

## Формообразование тонких пластин обработкой дробью

*АНТК им. О. К. Антонова*

В настоящее время в машиностроении широко применяют обработку дробью деталей в целях их упрочнения и формообразования. Обработка дробью заключается в бомбардировке поверхности деталей потоком быстролетящей дроби (шариков). Поток дроби создается специальными установками и характеризуется скоростью полёта, весовым расходом в единицу времени, материалом и диаметром дроби и др. При соударении дроби с поверхностью детали образуется поверхностный пластический слой – наклёп. Напряжения в пластическом слое близки напряжениям текучести материала. В отличие от упругопластического изгиба при формообразовании деталей потоком дроби нет такого явления, как упругий возврат после снятия нагрузки. В процессе обработки дробью кривизна деталей изменяется плавно, весь процесс формообразования хорошо управляемый. При целенаправленной обработке дробью можно получать из плоских заготовок объёмные детали с заданными геометрическими параметрами.

Обработка дробью представляет особый интерес в самолётостроении для формообразования обшивок крыла со сплайновыми поверхностями. В настоящее время формообразование таких обшивок обработкой дробью является практически единственным методом их изготовления. Кроме того, применение дроби связано с необходимостью удовлетворения высоких требований к аэродинамическим качествам несущих поверхностей крыльев современных самолётов.

**Цель** работы - получение математических зависимостей для оценки критических возможностей формообразования обработкой дробью тонких пластин (пологих обшивок) из плоских заготовок.

В статье рассмотрена задача о тонкой прямоугольной пластине, длина которой значительно больше ширины, а ширина значительно больше её толщины, обработанной симметрично с двух сторон по отношению к её середине дробью. При решении задачи использованы положения теории тонких пластин, предложенной Карманом, и кинематические гипотезы Кирхгофа. В этой постановке предполагается, что прогиб пластины не является малым по сравнению с её толщиной, но он мал по сравнению с шириной, а также растяжение и изгиб связаны между собой и не могут рассматриваться отдельно.

Потенциальную энергию тангенциальных и изгибных деформаций пластины представим в следующем виде [1, 2]:

$$U_N = \frac{1}{2} \frac{Eh}{(1-\mu^2)} \iint_{S_0} [(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2 + 2(1-\mu)(\varepsilon_{12}^2 - \varepsilon_1\varepsilon_2)] ds, \quad (1)$$

$$U_D = \frac{Eh^3}{24(1-\mu^2)} \iint_{S_0} [(k_1 + k_2)^2 + 2(1-\mu)(k_{12}^2 - k_1k_2)] ds, \quad (2)$$

где  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_{12}$  – тангенциальные деформации в срединной поверхности пластины;

$k_1, k_2, k_{12}$  – кривизны и кручение срединной поверхности пластины.

В общем виде полная энергия деформаций в пластине (без учёта внешних изгибающих и крутящих моментов) примет вид

$$\Phi = U_N + U_D - \int_C (N_{xv}u + N_{yv}v) ds, \quad (3)$$

где  $N_{xv}, N_{yv}$  – внешние силы, действующие на единицу параметра в срединной поверхности пластины.

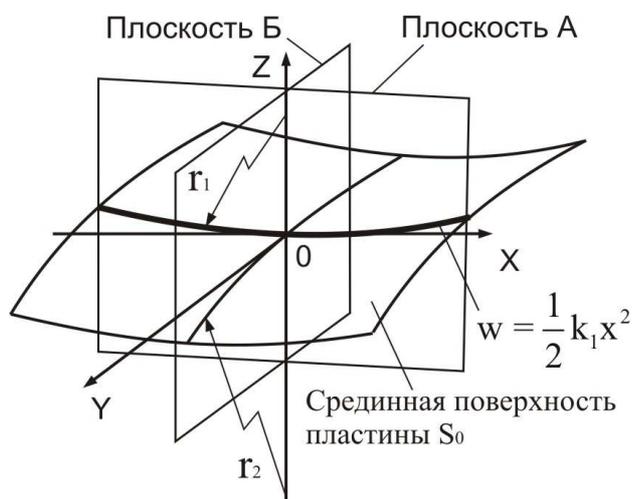


Рис. 1

При решении поставленной задачи были приняты следующие предположения и допущения (рис. 1):

