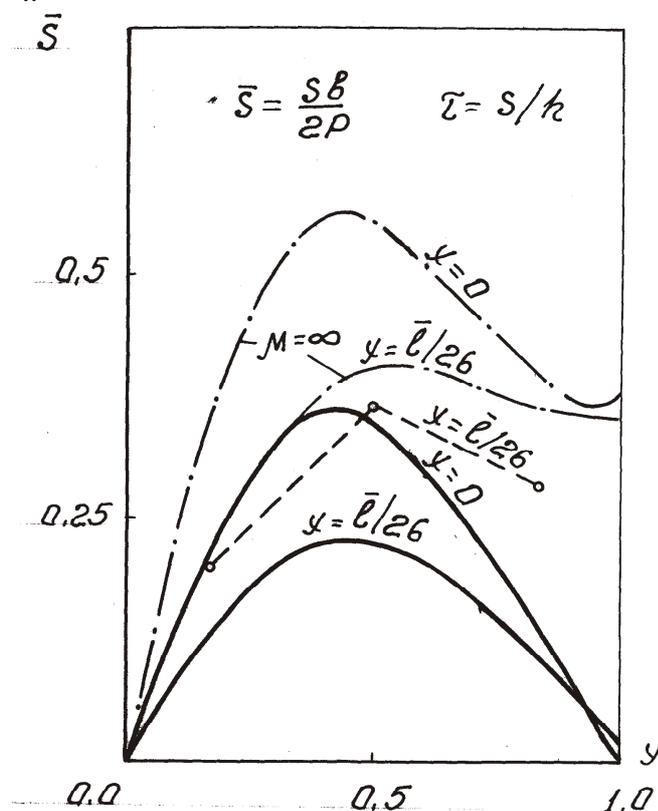


Рис. 4. Распределение напряжений τ по ширине панели, данные те же, что и на рис. 2 и 3:

—○— — МКЭ при $x = \bar{\ell}/26$, - - - - $\mu = \infty$, ——— — действие q_0 и q

Распределение касательных напряжений τ , характеризуемых безразмерным параметром $\bar{S} = \frac{\tau hb}{2P}$, по ширине панели при $x=0$ и $x = \frac{\bar{\ell}}{26}$ показано на рис. 4 сплошными линиями.

Здесь же для сравнения приведены данные, полученные при $\mu = \infty$. Результаты, найденные по МКЭ, показаны черными кружочками, которые условно соединены пунктирной линией. Из анализа графиков следует:

- при $\mu = \infty$ уровень касательных напряжений вблизи краевой балки выше, чем в рассматриваемой модели, а также в конечно-элементной модели;
- результаты, полученные по МКЭ, лучше согласуются с данными, соответствующими $\mu = \infty$; рассматриваемая модель обнаруживает более низкий уровень касательных напряжений.

