

УДК 004.942: 629.4.001.4

В. Ф. МИРГОРОД, И. М. ГВОЗДЕВА

АО Элемент, Одесса, Украина

ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК И ВОЗМОЖНОСТЕЙ ТИПОВЫХ РЕГУЛЯТОРОВ С НЕЦЕЛОЧИСЛЕННЫМ УКАЗАТЕЛЕМ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

В работе предлагается подход к построению типовых регуляторов с нецелочисленным указателем интегро-дифференциального преобразования. Получены логарифмические частотные характеристики регуляторов с различными значениями указателя дробного интегрирования и дифференцирования. Решена задача численного моделирования типового регулятора. Эквивалентное представление математических моделей интегро-дифференциального преобразования предлагается отыскивать в виде оператора Вольтерры. Выполнен анализ переходных процессов в системе автоматического управления с дробным типовым регулятором. Установлены области предпочтительного применения типовых регуляторов с нецелочисленным указателем интегро-дифференциального преобразования. Разработано программно-алгоритмическое обеспечение для реализации предлагаемого подхода.

Ключевые слова: математическая модель, система автоматического управления, типовой регулятор, дробная производная, численное решение

Введение

Проблемным вопросом усовершенствования управления силовыми установками на основе газотурбинных двигателей (ГТД) является повышение качества регулирования основных термогазодинамических параметров. Структурная реализация ЭСУ ГТД по-прежнему основана на объединении каналов регулирования (ограничения) с помощью селектора, а каждый из каналов содержит типовой пропорционально-интегрально-дифференциальный (ПИД) регулятор.

Важной научно-прикладной задачей является расширение функциональных возможностей таких регуляторов на основе применения передовых подходов с использованием интегро-дифференциальных преобразования с нецелым (дробным) указателем.

1. Формулирование проблемы

Интегро-дифференциальные преобразования (ИДП) с нецелым (дробным) указателем применяются для решения разнообразных задач науки и техники [1 – 4], поскольку расширяют возможности алгоритмов обработки сигналов и полей по сравнению с обычным дифференцированием или интегрированием. Представляется перспективным [5] расширить область применения указанных преобразований на класс типовых регуляторов в системах автоматического управления (САУ). При синтезе таких систем имеет место известное противоречие

между необходимыми запасами устойчивости и требуемым качеством переходных процессов. Дифференцирование и интегрирование целого порядка в типовых регуляторах позволяет сформировать их логарифмическую амплитудную частотную характеристику (ЛАЧХ) лишь с наклонами $(-20, 0, +20)$ db/dec . ИДП с нецелым указателем дают возможность сформировать ЛАЧХ с произвольным наклоном в диапазоне $(-20...+20)$ db/dec , что расширяет возможности синтеза. Предлагаемые типовые регуляторы с нецелочисленным указателем интегро-дифференциального преобразования могут быть использованы в задачах управления температурным режимом ГТД [6].

Целью настоящего исследования является разработка и обоснование подхода к построению типовых регуляторов с нецелочисленным указателем интегро-дифференциального преобразования.

2. Решение проблемы

Объектом исследования являются процессы в системах автоматического управления, в частности, температурным режимом сложных объектов.

Предметом настоящего исследования являются математические модели типовых регуляторов с нецелочисленным указателем интегро-дифференциального преобразования и методы их численной реализации в САУ.

Применяемые методы численной реализации указанных операторов, основанные на дискретной форме интеграла Римана-Лиувилля [5], либо формуле

Грюнвальда-Летникова [1], имеют существенные недостатки, связанные с взвешенным суммированием бесконечного числа слагаемых. Поэтому численная реализация ИДП с нецелым указателем во временной области является еще не решенным вопросом. С другой стороны, такие операторы имеют достаточно простой вид изображений Лапласа и Фурье, что указывает на возможность их исследования в частотной области.

В качестве иллюстрации получены ЛАЧХ типовых регуляторов с нецелым указателем интегро-дифференциальных преобразований.

На рис. 1 и рис. 2 представлены ЛАЧХ для регуляторов с различным указателем дробности.

