

УДК 621.454.2.035.01:519.6

doi: 10.32620/aktt.2023.6.02

І. Д. ДУБРОВСЬКИЙ

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, Дніпро, Україна

РЕЗУЛЬТАТИ ПРОЕКТУВАННЯ НАДЗВУКОВОГО СОПЛА З ПОДВІЙНИМ РОЗШИРЕННЯМ ДЛЯ РІДИННОГО РАКЕТНОГО ДВИГУНА ПЕРШОГО СТУПЕНЯ МЕТОДАМИ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО АНАЛІЗУ

Предметом вивчення в статті є надзвукові сопла з подвійним розширенням рідинних ракетних двигунів. **Метою** є проектування надзвукового сопла з подвійним розширенням, яке буде забезпечувати максимальну тягу, для рідинного ракетного двигуна першого ступеня шляхом розв'язку задачі оптимізації з використанням методів чисельного моделювання. **Завдання:** за відомою траєкторію польоту ракети-носія обрати розрахункові тиски на зрізі кожної частини сопла з подвійним розширенням; поставити та розв'язати задачу оптимізації контуру сопла з подвійним розширенням; оцінити вплив застосування сопла з подвійним розширенням на ефективність роботи ракетного двигуна на рідкому паливі. Використовуваними **методами** є: чисельні методи розв'язку гіперболічної системи нестационарних рівнянь газової динаміки; методи розв'язку задач багатовимірної мінімізації. Отримані такі **результати**. Виконана постановка та розв'язання задачі оптимізації контуру надзвукового сопла з подвійним розширенням з урахуванням конструктивних обмежень у вигляді фіксованої довжини сопла. Шляхом аналізу траєкторії польоту першого ступеня ракети-носія було отримане перше наближення контуру сопла. Для подальших розрахунків обидві його секції були апроксимовані параболою, коефіцієнти яких разом із довжинами секцій утворювали вектор параметрів, що оптимізувалися. У якості цільової функції для розв'язку задачі мінімізації використовувався вираз для осьової складової тяги з протилежним знаком. В результаті розв'язку задачі оптимізації був спроектований контур сопла з подвійним розширенням, який забезпечуватиме максимальну тягу. Також була виконана оцінка ефективності його роботи. Розраховане значення середнього за траєкторією питомого імпульсу при застосуванні сопла з подвійним розширенням виявилось вищим на 1,6%, ніж при використанні стандартного сопла. **Висновки.** Наукова новизна отриманих результатів полягає в наступному: проектування контуру сопла з подвійним розширенням було здійснено шляхом розв'язку задачі багатовимірної оптимізації з урахуванням конструктивних обмежень та при застосуванні методів обчислювального аналізу.

Ключові слова: надзвукове сопло з подвійним розширенням; рідинний ракетний двигун; оптимізація сопел.

Вступ

Сопла з подвійним розширенням використовуються у ракетних двигунах з метою подолання проблем, пов'язаних зі зміною тиску навколишнього середовища під час польоту ракети. Їхнє застосування дозволяє збільшити ефективність роботи ракетного двигуна. Так у [1] було встановлено, що сопло з подвійним розширенням дозволяє на 12% збільшити масу корисного вантажу у порівнянні зі звичайним соплом з тією ж величиною геометричного ступеня розширення.

Типовий контур сопла з подвійним розширенням складається з двох різних контурів, які з'єднані між собою у точці зламу [2]. Кожна з секцій профілюється на певне значення атмосферного тиску з метою збереження ефективності роботи при зміні висоти польоту. Для проектування або використовують метод характеристик [3], або апроксимують секції

контур декількома степеневими поліномами [4], виходячи з певних рекомендацій. Крім цього, існують певні спроби модифікації цих методів. Так у дослідженні [5] автори фокусувалися на максимізації тяги сопла, а у роботі [6] сопло проектувалося з конструктивним обмеженням по його повній довжині.

Сучасний стан питання проектування контурів надзвукових сопел з подвійним розширенням свідчить про обмеженість існуючих методів проектування. Їхніми основними недоліками є складність отримання контуру сопла, який забезпечуватиме максимальну тягу, або в їхній алгоритм неможливо ввести конструктивні обмеження. У результаті це призводить до зменшення ефективності роботи спроектованих сопел або зниженню універсальності алгоритму проектування.

Таким чином, метою цього дослідження є застосування такого методу, який дозволить спроектувати

сопло з подвійним розширенням, що буде забезпечувати максимальну тягу при певних конструктивних обмеженнях.

1. Постановка задачі

Проектування сопла з подвійним розширенням здійснювалось за допомогою розв'язку задачі оптимізації з використанням методу чисельного моделювання течії продуктів згоряння у соплі для визначення їх вихідних параметрів.