- относительная толщина пластины  $\bar{h}_p = \frac{h}{p} \ll 1$ , при этом потенциальная энергия тангенциальных деформаций значительно больше энергии изгибных деформаций –  $U_D = 0$ ;
- глубина пластического слоя  $h_{пл}$  постоянна и мала по сравнению толщиной пластины  $h$ ;
- напряжения в пластическом слое, создаваемые потоком дроби, постоянные и равны напряжениям текучести материала пластины –  $\sigma_T$ ;
- при двухсторонней симметричной дробеударной обработке пластины, срединная поверхность принимает форму поверхности, описываемую вращением параболы  $w = 0,5k_1x^2$  радиусом  $r_2$  (при  $p : r_2 \ll 1$  срединная поверхность близка к поверхности тора);
- после дробеударной обработки кривизна срединной поверхности пластины  $k_1$  в направлении оси  $X$  постоянна;
- кривизна  $k_2$  расположена в плоскости  $A$  и перпендикулярна кривизне  $k_1$ , расположенной в плоскости  $B$  (рис. 1), при этом  $k_1$  и  $k_2$  – главные кривизны и  $k_{12} = 0, \varepsilon_{12} = 0$ ;
- для упрощения решения примем  $\varepsilon_1 = a_1$ , основное влияние на растяжение и изгибание срединной поверхности оказывает  $\varepsilon_2$ .

При принятых допущениях тангенциальные деформации в направлениях X, Y можно представить в виде

$$\varepsilon_1 = a_1, \quad (4)$$

$$\varepsilon_2 = a_2 + \frac{1}{2} k_1 k_2 p^2 \left( \frac{1}{3} - \frac{x^2}{p^2} \right). \quad (5)$$

Развиваемые в поверхностном слое напряжения сжатия создают деформации растяжения и изгиба срединной поверхности пластины. В зависимости от порядка обработки дробью можно из плоской пластины получить пластину с наперёд заданной формой поверхности.

Количественная оценка влияния дробеударной обработки на геометрические параметры срединной поверхности пластины является достаточно сложной задачей. Теории и практике обработки деталей дробью посвящены работы Саверина М.М. [3], Дрозда М.С. [4], Баушева В.Н. [5], Смирнова В.А. [6] и др.

Решение задачи в данной постановке упростим, представив действующие силы в поверхностном слое, как внешние и запишем их в следующем виде:

$$N_t = \sigma_0 \bar{h}_{\bar{\varepsilon}} h, \quad (6)$$

где  $\bar{h}_{\bar{\varepsilon}} = \frac{h_{\bar{\varepsilon}}}{h}$  – относительная глубина поверхностного слоя.

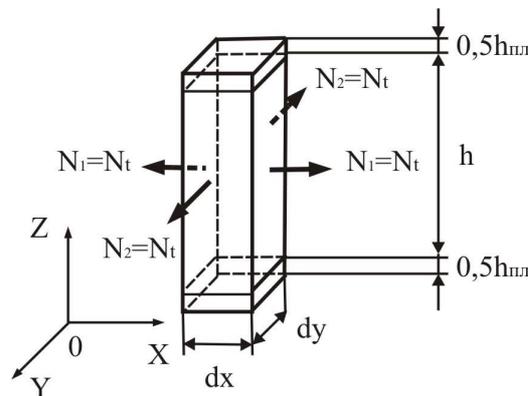


Рис. 2.

