

УДК 629.7.054

В. В. КАРАЧУН, С. В. ФЕСЕНКО*Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт им. Игоря Сикорского», Киев***ДИФРАКЦИЯ ЗВУКОВЫХ ВОЛН
НА ПЕРЕКРЕСТНОМ УПРУГОМ ШАРНИРЕ ПОДВЕСА ГИРОСКОПА**

Строится расчетная модель упругого взаимодействия проникающего акустического излучения с плоскими изотропными фрагментами подвеса гироскопа в эксплуатационных условиях гиперзвукового полета. Показано, что при одновременном проявлении условия волнового совпадения в акустическом поле и равенства частот собственных колебаний пластины конечных размеров и частоты вынужденных колебаний бесконечной пластины становится возможным эффект акустической прозрачности преграды в виде пространственно-частотного резонанса. При этом звуковая волна проходит внутрь без потерь своей энергии.

Ключевые слова: *подвес гироскопа, двойной тригонометрический ряд, формы колебаний, акустическая прозрачность оболочки, резонанс совпадения, волновой размер, звуковая волна, граничная частота*

Введение

Исследования относятся к области прикладной механики и посвящены изучению особенностей динамики фрагментов механических систем подвеса гироскопа в эксплуатационных условиях пилотируемого и беспилотного полетов. В частности, изучаются особенности динамики плоских фрагментов подвеса гироскопа в акустических полях гиперзвукового движения, шахтного старта летательных аппаратов и старта с платформ мобильного базирования.

Достоинства построенной аналитической базы состоит в том, что она может практически без доработки использоваться также для изогнутых пластин и оболочек в случае значительного их волнового размера, намного больше единицы.

Изучение природы возникновения локальных особенностей резонансного типа в плоских элементах подвеса гироскопа послужит основой для установления причин появления дополнительных погрешностей инерциальных сенсоров на боевом дежурстве.

ВМС США планируют увеличить дальность стрельбы ракетой *AIM-9X Block III* на 60%, что резко повысит возможности американских истребителей по уничтожению *целей* за пределами прямой видимости.

Таким образом, дальность бывшей ракеты ближнего радиуса действия в результате многолетних доработок и модификаций возрастет в общей сложности до 50-55 км. Фактически, *AIM-9X Block III* станет ракетой средней дальности.

Для увеличения дальности стрельбы, ракета

AIM-9X Block III будет оснащена новым ракетным двигателем с повышенной эффективностью. Ракета также получит новую боевую часть, нечувствительную к различным воздействиям, вроде ударов и пожара. Это резко повысит безопасность ее эксплуатации, особенно учитывая, что *AIM-9X* могут размещаться и во внутренних отсеках самолета *F-22*. Новая ракета будет использовать совершенную электронику и систему управления от модификации *Block II*. Следует отметить, что текущая версия *AIM-9X Block II* обладает довольно высокими возможностями. Прежде всего, она может быть запущена еще до того, как инфракрасная головка самонаведения (*ГСН*) захватит *цель*, то есть вне пределов прямой видимости. Это позволяет начать упреждающую атаку, причем на финальной стадии наведения используется не радиолокационная головка самонаведения, как у ракет *AIM-120 AMRAAM*, а инфракрасная, не подверженная воздействию совершенных систем РЭБ. Также, *AIM-9X Block II* имеет высокую маневренность и цифровую систему наведения, что повышает вероятность поражения *цели* (рис. 1).

Новая ракета *AIM-9X Block III* будет применяться на самых разных модификациях истребителей США и их союзников, а также на перспективном истребителе 5-го поколения *F-35*. Типичная подвеска для данного истребителя – 2 ракеты *AIM-9X* на подкрыльевых пилонах и четыре *AIM-120* во внутренних отсеках. Это в 2 раза меньше боезапаса современных истребителей российского производства, так что для достижения паритета, американцам придется резко увеличить возможности ракет-

ного оружия, чего и планируют добиться с помощью ракеты *AIM-9X Block III* [http://zoom.cnews.ru/rnd/news/line/dalnost_osnovnoy_rakety_nato_uvelic_hat_na_60].

Производство ракет *AIM-9X* идет высокими темпами. Уже поставлены в войска более 5000 ракет *AIM-9X Block I*, причем не только в армию США, но и в ВВС еще 8 стран. Модификация *Block II* начала поступать в войска в 2014 году. Запрос на продажу *AIM-9X Block II* в конце прошлого года правительству США направила Польша и ряд других стран.