Для цього необхідно було виконати такі задачі:

- за відомою траєкторію польоту ракети-носія обрати розрахункові тиски на зрізі кожної частини сопла з подвійним розширенням;
- поставити та розв'язати задачу оптимізації контуру сопла з подвійним розширенням;
- оцінити вплив застосування сопла з подвійним розширенням на ефективність роботи ракетного двигуна на рідкому паливі.

2. Матеріали і методи дослідження

Для опису процесу течії продуктів згоряння використовувалася математична модель невязкого ідеального стисливого газу постійного хімічного складу. Згідно з попередніми дослідженнями [7] рівняння моделі були записані в інтегральній формі для циліндричної системи координат з осью симетрії. Постановка початкових та граничних умов також здійснювалась згідно з [7].

Чисельний розв'язок системи рівнянь математичної моделі здійснювався за допомогою методу скінченних об'ємів типу Годунова [8]. Для цього розрахункова область, зображена на рис. 1, покривалась прямокутною у площині ($R0x$) сіткою з кроком 2,5 мм уздовж радіального та осевого напрямків.

Для розв'язку проблеми дробових об'ємів, яка виникає при застосуванні прямокутних сіток на

криволінійній геометрії, використовувався метод розширених об'ємів [7, 9].

З метою пришвидшення процесу моделювання для чисельного інтегрування рівнянь математичної моделі використовувався явний метод Ейлера, а для реконструкції параметрів потоку на гранях скінченних об'ємів – алгоритм першого порядку точності [8]. Задача Рімана розв'язувалася за співвідношеннями Лакса-Фрідрікса [10].

Чисельне моделювання течії продуктів згоряння у камері рідинного ракетного двигуна здійснювалось у програмі, написаній на мові C++ у інтегрованому середовищі розробки Qt Creator (Фінляндія).

Алгоритми координатного спуску та золотого перерізу [11] використовувалися для визначення оптимальних значень для набору параметрів, що визначають контур сопла з подвійним розширенням. Пошук оптимальних значень параметрів вважався завершеним, коли модуль зміни кожного з них не перевищував заданої величини – 10^{-5} .

3. Результати дослідження

3.1. Вибір розрахункових тисків на зрізі секцій сопла

У роботі було спроектовано сопло з подвійним розширенням для рідинного ракетного двигуна РД-107 першого ступеня ракети-носія, характеристики якого загальновідомі. На рис. 2 зображений графік зміни висоти над рівнем моря при польоті першого ступеню ракети-носія [12]. Відомо, що сопло забезпечує максимальну тягу, коли працює на розрахунковому режимі, тобто коли тиск на зрізі сопла дорівнює тиску навколишнього середовища. З цієї причини що сопло з подвійним розширенням складається із двох частин, для кожної з них було обране окреме розрахункове значення тиску. При цьому це було зроблено