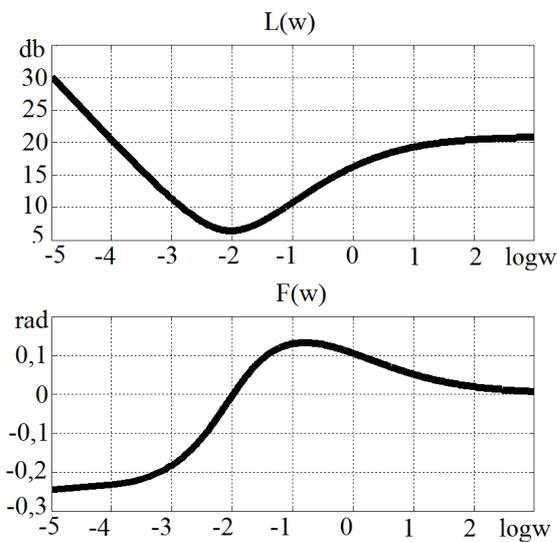


Рис. 1. ЛАЧХ регулятора. Показатель дробности 0,5

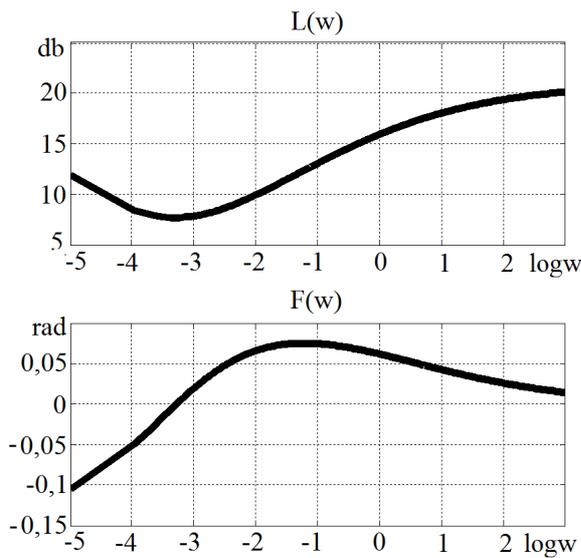


Рис. 2. ЛАЧХ регулятора. Показатель дробности 0,3

Результаты анализа типовых регуляторов в частотной области подтверждают гипотезу о возможности гибко управлять их динамическими характеристиками. Наиболее важным свойством является подтвержденная возможность изменять наклоны ЛАЧХ в заданной полосе частот. Для типового ПИД-регулятора его ЛАЧХ имеет характерную форму («желоб»), и такую характеристику, изменяя параметры регулятора, можно лишь плоскопараллельно передвигать на диаграмме коэффициент усиления – логарифм частоты. Напротив, для дробного ПИД-регулятора имеется возможность такую характеристику деформировать в широких пределах, что расширяет возможности синтеза.

Метод численной реализации ИДП с нецелым указателем во временной области обоснован в работах авторов [6,8]. На его основе построена численная модель ПД-регулятора, дифференциальная компонента которого реализована в виде реального дифференцирующего звена с устанавливаемым показателем дробности. Такое звено реализовано в виде усилителя, охваченного дробным интегральным оператором. Интегральный оператор реализован в виде прямой цифровой свертки согласно выражению

$$y(t) = \frac{1}{\Gamma(m)} \int_0^t (t-s)^{m-1} x(s) ds = \int_0^t h(t-s)x(s) ds, \quad (1)$$

где x – входной сигнал, y – выходной сигнал,

m – порядок дробного интегрирования,

Первоначально выполнено тестирование численной модели путем сравнения реакций обычного регулятора и численно реализованного при $m = 1$.

На рис. 3 представлены переходные характеристики реального дифференцирующего звена в непрерывной реализации и численной реализации ИДП с показателем дробности 1. Шаг дискретизации свертки 0,1 сек, длина окна около 100 отсчетов. Как это видно из диаграммы, переходные характеристики совпадают, что подтверждает корректность подхода к численной реализации ИДП.

На следующем шаге исследований обычный и дробный регуляторы встраивались в модель САУ и выполнялось моделирование и сопоставление переходных процессов при различных показателях дробности и для различных типов объектов управления. Типовой регулятор настроен на переходный процесс с 20%-м перерегулированием.

На рис. 4 представлены переходные характеристики САУ с типовым регулятором в непрерывной реализации и численной реализации ИДП с показателем дробности 1. Как это видно из диаграммы,

переходные характеристики САУ совпадают, что подтверждает корректность подхода к численной реализации типового регулятора.