Рис. 1. В 2022 году под крылом стелс-истребителя *F-35* появятся новые ракеты *AIM-9X Block III*, атак которых будет трудно избежать

Ожидается, что модификация *Block III* начнет эксплуатационные испытания в 2020 году, а массовые поставки новой версии ракеты запланированы на 2022 год. К этому времени количество самолетов *F-35* в армии США значительно увеличится.

1. Постановка проблемы

В 2016 году армия США проведет первые морские стрельбы из рельсовой пушки. Кроме того, разработаны универсальные гиперзвуковые снаряды, которые в будущем могут стать основным средством поражения наземных, надводных и воздушных *целей*.

Концерн **BAE SYSTEMS** в 2016 году осуществит первые стрельбы из электромагнитной рельсовой пушки, в перспективе способной отправить снаряд на расстояние *400 км*. Испытания планируется провести на борту новейшего скоростного корабля *JHSV Millinocket*.

Но эта важная веха не единственная. Разработчики рельсового орудия предлагают оснастить гиперзвуковыми снарядами и обычные, пороховые, пушки, что резко повысит их возможности в борьбе с самыми разными *целями*. Прежде всего, с воздушными.

Сегодня, корабли вооружены автоматическими пушками калибра *100-145 мм*, которые имеют не только ограниченную дальность, но и недостаточно высокую точность стрельбы в условиях современно-

го боя. Поэтому, основной спектр возможных *целей* перекрывается ракетным оружием, которое и стоит очень дорого да, к тому же, имеет значительные габариты.

Для решения этой проблемы ВМС США планируют к 2025 г. поставить на вооружение рельсовую пушку, способную уничтожить любые *цели* недорогим снарядом и на большой дальности. Электромагнитную рельсовую пушку разрабатывают компании **BAE SYSTEMS** и **GENERAL ATOMICS**. Уже сейчас проводятся испытания рельсовых пушек. Первые стрельбы с корабельной палубы состоятся в 2016 году.

Рельсовые пушки смогут выпускать снаряды со скоростью *5 М* на расстояние до *400 км*. По прогнозам военных, такие пушки смогут поражать любые *цели*.

Для уничтожения особо прочных объектов и сооружений планируется использовать сердечники без взрывчатки, а для баллистических ракет – картечные снаряды. Таким образом, рельсовая пушка – это универсальное оружие, которое в большинстве случаев в состоянии заменить зенитные и противокорабельные ракеты, а при необходимости – выполнять еще и задачу огневой поддержки военного десанта.

По сообщению Управления по разработке морских систем ВМФ *NAVSEA*, возможности рельсовой пушки планируется частично реализовать и в обычных пороховых орудиях. Речь идет о планах по созданию гиперзвукового снаряда *HVP* для двух основных калибров ВМС США: *155 мм* и *127 мм*. Таким образом, для двух типов пороховых орудий и рельсовой пушки будет один универсальный сердечник. Разумеется, при выстреле из пороховой пушки скорость *HVP* будет ниже, нежели при выстреле из рейлгана, *3 М* против *5 М*. Но, все равно, скорость будет вдвое выше, чем при использовании пороха.

Снаряд *HVP* должен стать альтернативой дорогостоящим зенитным ракетам и *155-мм* снаряду *LRLAP* стоимостью *\$400 тыс.* за одну единицу для эсминцев класса *Zumwalt*.

У снаряда *HVP* сердечник будет общим. Различаться будут лишь контейнеры под стволы разного калибра. Пока испытания нового снаряда находятся в начальной стадии. Предполагается, что эти снаряды будут гораздо дальнобойнее и точнее существующих и позволят поражать самолеты и противокорабельные ракеты без использования зенитных ракет, а также уничтожать наземные и надводные *цели* на значительной дистанции. Не исключено, что подобные снаряды также начнут использоваться и в сухопутной артиллерии [http://zoom.cnews.ru/rnd/news/top/giperzvukovye_snaryady_rejlgana_poletyat_v_sleduyushchem_godu/print].