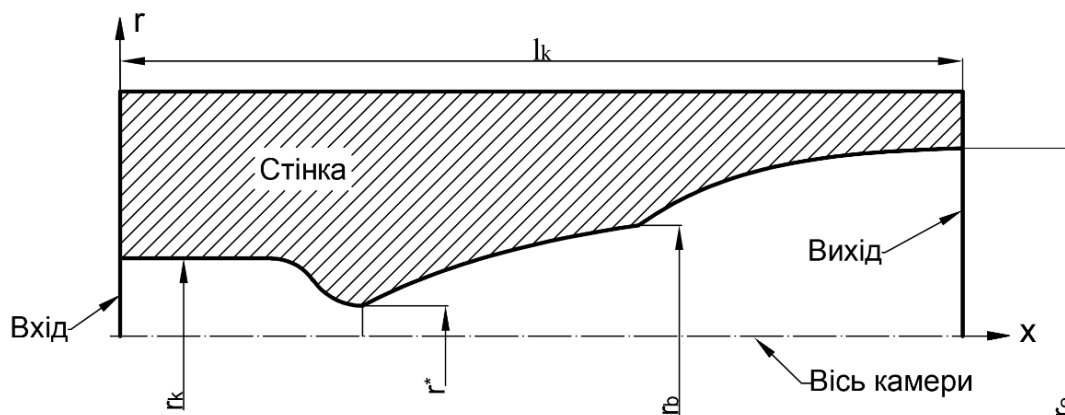


Рис. 1. Схема розрахункової області

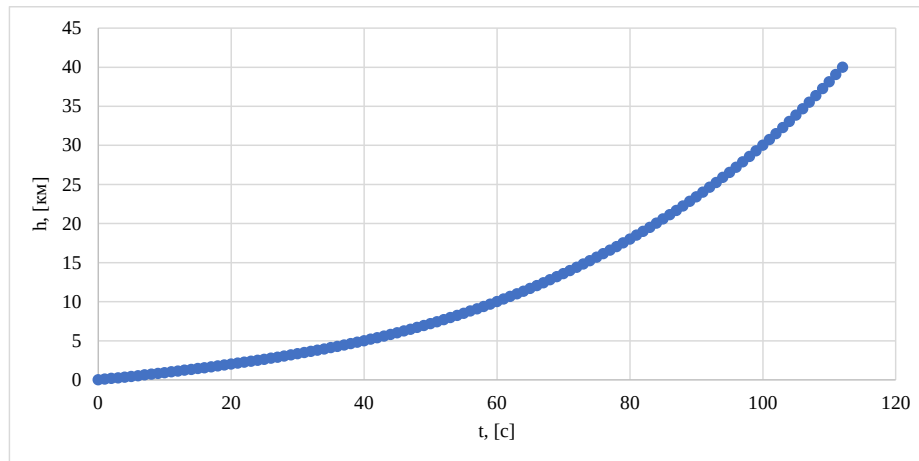


Рис. 2. Зміна висоти над рівнем моря під час польоту

таким чином, щоб протягом польоту і зміни тиску навколишнього середовища сопло якнайдовше працювало у режимах, близьких до розрахункових, забезпечуючи тягу близьку до максимальної.

Для визначення тисків на зрізі кожної частини був побудований графік зміни тиску навколишнього середовища відповідно до зміни висоти польоту (рис. 3). Він був отриманий шляхом застосування співвідношень стандартної атмосфери [13] до значень з графіку на рис. 2.

Згідно з рис. 3 час роботи двигуна був розділений на два рівних проміжки: 0–60 с. та 60–112 с. Для кожного з них був визначений середній інтегральний тиск навколишнього середовища. Отримані значення використовувались у якості розрахункових для кожної частини сопла з подвійним розширенням.

Таким чином початковий контур першої частини сопла з подвійним розширенням був спроектований на тиск 68700 Па, а другий – 9200 Па. Отримані значення радіусів контуру були уточнені під час розв'язку задачі оптимізації.

3.2. Постановка задачі оптимізації

Отримання контуру надзвукової частини сопла з подвійним розширенням виконувалось шляхом розв'язання задачі мінімізації для цільової функції виду (1):

$$f(\mathbf{X}) = -P(y(x)) \rightarrow \min, \quad (1)$$

де f – цільова функція;

$\mathbf{X}$ – вектор параметрів, що оптимізуються;

P – модуль осьової складової тяги;

$y(x)$ – точний контур, що шукається;

x – координата уздовж осі сопла.

Вираз для модуля осьової складової тяги (2) був отриманий згідно з [14] для схеми сопла, зображеної на рис. 4, але без явного врахування конструктивних обмежень. Вони були враховані на етапі введення рівнянь-зв'язків.

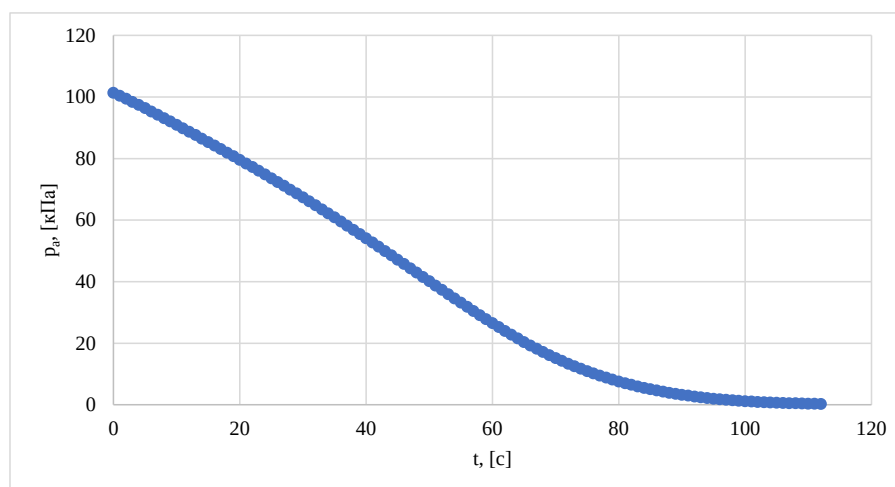


Рис. 3. Зміна атмосферного тиску під час польоту

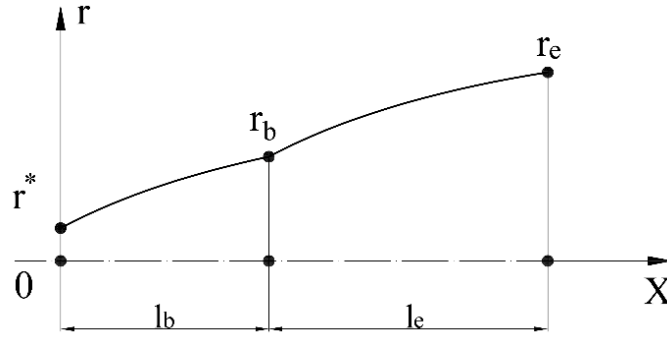


Рис. 4. Схема сопла з подвійним розширенням

$$\frac{P}{2\pi} = \int_0^{l_b} (p - (1-\alpha)p_1) y dy + \alpha \int_{l_b}^{l_b+l_e} (p - p_2) y dy, \quad (2)$$