Учитывая специфику действия сил в поверхностном слое (рис. 2), работу внешних сил на перемещениях  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  запишем в виде

$$A_N = N_t \iint_{S_0} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) ds. \quad (7)$$

В дальнейшем будем рассматривать два варианта симметричной двухсторонней обработки дробью пластины шириной  $2p$  и толщиной  $h$ :

- вариант 1 – пластина обработана дробью в средней зоне (рис. 3);
- вариант 2 – пластина обработана дробью в краевых зонах (рис. 4)

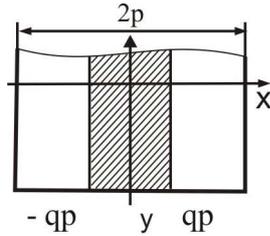


Рис. 3.

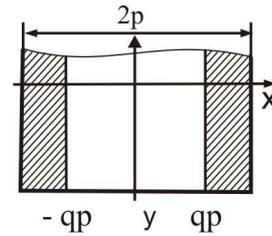


Рис. 4.

В статье рассмотрено влияние основных параметров обработки дробью на изменение её продольной и поперечной кривизны при симметричной двухсторонней обработке тонкой плоской пластины. К основным параметрам отнесены относительная глубина поверхностного пластического слоя –  $\bar{h}_{i\bar{\epsilon}} = \frac{h_{i\bar{\epsilon}}}{h}$  и коэффициент –  $|q| \leq 1$ , учитывающий площадь поверхности пластины, обработанной дробью, и её расположение относительно координатных осей (рис. 3, 4).

В первом варианте срединная поверхность пластины принимает двояковыпуклую форму: полная кривизна положительна –  $K = k_1 k_2$  [7], а во втором получим седлообразную форму: полная кривизна отрицательна –  $K = -k_1 k_2$ .

Для большей общности полученных результатов далее будем выполнять все действия в безразмерных параметрах

$$t = \frac{x}{p}, \quad \bar{h}_p = \frac{h}{p}, \quad \bar{h}_{i\bar{\epsilon}} = \frac{h_{i\bar{\epsilon}}}{h}, \quad \bar{k}_1 = k_1 p, \quad \bar{k}_2 = k_2 p, \quad \bar{K} = K p^2, \\ \epsilon_2 = a_2 + \frac{1}{2} \bar{k}_1 \bar{k}_2 \left( \frac{1}{3} - t^2 \right), \quad \bar{\Phi}_1 = \Phi_1 \frac{1 - \mu^2}{E h p}, \quad \bar{n}_t = \frac{1 - \mu^2}{E} \sigma_0 \bar{h}_{i\bar{\epsilon}} = \bar{\sigma}_0 \bar{h}_{i\bar{\epsilon}}. \quad (8)$$

В безразмерных параметрах полная энергия тангенциальных деформаций с учетом принятых допущений и вариантов обработки дробью примет следующий вид:

а) вариант 1 – пластина обработана дробью с двух сторон в средней зоне (рис. 3)

$$\bar{\Phi}_1 = \int_0^1 (\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + 2\mu\epsilon_1\epsilon_2) dt - 2\bar{n}_t \int_0^q (\epsilon_1 + \epsilon_2) dt, \quad (9)$$

или

$$\bar{\Phi}_1 = \frac{1}{45} (\bar{k}_1 \bar{k}_2)^2 + a_1^2 + a_2^2 + 2\mu a_1 a_2 - 2\bar{n}_t (a_1 + a_2) q - \frac{\bar{n}_t}{3} \bar{k}_1 \bar{k}_2 (q - q^3); \quad (10)$$

б) вариант 2 – пластина обработана дробью с двух сторон в краевых зонах (рис. 4)

$$\bar{\Phi}_2 = \int_0^1 (\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + 2\mu\epsilon_1\epsilon_2) dt - 2\bar{n}_t \int_q^1 (\epsilon_1 + \epsilon_2) dt, \quad (11)$$