Список литературы

1. Халилов С.А. Передача направленной по полету локальной нагрузки на крыльевую панель. Модель первого уровня / С.А. Халилов, С.И. Весельский // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Вып. 42. – Х., 2009. – С. 87-96.
2. Весельский С.И. Передача направленной по полету локальной нагрузки на крыльевую панель. Упрощенная модель первого уровня. Оптимальное решение / С.И. Весельский // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Вып. 43. – Х., 2009. – С. 98-103.
3. Халилов С.А. Передача направленной по полету локальной нагрузки на крыльевую панель. Модель второго уровня / С.А. Халилов, С.И. Весельский, О.В. Макаров // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Вып. 44. – Х., 2009. – С. 117-126.
4. Весельский С.И. Исследование влияния параметров подкрепления на напряженное состояние панели, вызванное локальными нагрузками. Сообщение 1 / С.И. Весельский // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Вып. 4 (60). – Х., 2009. – С. 43-52.
5. Халилов С.А. Исследование влияния параметров подкрепления на напряженное состояние панели вызванное локальными нагрузками. Сообщение 2 / С.А. Халилов, О.В. Макаров, С.И. Весельский // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Вып. 1 (61). – Х., 2010. – С. 15-22.
6. Халилов С.А. Проблема исследования устойчивости несущей конструкции большегрузных самолетов / С.А. Халилов // Авиационно-космическая техника и технологии. Труды Харьковского авиационного института им. Н.Е. Жуковского за 1993 г. – Х., 1994. –С.358–369.
7. Халилов С.А. Развитие альтернативного подхода к решению проблемы устойчивости силовых элементов конструкции самолета / С.А. Халилов // Авиационно-космическая техника и технологии. Труды Харьковского авиационного института им. Н.Е. Жуковского за 1994 г. – Х., 1995. – С.223–227.
8. Халилов С.А. Метод идентификации краевых условий в задачах упругой устойчивости. Идея метода / С.А. Халилов // Авіаційно-космічна техніка і технологія: зб. наук. праць Нац. аерокосм. ун-та ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». Вип. 36(1). – Х., 2003 – С. 15–21.
9. Минтюк В.Б. Устойчивость подкрепленной в области и направленной границе пластины как элемента токостенной пространственной системы: дис. ... канд. тех. наук.: 01.02.04; защищена 19.12.04; утв. 9.03.05 / Минтюк Виталий Борисович. – Х., 2004 – 147 с.

10. Халилов С.А. Исследование устойчивости отсека крыла методом идентификации краевых условий на основе упрощенной модели / С.А. Халилов, В.Б. Минтюк // Авіаційно-космічна техніка і технологія: науково-технічний журнал Нац. аерокосм. ун-ту ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». – Вип. 2(37). – Х., 2003. – С. 6–10.

11. Халилов С.А. Исследование устойчивости отсека крыла методом идентификации краевых условий на основе двумерной упрощенной модели / С.А. Халилов, В.Б. Минтюк // Авиационно-космическая техника и технология: научно-технический журнал Нац. аерокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Вип. 1(9). – Х., 2004. – С. 24–28.

12. Кривцов В.С. Исследование устойчивости силового кессона крыла методом идентификации краевых условий / В.С. Кривцов, С.А. Халилов, В.Б. Минтюк // Авиационно-космическая техника и технология: научно-технический журнал Нац. аерокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Вип. 7(23). – Х., – 2005. – С. 151–161.

13. Кривцов В.С. Устойчивость силового кессона крыла. Численный анализ на основе метода идентификации краевых условий / В.С. Кривцов, С.А. Халилов, В.Б. Минтюк // Авиационно-космическая техника и технология: научно-технический журнал Нац. аерокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Вип. 3(39). – Х., – 2007. – С. 5–26.

Рецензент: д.-р. ф.– м. н., проф., зав.каф. А.Г. Николаев, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г.Харьков

Поступила в редакцию 22.03.10

Вплив локальних навантажень на панель крила. Пошук адекватної математичної моделі

Наведено аналіз впливу різних крайових умов в задачі щодо передачі локального навантаження на панель крила. На його основі сформульовані крайові умови, що найбільш адекватно відображають дійсний характер взаємодії підконструкції з розгалуженою тонкостінною об'ємною системою. Отримана модель, будучи найпростішою, тим самим кількісно відображає дійсний характер розподілення полів напружень і деформацій, що встановлено шляхом порівняння отриманих результатів з результатами, знайденими на основі методу кінцевих елементів.

Ключові слова: панель крила, локальне навантаження, напружено деформаційний стан, метод ідентифікації крайових умов.

Local loads to wing panel acting. Appropriate mathematical model searching

The analysis of influence of various boundary conditions in the local load to wing panel transferring problem is given. Due to analysis the boundary conditions that are mostly adequate to the real interacting of sub-structure and thin-walled spatial system are formulated. The model obtained is the most simple, nevertheless this model guarantees the valid distribution of stress and stain fields: the results received have been compared with the finite-element method data.

Keywords: wing panel, local load, mode of deformation, boundary condition identification method.