де P – загальна тяга сопла з подвійним розширенням;

p – тиск продуктів згоряння всередині сопла;

α – коефіцієнт, що дорівнює 0 на першому режимі роботи і 1 – на другому;

y – точний контур сопла;

l_b, l_e – довжини першої та другої частин сопла;

p_1, p_2 – тиски навколишнього середовища на першому та другому режимах роботи відповідно.

Для розв'язку поставленої задачі точний контур сопла з подвійним розширенням апроксимувався двома параболою:

$$y(x) \approx R(a_i, c_i, l_b, l_e), \quad (3)$$

$$R(a_i, c_i, l_b, l_e) = \begin{cases} R_b(a_i, l_b) = \sum_{i=0}^2 a_i x^i, & \text{якщо } 0 < x < l_b; \\ R_e(c_i, l_b, l_e) = \sum_{i=0}^2 c_i x^i, & \text{якщо } l_b < x < l_b + l_e; \end{cases}$$

де $R(a_i, c_i, l_b, l_e)$ – функція, що апроксимує точний контур;

R_b, R_e – параболи, що апроксимують першу та другу частину контуру відповідно;

a_i, c_i – коефіцієнти поліномів, що апроксимують першу та другу частини контуру відповідно.

З урахуванням (3) був складений вектор параметрів, що оптимізувалися:

$$\mathbf{X} = (a_0, a_1, a_2, c_0, c_1, c_2, l_b, l_e). \quad (4)$$

У задачі, що розв'язувалася, контур сопла проектувався для існуючого двигуна з відомими габари-

ритами камери: радіусом критичного перерізу та повною довжиною сопла. Також була врахована умова рівності радіусів обох частин контуру в точці зламу. Це дозволило ввести три рівняння-зв'язків для зменшення кількості параметрів, що оптимізувалися.

$$\begin{cases} R_b|_{x=0} = r^*, \\ R_b|_{x=l_b} = R_e|_{x=l_b}, \\ L = l_b + l_e, \end{cases} \quad (5)$$

де r^* – радіус критичного перерізу;

L – повна довжина сопла.

Після розв'язання (5) відносно перших коефіцієнтів обох поліномів a_0, c_0 , й довжини другої частини l_e та підстановки результату у (4), то вектор параметрів, що оптимізувалися, прийняв вигляд:

$$\mathbf{X} = (a_1, a_2, c_1, c_2, l_b). \quad (6)$$

Використання зв'язків (7) поліномів, що апроксимують контур, з геометричними характеристиками сопла дало можливість використовувати останні для визначення невідомих параметрів a_1, a_2, c_1, c_2 .

$$\begin{cases} \left. \frac{dR_b}{dx} \right|_{x=l_b} = \tan \theta_b, \\ R_b|_{x=l_b} = r_b, \\ \left. \frac{dR_e}{dx} \right|_{x=l_b} = \tan \theta_e, \\ R_e|_{x=l_b+l_e} = r_e, \end{cases} \quad (7)$$

де θ – кут нахилу контуру до осі сопла на вході в відповідну секцію сопла;

r – радіус сопла на виході з відповідної секції сопла;

b, e – нижні індекси, які позначають першу та другу секції.

Також це дозволило зменшити об'єм розрахунків, завдяки додатковим конструктивним обмеженням (8), що накладалися на геометричні параметри контуру:

$$\begin{cases} \theta_b^{\min} \leq \theta_b \leq \theta_b^{\max}, \\ r_b^{\min} \leq r_b \leq r_b^{\max}, \\ \theta_e^{\min} \leq \theta_e \leq \theta_e^{\max}, \\ r_e^{\min} \leq r_e \leq r_e^{\max}, \end{cases} \quad (8)$$

де верхні індекси min, max позначають мінімальне та максимальне можливе значення параметру.

Отже, для отримання контуру сопла з подвійним розширенням необхідно було з урахуванням обмежень (8) та зв'язків (5) отримати оптимальні значення невідомих параметрів (6), за яких цільова функція (1) досягає мінімуму.

Оцінка ефективності сопла з подвійним розширенням

У результаті розв'язку задачі оптимізації був отриманий контур сопла з подвійним розширенням. Він зображений на рис. 5 разом із контуром базового сопла двигуна РД107 [15].