Преимущества, которые создают новые средства огневой поддержки порождают, вместе с тем, и массу проблем TERRA-аэронавигации. В первую очередь для аппаратов, летящих по пониженным траекториям. Это высокие температуры, сильная вибрация, ударная N-волна и проникающее акустическое излучение. Диффузные звуковые поля коренным образом изменяют динамические характеристики механических систем бортовой аппаратуры и повлияют на тактико-технические характеристики средств нападения в целом.

Основной особенностью влияния проникающего излучения является его пространственный характер. С одной стороны, здесь являются неэффективными принятые средства борьбы с влиянием внешних возмущений, с другой – необходим принципиально новый подход к построению расчетных схем, а именно, переход от систем с сосредоточенными параметрами к системам с распределенными параметрами. Продемонстрируем это применительно к плоским фрагментам подвеса гироскопа.

Дифракция звуковых волн на перекрестном упругом подвесе гироскопа. Опоры с трением упругости, в основном, применяются в системах, имеющих ограниченные углы поворота. Практически, такие опоры не создают момента сил трения (так как величина трения упругости очень мала), имеют невысокую точность фиксации направления оси, но удовлетворительно работают в условиях интенсивной вибрации. В зависимости от вида деформации упругого элемента различают опоры, работающие на изгиб, и опоры, работающие на кручение – торсионы.

Простой ленточный шарнир представляет собой пластину, связывающую неподвижное звено с перемещающимся звеном. Такой шарнир применяется, например, для подвеса маятника.

Упругий шарнир состоит из рычага, двух пружинящих пластин и неподвижного основания. Такой шарнир применяется при небольших углах поворота подвижной части (1...2 градуса). В качестве центра вращения принимается след, образованный пересечением продолжений средних плоскостей упругих пластин.

На рис. 2 показан перекрестный шарнир для подвеса двухстепенного гироскопа 3, который крепится на плате 1. Плата 1 закреплена на основании 4 с помощью опоры, состоящей из четырех упругих пластин 2, пересекающихся под углом $\alpha=60^\circ \dots 90^\circ$ и прикрепленных своими концами к основанию 4 и плате 1. Угол поворота таких шарниров может достигать 30° .

Перекрестный упругий шарнир. Механическая модель взаимодействия с акустическим излучением.

Примем для конкретности, угол $\alpha = \frac{\pi}{2}$ рад и проанализируем структуру упругого взаимодействия акустического излучения с подвесом двухстепенного гироскопа, установленного на двух перекрестных шарнирах (см. рис. 2).

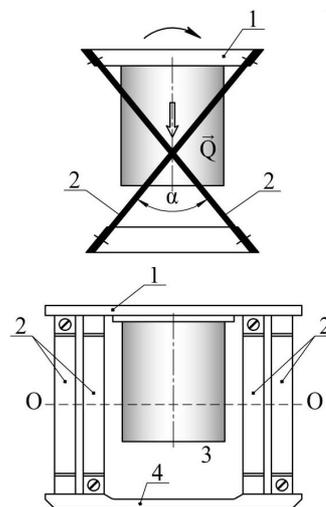


Рис. 2. Перекрестный упругий шарнир для подвеса двухстепенного гироскопа

Чтобы лучше уяснить природу этого явления, ограничимся рассмотрением только низших форм колебаний. Причем, для наглядности достаточно изучить лишь формы колебаний по одному из направлений.

Пусть под воздействием акустической волны упругие пластины совершают изгибное движение, реализуя только первую, низшую форму. Тогда в нормальном направлении одна получит перемещение r_1 , другая – r_2 , которые представленные в виде составляющих y_1, z_1 и y_2, z_2 , позволяют установить, что условная ось поворота подвижной части гироскопа будет иметь перемещение вдоль оси $Y - (y_1 + y_2)$ и вдоль оси $Z - (z_1 - z_2)$ (рис. 3, а). Если эти формы проявляются синфазно на обоих перекрестных шарнирах, то происходят угловые колебания относительно условной выходной оси прибора $O-O$ (рис. 3, г). Если же в противофазе – происходят крутильные колебания гироскопа относительно оси Z (рис. 3, в).

В том случае, когда первые формы изгибных колебаний пластин имеют вид, представленный на рис. 3, б, картина перемещений гироскопа изменяется и при синфазном перемещении крайних точек оси $O-O$ гироскоп совершает поступательные перемещения вдоль оси Z (рис. 3, д), а при противофазном – имеют место угловые колебания относительно выходной оси (рис. 3, е).