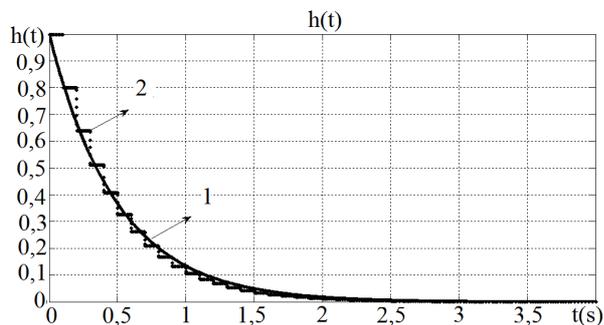


Рис. 3. Переходная характеристика реального дифференцирующего звена; 1 – непрерывная реализация, 2 – численная реализация ИДП с показателем дробности 1

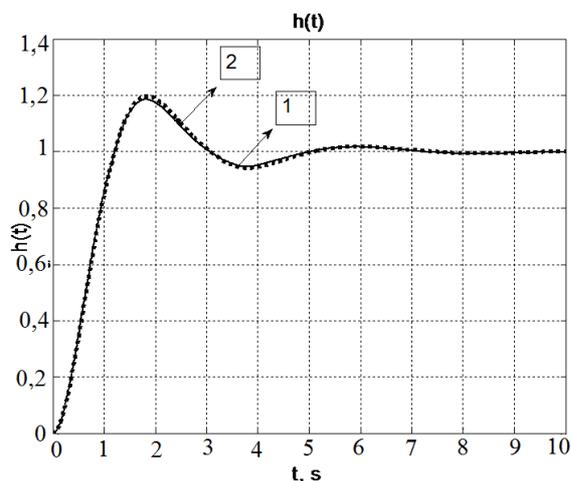


Рис. 4. Переходные характеристики САУ с типовым регулятором: 1 – непрерывная реализация регулятора, 2 – численная реализация регулятора с показателем дробности 1

На рис. 5 представлены переходные характеристики САУ с обычным регулятором и регулятором с показателем дробности 0,5. Как это следует из результатов анализа и приведенных иллюстраций, использование дробной производной в типовом регуляторе для конечномерных объектов не обеспечивает существенного улучшения показателей качества переходных процессов. Для объектов с транспортным запаздыванием также не зафиксировано каких-либо преимуществ. Напротив, для бесконечномерных объектов вида дробного апериодического звена, использование дробной производной в типовом регуляторе позволяет существенно улучшить показатели качества переходных процессов по сравнению

с обычным регулятором, а именно, уменьшить время регулирования (рис. 6). Дробная интегральная компонента не позволяет получить требуемый порядок астатизма ввиду конечности времени интегрирования при ее численной реализации.

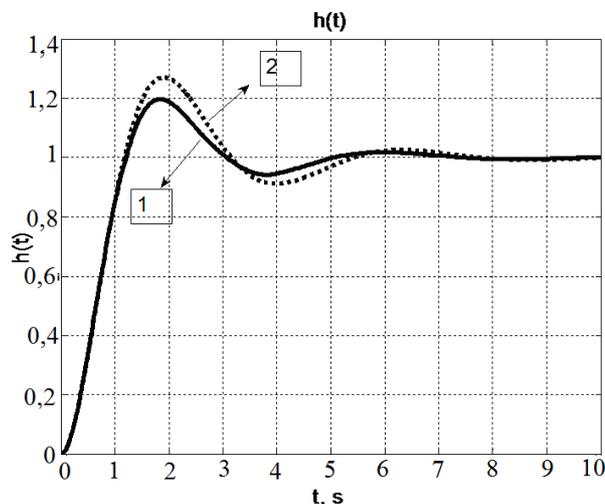


Рис. 5. Переходные характеристики САУ с типовым регулятором: 1 – обычный регулятор, 2 – регулятор с показателем дробности 0,5