З метою порівняння ефективності роботи двигуна з соплом з подвійним розширенням та двигуна з стандартним соплом був проведений розрахунок зміни тяги під час польоту. Для цього уздовж траєкторії було обрано 10 точок з рівним часовим проміжком. Для кожної з них було розраховано значення атмосферного тиску та проведено чисельне моделювання з метою визначення величини тяги. Отримані результати зображені на рис. 6.

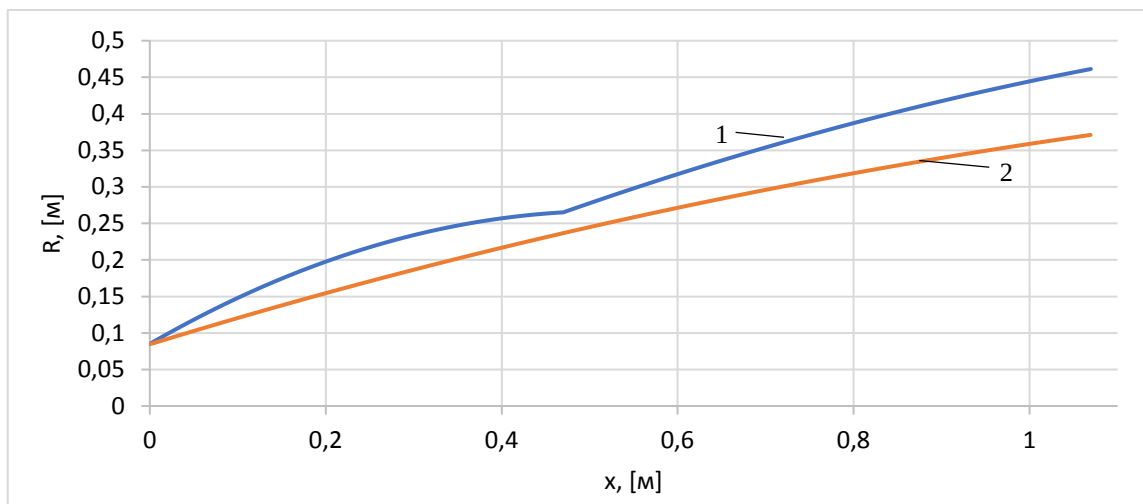


Рис. 5. Порівняння контурів сопел:

1 – сопло з подвійним розширенням; 2 – стандартне сопло двигуна РД107

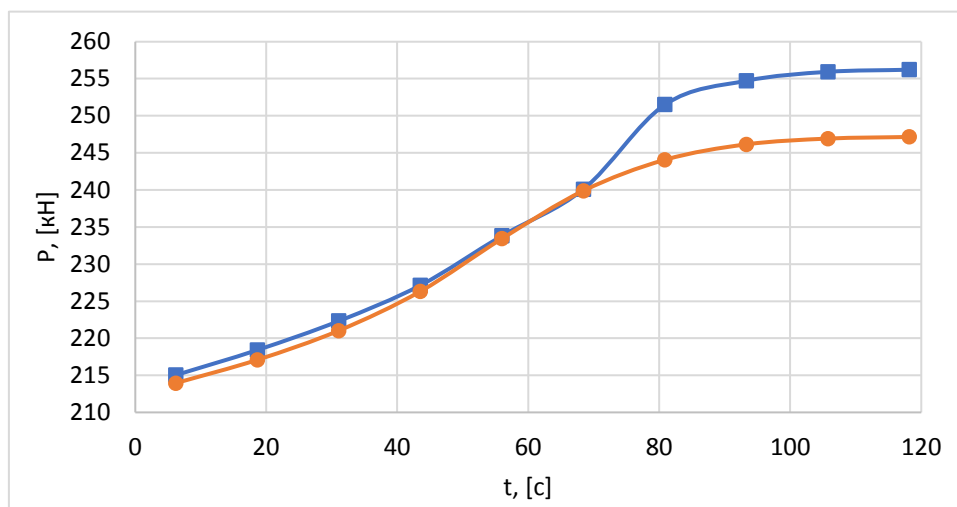


Рис. 6. Порівняння результатів розрахунку тяги двигуна уздовж траєкторії:

- – значення, отримані при застосуванні сопла з подвійним розширенням;
- – значення, отримані при застосуванні стандартного сопла

Кількісне порівняння ефективності роботи двигуна з обома типами сопел було виконано шляхом розрахунку середнього питомого імпульсу [16] уздовж траєкторії за формулою (9).

$$I_{\text{п}} = \frac{\int P dt}{\int \dot{m} dt}, \quad (9)$$

де $I_{\text{п}}$ – середній за траєкторією питомий імпульс;

P – тяга;

$\dot{m}$ – масова витрата через критичний переріз сопла.