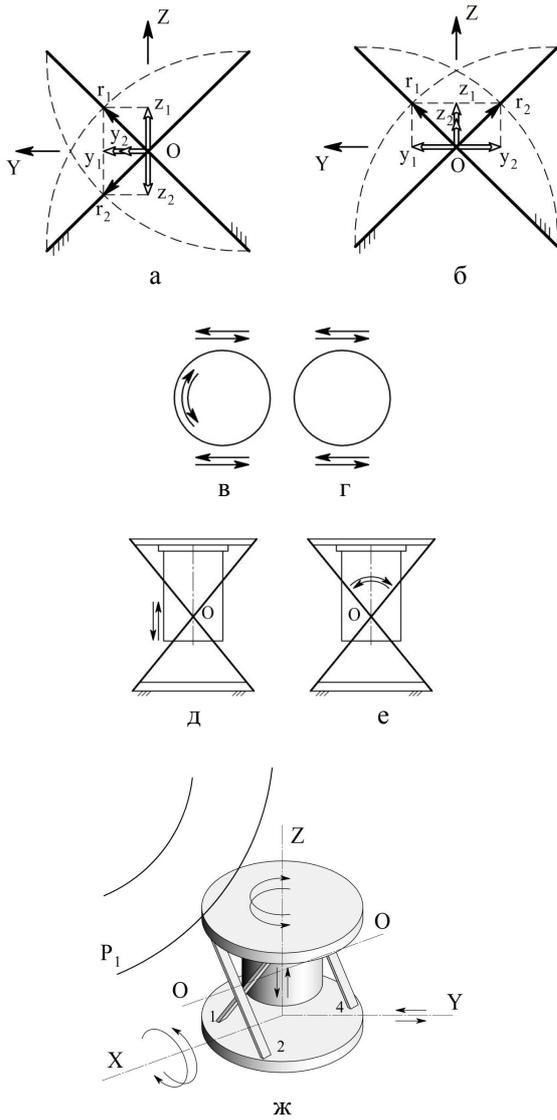


Рис. 3. Механизм упругого взаимодействия акустического излучения с прибором на упругом подвесе

Таким образом, подвес гироскопа при акустическом нагружении будет совершать прямолинейные колебания относительно осей Y , Z и угловые колебания относительно осей X , Z (рис. 3, ж). Как известно, в этом случае двухстепенной дифференцирующий гироскоп имеет систематическую погрешность, а двухстепенной интегрирующий гироскоп – систематический дрейф. Кроме того, в выходном сигнале прибора наблюдаются еще и периодические составляющие.

Двухстепенные гироскопические приборы нашли широкое применение в качестве чувствительных элементов гироскопических стабилизированных платформ. Поэтому требование высокой точности к их показаниям является ключевым в вопросах точности построения ориентирных направ-

лений на подвижных объектах. Это в первую очередь относится к ракетам-носителям (РН) и гиперзвуковых ЛА, двигательные установки которых создают высокие звуковые давления (до 180 дБ) в достаточно широком частотном диапазоне.

Анализ влияния более высоких форм колебаний на динамику подвеса показывает, что принципиально картина прохождения звуковой волны не изменяется, в то же время, она несколько усложняется. Так, наиболее благоприятным для прибора является сочетание 1 формы колебаний одной пластины с четными формами колебаний другой, т.е. с 2, 4, 6 и т.д. (рис. 4, а). В этом случае, как видно, перемещение выходной оси прибора в направлении оси Y обусловлено только колебаниями первой пластины r_1 , а в направлении оси Z – перемещение отсутствует. Если же имеет место сочетание первой формы колебаний одной пластины и нечетных форм (1, 3, 5, 7 и т.д.) другой – наблюдается наиболее сложное движение оси подвеса – как в направлении оси Y , так и в направлении оси Z (рис. 4, б). Имеет место как поступательная, так и угловая акустическая вибрация подвеса.