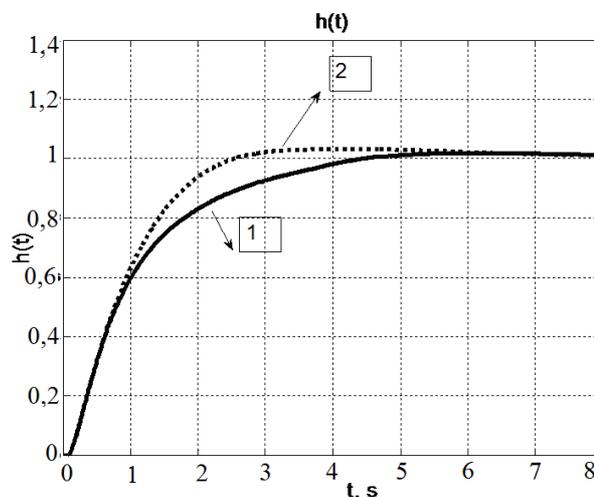


Рис. 6. Переходные характеристики САУ с типовым регулятором и объектом с дробным интегрированием: 1 – обычный регулятор, 2 – регулятор с показателем дробности производной 0,3, объект с показателем дробности интеграла 0,5

Наилучшие результаты достигаются в том случае, если показатели дробности регулятора и объекта совпадают. Причина указанного явления состоит в частичной компенсации полюсов передаточной функции объекта.

Перспективы дальнейших исследований заключаются в обосновании алгоритмов численной реализации интегро-дифференциальных преобразований для систем реального времени

Заключение

Предлагаемый подход к усовершенствованию типовых регуляторов в каналах селектора ЭСУ ГТД основан на обоснованных методах численных решений интегральных уравнений Вольтерры во временной области. Подход к построению типовых регуляторов с нецелочисленным указателем интегро-дифференциального преобразования может быть эффективным для регулирования температурного режима двигателя, поскольку в этом случае обоснованный алгоритм управления с дробным типовым регулятором соответствует математической модели процессов в объекте.

Литература

1. Васильев, В. В. *Дробное исчисление и аппроксимационные методы в моделировании динамических систем [Текст]* / В. В. Васильев, Л. А. Симак. – К. : НАН Украины, 2008. – 256 с.
2. Учайкин, В. В. *Метод дробных производных. [Текст]* / В. В. Учайкин. – У. : Изд-во Артишок, 2008. – 512 с.
3. Oldham, K. B. *The Fractional Calculus [Text]* / K. B. Oldham, J. Spanier. – Academic Press, 1974. – 234 p.
4. Нахушев, А. М. *Дробное исчисление и его применение [Текст]* / А. М. Нахнушев. – М. : ФИЗМАТ, 2003. – 272 с.
5. Бушер, В. В. *Динамические свойства систем управления с дробным порядком астатизма [Текст]* / В. В. Бушер // *Електротехнічні та комп'ютерні системи.* – 2010. – № 1 (77). – С. 13–16.
6. Миргород, В. Ф. *Методы численной реализации математических моделей динамических процессов в форме интегральных уравнений [Текст]* / В. Ф. Миргород, И. М. Гвоздева // *Авиационно-космическая техника и технология.* – 2012. – № 9 (96). – С.229-233.
7. Миргород, В. Ф. *Применение диагностических моделей и методов трендового анализа для оценки технического состояния газотурбинных двигателей [Текст]* / В. Ф. Миргород, Г. С. Ранченко,

В. М. Кравченко // *Авиационно-космическая техника и технология.* – 2008. – № 9 (56). – С.192-197.

8. Миргород, В. Ф. *Обобщение методов аналитического решения некоторых типов интегральных уравнений Вольтерра второго рода [Текст]* / В. Ф. Миргород // *Искусственный интеллект.* – 2009. – №3. – С. 68-80.