Таблиця 1
Середній питомий імпульс за траєкторією

Тип сопла	Середній питомий імпульс, [м/с]
З подвійним розширенням	3184
Стандартне	3133

З табл. 1 видно, що застосування сопла з подвійним розширенням дало можливість збільшити питомий імпульс на 1,6%.

4. Обговорення результатів

Відмінності розглянутого методу проектування від існуючих [5, 6] полягають у наступному:

- проектування сопла з подвійним розширенням здійснювалось одночасно з урахуванням конструктивного обмеження у вигляді фіксованої довжини контуру та з метою отримання конструкції, що забезпечуватиме максимальну тягу;

- використання методів скінченних та розширених об'ємів для моделювання течії продуктів згоряння у камері двигуна. Це дозволило зменшити час розв'язання задачі проектування, знизити чутливість розрахунку до початкових та граничних умов та здійснювати рішення навіть у разі наявності у розрахунковій області ударних хвиль.

При постановці задачі оптимізації для апроксимації контуру секцій сопла використовувалися параболи з метою зменшення кількості невідомих параметрів, що оптимізувалися. Цьому також сприяло введення конструктивного обмеження у вигляді фіксованої довжини сопла, що видно зі співвідношень (4) – (6). Тому при введенні додаткових конструктивних обмежень необхідно звертати увагу на те, щоб задача оптимізації залишалась коректно поставленою – кількість невідомих параметрів має залишатися більшою, аніж кількість обмежень, виражених у рівняннях-зв'язку.

Застосування сопла з подвійним розширенням, спроектованого розглянутим методом, призвело до збільшення середнього за траєкторією питомого імпульсу на 1,6%. Це обумовлюється можливістю конструкції ефективніше адаптуватися до зміни тиску навколишнього середовища за рахунок спеціально спрофільованого контуру, отриманого шляхом розв'язку оптимізаційної задачі.

Необхідно зазначити, що у розглянутому дослідженні контур сопла був спроектований в припущенні про постійність хімічного складу продуктів згоряння та осьову симетрію їхнього потоку. Тому результати, отриманих при використанні розглянутого методу, є коректними лише при умові дійсності цих припущень.

Висновки

У роботі для рідинного ракетного двигуна першого ступеня було спроектовано сопло з подвійним розширенням, що забезпечує максимальну тягу.

1. Проведено аналіз траєкторії польоту першого ступеня. Він дозволив отримати значення тисків на зрізі кожної секції сопла таким чином, щоб двигун працював якнайдовше у режимі близькому до розрахункового.

2. Виконані постановка та розв'язання задачі оптимізації контуру надзвукового сопла. Для цього обидві його секції були апроксимовані параболами, коефіцієнти яких разом із довжинами секцій утворювали вектор параметрів, що оптимізувалися. У якості цільової функції для розв'язку задачі мінімізації використовувався вираз для осьової складової тяги з протилежним знаком.

3. Виконана оцінка ефективності роботи спроектованого сопла з подвійним розширенням. Розраховане значення середнього за траєкторією питомого імпульсу при застосуванні сопла з подвійним розширенням виявилось вищим на 1,6%, ніж при використанні стандартного сопла.

Наступні дослідження плануються здійснювати у напрямках використання поліномів вищого ступеню для апроксимації секцій сопла, введення додаткових конструктивних обмежень та зміни виду цільової функції з метою урахування зміни маси сопла.

Література

1. Horn, M. *Dual-bell altitude compensating nozzles* [Text] / M. Horn, & S. Fisher. – University Park: Pennsylvania State University, 1993. – P. 140-147. – Available at: <https://ntrs.nasa.gov/citations/19940018584>. – 08.10.2023.
2. Nürnberg-Génin, C. *Experimental study on flow transition in dual bell nozzles* [Text] / C. Nürnberg-Génin, & R. Stark // *Journal of Propulsion and*

Power. – 2010. – Vol. 26, no. 3. – P. 497-502. DOI: 10.2514/1.47282.

3. Génin, C. Dual-Bell nozzle design [Text] / C. Génin, D. Schneider, & R. Stark // *Future Space-Transport-System Components under High Thermal and Mechanical Loads. Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*. – Springer, Cham, 2020. – Vol. 146. – P. 395-406. DOI: 10.1007/978-3-030-53847-7_25.

4. Akib, Y. M. Characteristics analysis of dual bell nozzle using computational fluid dynamics [Text] / Y. M. Akib, A. Kabir, & M. Hasan // *International journal of engineering materials and manufacture*. – 2019. – Vol. 4, no. 1. – P. 15-21. DOI: 10.26776/ijemm.04.01.2019.02.

5. Zebbiche, T. Supersonic dual bell axisymmetric minimum length nozzle conception for high propulsion thrust [Text] / T. Zebbiche // *International journal of aeronautical and space sciences*. – 2019. – Vol. 20, no. 3. – P. 673-687. DOI: 10.1007/s42405-019-00164-7.