или

$$\bar{\Phi}_2 = \frac{1}{45}(\bar{k}_1\bar{k}_2)^2 + a_1^2 + a_2^2 + 2\mu a_1 a_2 - 2\bar{n}_t(a_1 + a_2)(1-q) - \frac{\bar{n}_t}{3}\bar{k}_1\bar{k}_2(q-q^3). \quad (12)$$

Необходимым условием минимума полной потенциальной энергии пластины (12) и (13) является равенство нулю её частных производных по отдельным варьируемым параметрам

$$\frac{\partial \bar{\Phi}_i}{\partial a_1} = 0, \quad \frac{\partial \bar{\Phi}_i}{\partial a_2} = 0, \quad \frac{\partial \bar{\Phi}_i}{\partial k_1} = 0, \quad \frac{\partial \bar{\Phi}_i}{\partial k_2} = 0. \quad (13)$$

Решая полученную таким образом систему уравнений (13), получаем формулы для оценки влияния технологических параметров на напряжённо-деформированное состояние (НДС) и геометрические параметры для двух вариантов обработки дробью пластины:

а) вариант 1 – плоская срединная поверхность пластины преобразуется в поверхность положительной полной кривизны (рис. 5)

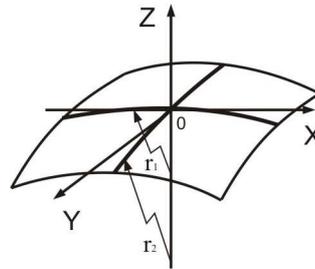


Рис. 5.

$$a_1 = a_2 = \frac{\bar{n}_t q}{1+\mu}, \quad (14)$$

$$\bar{K} = \bar{k}_1\bar{k}_2 = \frac{15\bar{n}_t}{2}(q-q^3); \quad (15)$$

а) вариант 2 – плоская срединная поверхность пластины преобразуется в поверхность отрицательной полной кривизны (рис. 6)

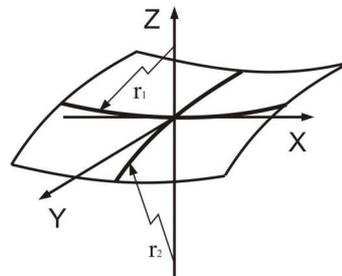


Рис. 6.

$$a_1 = a_2 = \frac{\bar{n}_t(1-q)}{1+\mu}, \quad (16)$$

$$\bar{K} = \bar{k}_1 \bar{k}_2 = -\frac{15}{2} \bar{n}_t (q - q^3). \quad (17)$$

Анализ выражений (15) и (17) показывает, что кривизна  $\bar{K}$  для вариантов 1 и равна по абсолютной величине и отличается только знаком. Максимальное же значение полная кривизна принимает при условии

$$\frac{\partial \bar{K}}{\partial q} = 0, \quad 1 - 3q^2 = 0, \quad q = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \text{получим } \bar{K}_{\max} = -\bar{K}_{\min} = \frac{5}{\sqrt{3}} \bar{n}_t = \frac{5}{\sqrt{3}} \bar{\sigma}_0 \bar{h}_{i \varepsilon}. \quad (18)$$

При значении  $q = 0$  и  $q = 1$  полная кривизна  $\bar{K} = 0$ , что и отражает физическую суть процесса обработки дробью. Для варианта 1 при  $q = 0$  пластина просто не обработана дробью, а при  $q = 1$  выполнена двухсторонняя обработка дробью всей поверхности пластины, что приводит к равномерному максимальному растяжению пластины без искривления её срединной поверхности. При возрастании параметра  $q$  полная кривизна увеличивается до достижения  $q = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ , а затем она уменьшается до нуля (рис. 7).