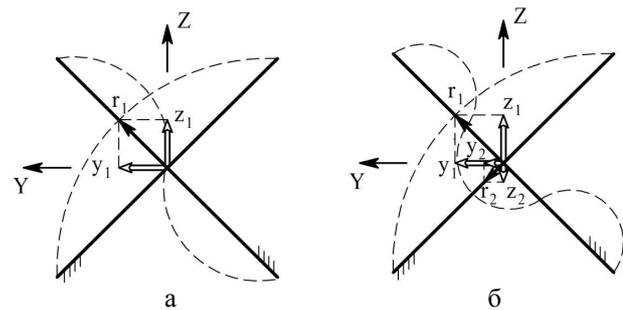


Рис. 4. Влияние форм колебаний пластин на движение выходной оси прибора

Таким образом, упругое взаимодействие подвеса гироскопа с акустическим излучением приводит к возмущенному движению прибора и, как следствие, к возникновению погрешностей измерения.

Оставляя в стороне вопрос прохождения акустической волны через собственно гироскоп, механическую модель расчета взаимодействия волны избыточного давления P_{10} с подвесом можно представить в виде двух упругих пластин не связанных между собой, на которые действует плоская монохроматическая волна (рис. 5). Здесь 1, 2, 3 – соответственно падающая, отраженная и прошедшая волны через первую пластину, 1', 2', 3' – через вторую. Угол α примем равным $\frac{\pi}{2}$ рад.

Целый ряд вопросов динамики пластин, их физической структуры и др. при воздействии акустического излучения остается до конца не изученным. Прежде всего это относится к учету граничных

условий при изучении пластин конечной протяженности, что приводит к бесконечной системе уравнений, описывающих механическую модель.

Характерной особенностью геометрии граничных поверхностей упругих тел является наличие угловых линий. Исходя из постановки граничных задач теории упругости в смещениях (на основе векторного уравнения Г. Ламе), можно выделить три основных граничных задачи – задание на поверхности тела вектора внешних усилий, задание на поверхности тела вектора упругих смещений и смешанная задача, состоящая в том, что на части граничной поверхности заданы усилия, а на остальной ее поверхности определен вектор смещений.

В настоящее время получили развитие два подхода – метод однородных решений, впервые примененный П. А. Шиффом и В. А. Стекловым, и метод точных решений Г. Ламе. Первый стал мощным средством асимптотического анализа приближенных теорий оболочек. Предпосылкой возрождения второго стало наличие стройной теории бесконечных систем и появление ПЭВМ. Здесь уместно упомянуть об открытии Б. М. Кояловичем закона асимптотических выражений, который позволил установить отсутствие особенностей в выражениях для напряжений в угловых точках и решить первую основную граничную задачу.

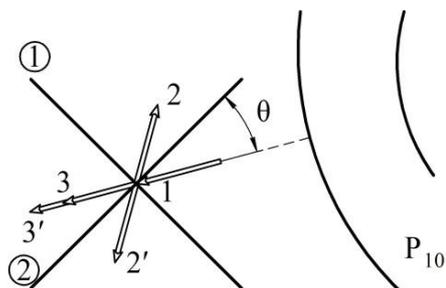


Рис. 5. Механизм прохождения волны давления через упругий подвес

Анализ изгибных колебаний плоских тел конечных размеров, каковыми можно рассматривать пластины упругого подвеса, можно осуществить также с помощью метода, изложенного в работах С. П. Тимошенко. Суть его состоит в представлении механического возмущения и прогиба пластины двойным рядом по нормальным функциям в прямоугольной области. Этот метод имеет наиболее простую математическую интерпретацию, но позволяет, вместе с тем, достаточно глубоко исследовать динамику тел конечных размеров.

Будем предполагать в дальнейшем, что пластины упругого подвеса имеют на концах шарнирные крепления и, таким образом, энергия акустического излучения будет полностью поглощаться колеблю-

щимися пластинами, без трансляции ее на сопряженные конструкции.

2. Литературный обзор

Динамические свойства плоской бесконечной преграды в акустическом поле изучались в работах [1 – 4]. Слоистые конструкции рассмотрены в работах [5 – 7]. Влияние звуковых волн на подвес гироскопа рассмотрены в работах [8 – 10]. Что касается резонансных проявлений в подвесе гироскопа то они, как правило, сосредоточены на влиянии вибрации основания и на параметрическом резонансе.

Внешнее возмущение в виде пространственных волн, с точки зрения проявления локальных особенностей подвеса гироскопа не изучалось.

3. Объект, цель и задачи исследований

Объектом исследований служит процесс упругого взаимодействия проникающего акустического излучения с плоскими изотропными фрагментами подвеса гироскопа, конечными по величине.