6. Kbab, H. Design process and flow field analysis of a double divergent supersonic nozzle: enhancing efficiency and performance [Text] / H. Kbab, S. Haif, & O. Abada // *International conference on pioneer and innovative studies*. – 2023. – Vol. 1. – P. 328-333. DOI: 10.59287/icpis.851.

7. Dubrovskiy, I. The application of the extended cells method to simulate the flow of combustion gases in the LPRE chamber [Text] / I. Dubrovskiy, & V. Bucharskiy // *Journal of Rocket-Space Technology*. – 2023. – Vol. 31, no. 4. – P. 32-39. DOI: 10.15421/452305.

8. Ferziger, J. H. Computational methods for fluid dynamics [Text] / J. H. Ferziger, M. Perić, & R. L. Street. – Springer Cham, 2020. – 596 p. DOI: 10.1007/978-3-319-99693-6.

9. Dubrovskiy, I. Development of a method of extended cells for the formulation of boundary conditions in numerical integration of gas dynamics equations in the domains of a curvilinear shape [Text] / I. Dubrovskiy, & V. Bucharskiy // *Eastern-European journal of enterprise technologies*. – 2020. – Vol. 5, no. 7 (107). – P. 74-82. DOI: 10.15587/1729-4061.2020.213795.

10. Toro, E. F. Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics: A Practical Introduction [Text] / E. F. Toro. – Springer Berlin, Heidelberg, 2009. – 724 p. DOI: 10.1007/b79761.

11. Martins, R. A. Engineering design optimization [Text] / A. Ning, & R. A. Martins. – Cambridge : Cambridge University Press, 2021. – 650 p. DOI: 10.1017/9781108980647.

12. Perez, E. Soyuz CSG User's Manual [Electronic resource] / E. Perez // *Arianespace*. – 2012. – Issue 2, Revision 0. – 244 p. – Available at: <https://www.arianespace.com/wp-content/uploads/2015/09/Soyuz-Users-Manual-March-2012.pdf>. – 08.10.2023.

13. Earth atmosphere model – metric units [Electronic resource] / NASA Glenn Research Center, 2021. – Available at: <https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/atmosmet.html>. – 08.10.2023.

14. Dubrovskiy, I. Statement of the problem of designing a liquid rocket engine dual bell nozzle of the maximum thrust using the direct method of the calculus of variations [Text] / I. Dubrovskiy, V. Bucharskiy // *Challenges and issues of modern science : All-Ukrainian Scientific and Practical Conference materials*, Dnipro, 31 May 2023 p. – Dnipro, 2023. – Available at: <https://fti.dp.ua/conf/2023/05291-0602/>. – 08.10.2023.

15. Contributors to Wikimedia projects. RD-107 - Wikipedia [Electronic resource]: Prepared by contributors to Wikimedia projects. – Wikipedia, the free encyclopedia. – Available at: <https://en.wikipedia.org/wiki/RD-107>. – 08.10.2023.

16. Sutton, G. P. Rocket propulsion elements [Text] / G. P. Sutton, & O. Biblarz ; 9th edition. – New Jersey: Wiley & Sons, 2016. – 800 p.

References

1. Horn, M., & Fisher, S. Dual-bell altitude compensating nozzles. University Park: Pennsylvania State University, 1993, pp. 140-147. Available at: <https://ntrs.nasa.gov/citations/19940018584>. (accessed 08 October 2023).

2. Nürnberger-Génin, C., & Stark, R. Experimental study on flow transition in dual bell nozzles. *Journal of Propulsion and Power*, 2010, vol. 26, no. 3, pp. 497-502. DOI: 10.2514/1.47282.

3. Génin, C., Schneider, D., & Stark, R. Dual-Bell nozzle design. *Future Space-Transport-System Components under High Thermal and Mechanical Loads. Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, Springer, Cham, 2020, vol. 146, pp. 395-406. DOI: 10.1007/978-3-030-53847-7_25.

4. Akib, Y. M., Kabir, A., & Hasan, M. Characteristics analysis of dual bell nozzle using computational fluid dynamics. *International journal of engineering materials and manufacture*, 2019, vol. 4, no. 1, pp. 15-21. DOI: 10.26776/ijemm.04.01.2019.02.

5. Zebbiche, T. Supersonic dual bell axisymmetric minimum length nozzle conception for high propulsion thrust. *International journal of aeronautical and space sciences*, 2019, vol. 20, no. 3, pp. 673-687. DOI: 10.1007/s42405-019-00164-7.

6. Kbab, H., Haif, S., & Abada, O. Design process and flow field analysis of a double divergent supersonic nozzle: enhancing efficiency and performance. *International conference on pioneer and innovative studies*, 2023, vol. 1, pp. 328-333. DOI: 10.59287/icpis.851.