References

1. Vasil'ev, V. V., Simak, L. A. *Drobnое ischislenie i approksimatsionnye metody v modelirovanii dinamicheskikh sistem [Fractional calculus and approximation methods in the modeling of dynamical systems].* Kiev, NAN Ukrainy Publ., 2008. 256p.
2. Uchaikin, V. V. *Metod drobnykh proizvodnykh. [The method of fractional derivatives].* Ul'yanovsk, *Artishok*, 2008. 512 p.
3. Oldham, K. B., Spanier, J. *The Fractional Calculus [The Fractional Calculus].* Academic Press, 1974. 234 p.
4. Nahushev A. M. *Drobnое ischislenie i ego primeneniye [Fractional calculus and its application].* Moscow, *FIZMATLIT*, 2003. 272 p.
5. Busher, V. V. *Dinamicheskie svoystva sistem upravleniya s drobnym porjadkom astatizma [Dynamic properties of control systems with fractional order of astatism].* *Elektrotehnikni ta komp'juterni sistemi*, 2010, no. 01 (77), pp. 13–16.
6. Mirgorod, V.F., Gvozdeva I.M. *Metody chislennoj realizacii matematicheskikh modelej dinamicheskikh processov v forme integral'nyh uravnenij [Methods of numerical realization for mathematical models of dynamic processes in the form of integral equations].* *Aviacijno-kosmichna tehnika i tehnologija*, 2012, no. 9 (96), pp.229-233.
7. Mirgorod, V. F., Ranchenko, G. S., Kravchenko, V. M. *Primeneniye diagnosticheskikh modelej i metodov trendovogo analiza dlja ocenki tehničeskogo sostojanija gazoturbinnnyh dvigatelej [Application of diagnostic models and methods of trend analysis to assess the technical state of gas turbine engines]* *Aviacijno-kosmichna tehnika i tehnologija*, 2008, no. 9 (56), pp. 192-197.
8. Mirgorod, V. F. *Obobshheniye metodov analiticheskogo reshenija nekotoryh tipov integral'nyh uravnenij Vol'terra vtorigo roda [Generalization of methods for the analytic solution of certain types Volterra integral equations, of the second kind].* *Iskusstvennyj intellekt*, 2009, no. 3, pp. 8-80.

Поступила в редакцию 8.04.2017, рассмотрена на редколлегии 9.06.2017

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В. Н. Крылов, Институт компьютерных систем ОНПУ, Одесса, Украина.

**ДОСЛІДЖЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ТА МОЖЛИВОСТЕЙ
ТИПОВИХ РЕГУЛЯТОРІВ ІЗ НЕЦІЛКОВООБЧИСЛЮВАНИМ ПОКАЗНИКОМ
ІНТЕГРО-ДИФЕРЕНЦІЙНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ**

В. Ф. Миргород, І. М. Гвоздева

В роботі пропонується підхід до побудови типових регуляторів із нецілковообчислюваним показником інтегро-диференційного перетворення. Отримані логарифмічні частотні характеристики регуляторів з різними значеннями показника дрібного інтегрування та диференціювання. Вирішена задача обчислюваного моделювання типового регулятора. Еквівалентне представлення математичних моделей інтегро-диференційного перетворення пропонується відшукувати в вигляді оператора Вольтерри. Виконано аналіз перехідних процесів в системі автоматичного управління із дробовим типовим регулятором. Встановлені області переважного застосування типових регуляторів із нецілковообчислюваним показником інтегро-диференційного перетворення. Розроблено програмно-алгоритмічне забезпечення для реалізації пропонованого підходу

Ключові слова: математична модель, система автоматичного управління, типовий регулятор, дрібна похідна, обчислювальне рішення

**INVESTIGATION OF CHARACTERISTICS AND OPPORTUNITIES
OF TYPICAL REGULATORS WITH UNKNOWN INDEX
OF INTEGRO-DIFFERENTIAL TRANSFORMATION**

V. F. Mirgorod, I. M. Gvozdeva

The paper proposes an approach to development of typical regulators with an integer index of integro-differential transformation. Logarithmic frequency characteristics of regulators with different values of the index of fractional integration and differentiation are obtained. The problem of numerical modeling of a typical regulator is solved. An equivalent representation of mathematical models of the integro-differential transformation is proposed to be sought in the form of a Volterra operator. The analysis of transient processes in the automatic control system with a fractional type regulator is performed. Areas of the preferred application of typical regulators with noninteger index of integro-differential transformation are established. The software and algorithmic support for the implementation of the proposed approach has been developed.

Keywords: mathematical model, automatic control system, type controller, fractional derivative, numerical solution

Миргород Владимир Федорович – д-р техн. наук, вед. науч. сотр. АО «Элемент», Одесса, Украина, e-mail: v.f.mirgorod@gmail.com.

Гвоздева Ирина Маратовна – д-р техн. наук, вед. науч. сотр. АО «Элемент», Одесса, Украина, e-mail: v.f.mirgorod@gmail.com.

Mirgorod Vladimir Fedorovich – Doctor of Technical Science, Head Science Researcher JSC Element, Odessa, Ukraine, e-mail: v.f.mirgorod@gmail.com.

Gvozdeva Irina Maratovna – Doctor of Technical Science, Head Science Researcher JSC Element, Odessa, Ukraine, e-mail: v.f.mirgorod@gmail.com.