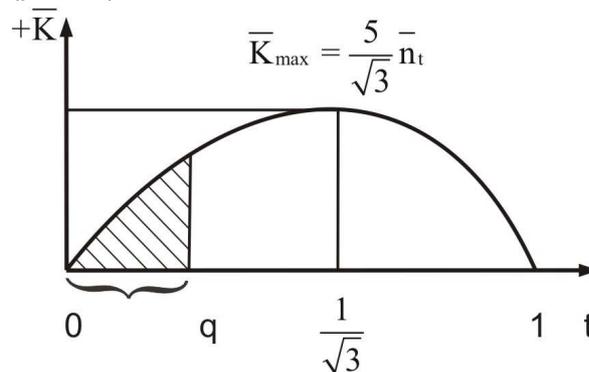


Рис.7.

Аналогичная картина наблюдается и в варианте 2. При этом полная кривизна принимает минимальное значение – полная кривизна является отрицательной величиной (рис. 8).

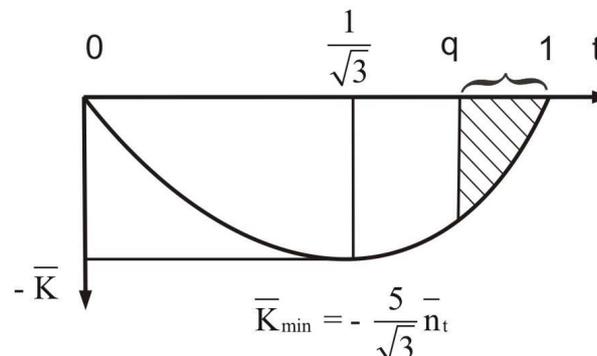


Рис.8.

Выражение для максимального значения полной кривизны в абсолютных параметрах будет иметь следующий вид:

$$K_{\max} = -K_{\min} = \frac{5}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_0 (1-\mu^2)}{E} \frac{h_{\text{гв}}}{h} \frac{1}{p^2} = \frac{5}{\sqrt{3}} \varepsilon_0 \frac{h_{\text{гв}}}{p^2}. \quad (20)$$

Из выражения (20) следует, что максимальная полная кривизна прямо пропорциональна пределу деформации текучести материала, относительной глубине поверхностного пластического слоя и обратно пропорциональна квадрату полуширины пластины.

### Выводы

1. При двухсторонней обработке дробью тонкой пластины двойная кривизна достигается путем неравномерного растяжения срединной поверхности относительно середины пластины. При обработке средней зоны пластина преобразуется в поверхность положительной полной кривизны, а при обработке краевых зон – в поверхность отрицательной полной кривизны.

2. Получена формула (20), связывающая технологические параметры  $h_{\text{пл}}$ ,  $q$ ,  $\varepsilon_T$  с геометрическими параметрами пластины  $k_1$ ,  $k_2$ .

3. Полная кривизна достигает максимального значения при коэффициенте  $q = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

4. Максимальная полная кривизна прямо пропорциональна пределу деформации текучести материала, относительной глубине поверхностного пластического слоя и обратно пропорциональна квадрату полуширины пластины.

### Список литературы

1. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Мир, 1987. – 544с.
2. Трегубов И.Г. Сопротивление материалов и основы теории упругости и пластичности. – М.: Выс. шк., 1984. – 472 с.
3. Саверин М.М. Дробеструйный наклеп. Теоретические основы и практика применения. – М.: Машгиз, 1955. – 312 с.
4. Дрозд М.С. Глубина наклепанного слоя при дробеструйной обработке деталей. // Вестник машиностроения, – 1955. – С. 48-50.
5. Баушев В.И., Кушнарченко С.Г. О формообразовании седловидной поверхности листовых заготовок дробеструйной обработкой // Обработка металлов давлением в машиностроении. – 1986. – Вып. 22. – С. 14-18.
6. Смирнов В. А. , Лысов М. И. Определение параметров процесса дробеударного формообразования // Труды Казанского авиационного института. – 1973. – №159. – С. 17-19.
7. Рашевский П.К. Курс дифференциальной геометрии. – М.: Гостехиздат, 1956.