Целью исследования служит оценка степени опасности проявления локальных особенностей резонансного типа в подвесе гироскопа при эксплуатационном использовании летательного аппарата.

Для достижения поставленной цели следует решить следующие задачи:

1. Построить расчетную модель изучаемого явления.
2. Выбрать такую методику построения математической модели, когда особенности резонансного типа были бы очевидны и обозримы для дальнейшего анализа при изучении динамики подвеса гироскопа в целом. В частности, для оценки дополнительных погрешностей автономного позиционирования.
3. Изучить целесообразность и эффективность изучения явления с помощью двойных тригонометрических рядов по нормальным функциям в прямоугольной области.
4. Оценить степень влияния форм колебаний пластины по двум взаимно перпендикулярным направлениям на полноту трансляции звуковой энергии через плоскую преграду.

4. Расчетная модель возникновения в пластине особенностей резонансного типа

Прохождение акустических волн через плоские комплекты в виде бесконечных пластин описывается основательно упрощенным математическим аппаратом и значительно снижает трудоемкость анализа. Для изучения отдельных вопросов, этого вполне

достаточно и, как правило, такими моделями ограничивается изучение динамики упругого взаимодействия плоских преград с акустической волной.

Вместе с тем, имитационное (приближенное) моделирование процесса привело, как оказалось, к упрощениям, при которых теоретические и экспериментальные результаты стали приводить к не согласующимся между собой выводам. В первую очередь это касается возникновения локальных особенностей.

Выход из создавшейся ситуации состоит в максимальном приближении имитационных моделей к реальным конструкциям. Применительно к изучаемым явлениям – это требует перехода от неограниченных по протяженности пластин к пластинам ограниченных размеров.

Изучение изгибного движения плоских тел ограниченных размеров в этом случае целесообразно строить исходя из представления внешнего воздействия и прогиба пластины в виде двойного тригонометрического ряда в прямоугольной области. Этот метод имеет наиболее простую математическую интерпретацию, но позволяет, вместе с тем, достаточно глубоко изучить динамику тел ограниченных размеров.

Рассмотрим двумерную задачу. Предположим, что длина пластины равна a , ширина – b , толщина – 2δ и постоянна по всей площади. Считаем также, что толщина пластины намного меньше всех других ее размеров, т.е.

$$2\delta \ll a; 2\delta \ll b.$$

Материал пластины примем абсолютно упругим, однородным и изотропным. Длину изгибной волны предполагаем более чем в шесть раз превышающей толщину пластины, что разрешит воспользоваться уравнением тонкой пластины.

Акустическое поле будем считать диффузным.

С учетом принятых упрощений, можно утверждать, что боковые грани выделенного элемента площади длины dy и ширины dx во все время движения остаются параллельными плоскостям xOz и yOz , а также перпендикулярными к срединной плоскости (рис. 6).

Какой бы функцией координат x, y не был бы изгиб W пластины, его всегда можно представить в прямоугольной области двойным рядом по нормальным функциям, т.е.

$$W(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}, \quad (1)$$

где $m = 1, 2, \dots$, $n = 1, 2, \dots$ – числа полуволн изгиба соответственно вдоль осей x и y ; $W(x, y)$ – перемещение точки поверхности пластины с координата-

ми x, y в направлении z ; $W_{mn} = W_{mn}(t)$ (рис. 7).