7. Dubrovskiy, I., & Bucharskiy, V. The application of the extended cells method to simulate the flow of combustion gases in the LPRE chamber. *Journal of Rocket-Space Technology*, 2023, vol. 31, no. 4, pp. 32-39. DOI: 10.15421/452305.

8. Ferziger, J. H., Peric, M., & Street, R. L. *Computational methods for fluid dynamics*. Springer, Cham Publ., 2020. 596 p. DOI: 10.1007/978-3-319-99693-6.

9. Dubrovskiy, I., & Bucharskiy, V. Development of a method of extended cells for the formulation of

boundary conditions in numerical integration of gas dynamics equations in the domains of a curvilinear shape. *Eastern-European journal of enterprise technologies*, 2020, vol. 5, no. 7(107), pp. 74-82. DOI: 10.15587/1729-4061.2020.213795.

10. Toro, E. F. *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics*. Springer Berlin Heidelberg Publ., 2009. 724 p. DOI: 10.1007/b79761.

11. Martins, R. A., & Ning, A. *Engineering design optimization*. Cambridge, Cambridge University Press, 2021. 650 p. DOI: 10.1017/9781108980647.

12. Perez, E. Soyuz CSG User's Manual. *Arianespace*, 2012, Iss. 2, Rev. 0. 244 p. Available at: <https://www.arianespace.com/wp-content/uploads/2015/09/Soyuz-Users-Manual-March-2012.pdf>. (accessed 08 October 2023).

13. *Earth atmosphere model – metric units*. Available at <https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/atmosmet.html>. (accessed 08 October 2023).

14. Dubrovskiy, I., & Bucharskiy, V. Statement of the problem of designing a liquid rocket engine dual bell nozzle of the maximum thrust using the direct method of the calculus of variations. *Challenges and issues of modern science: All-Ukrainian Scientific and Practical Conference materials*, Dnipro, Ukraine, 2023, Available at: <https://fti.dp.ua/conf/2023/05291-0602/>. (accessed 08 October 2023).

15. *Contributors to Wikimedia projects. RD-107 – Wikipedia*. Available at: <https://en.wikipedia.org/wiki/RD-107>. (accessed 08 October 2023).

16. Sutton, G. P., & Biblarz, O. *Rocket propulsion elements*. 9th Edition. New Jersey, Wiley & Sons Publ., 2016. 800 p.

Надійшла до редакції 08.08.2023, розглянута на редколегії 20.11.2023

DESIGN RESULTS OF A SUPERSONIC NOZZLE WITH DOUBLE EXPANSION FOR A FIRST STAGE LIQUID ROCKET ENGINE USING COMPUTER ANALYSIS METHODS

Ivan Dubrovskiy

The subject of this study is dual-bell supersonic nozzles of liquid rocket engines. The goal is to design a dual-bell supersonic nozzle that will provide maximum thrust for a liquid rocket engine in the first stage of a launch vehicle by solving an optimization problem using numerical simulation methods. **The goal of the study** is to choose the exit pressures of each part of the dual-bell nozzle based on the known flight trajectory of the launch vehicle, set and solve the problem of optimizing the dual-bell nozzle contour, and assess the impact of the use of a dual-bell nozzle on the efficiency of a liquid-propellant rocket engine. **The methods used are:** numerical methods for solving the hyperbolic system of unsteady equations of gas dynamics and multidimensional minimization problems. **The following results** were obtained. The formulation and solution of the optimization problem of the contour of a dual-bell supersonic nozzle, considering the design limitations in the form of a fixed length of the nozzle, is carried out. By analyzing the flight path of the first stage of the launch vehicle, a first approximation of the nozzle contour was obtained. For further calculations, both sections were approximated by parabolas, the coefficients of which, together with the lengths of the sections, formed a vector of optimized parameters. An expression for the axial component of thrust with the opposite sign was used as the objective function to solve the minimization problem. Because of solving the optimization problem, a dual-bell nozzle contour was designed to provide maximum thrust. An assessment of the effectiveness of his work was also conducted. The calculated value of the average along the trajectory of the specific impulse when using a dual-bell nozzle was higher by 1.6% than when using a standard nozzle. **Conclusions.** The scientific novelty of the obtained results is as follows: the design of the dual-bell nozzle contour was performed by solving the problem of multidimensional optimization, taking into account the design constraints, and using computational analysis methods.

Keywords: dual-bell nozzle; liquid-propellant rocket engine; nozzle optimization.

Дубровський Іван Дмитрович – асп. каф. двигунобудування, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, Дніпро, Україна.

Ivan Dubrovskiy – PhD Student of the Department of Engine Construction, Oles Honchar Dnipro National University, Dnipro, Ukraine,
e-mail: iskolyar@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0707-0074, Scopus Author ID: 57221326881.