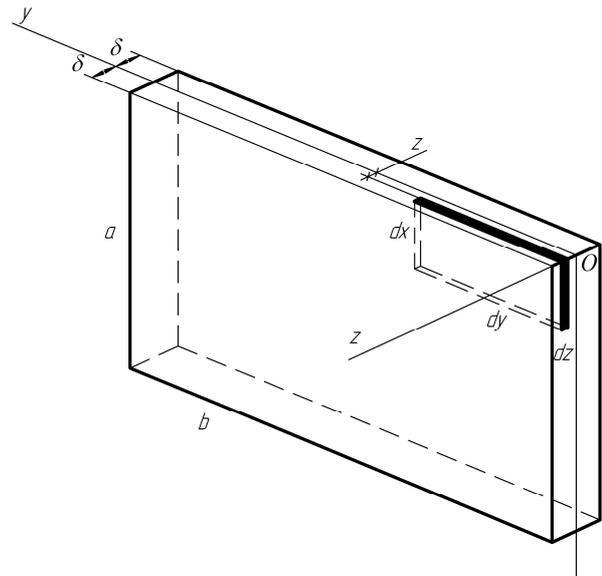


Рис. 6. Схема пространственного нагружения пластины

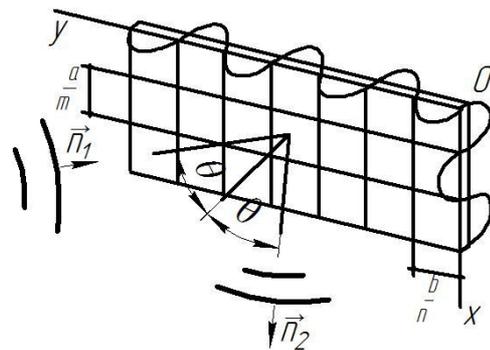


Рис. 7. Распределение прогибов пластины: m, n – числа полуволн

Легко видеть, что каждый член ряда (1) удовлетворяет граничным условиям вида

$$\begin{aligned} W|_{x=0} = 0; W|_{x=a} = 0; \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \Big|_{x=0} = 0; \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \Big|_{x=a} = 0; \\ W|_{y=0} = 0; W|_{y=b} = 0; \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \Big|_{y=0} = 0; \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \Big|_{y=b} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Соотношения (1) позволяют вычислить максимальную потенциальную энергию Π_0 , которая накапливается при изгибной деформации пластины. Для этого, достаточно определить максимальное значение потенциальной энергии $d\Pi_0$ элементарного участка, а затем полученное выражение проинтегрировать по двум направлениям:

$$\Pi_0 = \frac{1}{2} D \int_0^a \int_0^b \left[\left(\frac{\partial^2 W(x, y)}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 W(x, y)}{\partial y^2} \right)^2 + 2\sigma \times \right. \\ \left. \times \frac{\partial^2 W(x, y)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W(x, y)}{\partial y^2} + 2(1-\sigma) \left(\frac{\partial^2 W(x, y)}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy, \quad (3)$$

где $D = 8E\delta^3 [12(1-\sigma)]^{-1}$ – цилиндрическая жесткость пластины; E – модуль упругости; σ – коэффициент Пуассона.

Величина максимальной кинетической энергии T_0 при поперечных колебаниях пластины определяется формулой

$$T_0 = \frac{1}{2} \omega^2 \mu \int_0^a \int_0^b W^2(x, y) dx dy, \quad (4)$$

где μ – удельная масса; ω – круговая частота.

Применим общее уравнение динамики для построения дифференциального уравнения пластины в главных координатах. Получаем:

$$\mu \ddot{W}_{mn} + D\pi^4 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) W_{mn} = Q_{m_1 n_1}, \quad (5)$$

где $\pi^2 (D\mu^{-1})^{\frac{1}{2}} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) = \omega_{mn}$ – собственная частота колебаний; $Q_{m_1 n_1}$ – обобщенная сила.

Итак, если падающую звуковую волну $P(x, y)$ представить в виде

$$P(x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} P_{m_1 n_1} \sin \frac{m_1 \pi x}{a} \sin \frac{n_1 \pi y}{b}, \quad (6)$$

где $P_{m_1 n_1}$ – амплитуда давления соответствующей формы, а m_1, n_1 – числа полуволн звукового давления, которые приходятся на длину и ширину, тогда ее виртуальная работа будет вычисляться по формуле

$$\delta A = \int_0^a \int_0^b P_1(x, y, t) \delta W_{mn} \sin \frac{m_1 \pi x}{a} \sin \frac{n_1 \pi y}{b} dx dy. \quad (7)$$

Положив для конкретности

$$P_1(x, y, t) = P_{10} \exp i \left\{ \omega t - k [x \sin \theta + (y - \delta) \cos \theta] + \frac{\pi}{2} \right\}, \quad (8)$$

где P_{10} – амплитуда давления; k – волновое число, из выражения (7) получим –

$$Q_{m_1 n_1} = P_{10} \exp i \left(\omega t - k \delta \cos \theta + \frac{\pi}{2} \right) \times \\ \times \exp i [k (b \cos \theta - a \sin \theta)] \left\{ \left[S_1 m_1 \pi a^{-1} \exp i (k a \sin \theta) - \right. \right. \\ \left. \left. - S_2 n_1 \pi b^{-1} \exp i (k b \cos \theta) - S_1 S_2 \right] \right\} \times \\ \times \left\{ \left[(k \cos \theta)^2 + (n_1 \pi b^{-1})^2 \right] \left[(k \sin \theta)^2 + (m_1 \pi a^{-1})^2 \right] \right\}, \quad (9)$$

где $S_1 = k \cos \theta \sin n_1 \pi - n_1 \pi b^{-1} \cos n_1 \pi$;

$$S_2 = k \sin \theta \sin m_1 \pi + m_1 \pi a^{-1} \cos m_1 \pi.$$

В том случае, когда $0 < m_1 \ll 1$, $0 < n_1 \ll 1$, что соответствует равномерно распределенному по площади пластины нагружению, формула (9) преобразуется к виду:

$$Q_{m_1 n_1} = P_{10} ab (m_1 n_1)^{-1} (1 - \cos m_1 \pi) (1 - \cos n_1 \pi). \quad (10)$$

Вне всякого сомнения, для четных значений величин m_1 и n_1 обобщенная сила Q будет равна нулю, т.е.:

$$Q_{m_1 n_1} = 0. \quad (11)$$

Наоборот, для нечетных значений –

$$Q_{m_1 n_1} = 4P_{10} ab (m_1 n_1 \pi^2)^{-1}. \quad (12)$$

Вычислив теперь максимальную работу A_0 , которую совершает падающая волна звукового давления, по формуле

$$A_0 = \int_0^a \int_0^b P(x, y) W(x, y) dx dy, \quad (13)$$

устанавливаем закон изгибных колебаний пластины исходя из условия экстремальных ее свойств при изгибе:

$$\frac{\partial}{\partial W_{mn}}(T_0 - \Pi_0 + A_0) = 0. \quad (14)$$

При необходимости учета диссипации энергии, обусловленной внутренним трением, достаточно в выражении (14) учесть работу этих сил, т.е.

$$\frac{\partial}{\partial W_{mn}}(T_0 - \Pi_0 + A_0 - R_0) = 0, \quad (15)$$

где

$$R_0 = \frac{\chi}{2} \int_0^b \int_0^a W^2(x, y) dx dy = \frac{1}{8} \mu \eta ab \omega^2 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn}^2; \quad (16)$$

$\chi = \eta \mu \omega_{mn}^2$ – коэффициент внутреннего трения;
 η – коэффициент потерь.

Особенностью акустического нагружения, в отличие от вибрационного, является его пространственный характер. Если вибрация попадает внутрь прибора только через опоры и борьба с ней достаточно эффективна с помощью амортизаторов, то акустическое воздействие поступает внутрь прибора и через среду.

Пространственно-частотный резонанс. Предположим, что

$$m_1 = m; \quad n_1 = n.$$

Эти условия предполагают наличие совпадения числа полуволн акустического излучения и генерируемой в пластине вибрации в двух направлениях – вдоль оси x ($m_1 = m$) и вдоль оси y ($n_1 = n$).

Подставив соотношения (1), (8) в выражения (3), (4) и (13), получаем следующее:

$$\begin{aligned} \Pi_0 &= \frac{1}{8} V ab \pi^4 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) W_{mn}^2(x, y), \\ T_0 &= \frac{1}{8} \mu ab \omega^2 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn}^2(x, y), \\ A_0 &= \frac{1}{4} ab \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} P_{mn} W_{mn}(x, y). \end{aligned} \quad (17)$$

Исходя из условия экстремальности (15), выражения (17) дают возможность выяснить величину изгиба для каждой пары индексов m и n –

$$W_{mn}(x, y) = \frac{P_{mn}}{\mu(\omega_{mn}^2 - \omega^2)}, \quad (18)$$

где ω_{mn} – собственная частота, вычисляемая по приведенной выше формуле.

Очевидно, что при условии наступления равенства

$$\omega = \omega_{mn},$$

прогиб пластины бесконечно растет, и она становится акустически «прозрачной».

Подставляя значение обобщенной силы Q_{mn} (19) в дифференциальное уравнение движения (5), можно установить закон изгибных колебаний пластины на mn -ой форме при непрерывном действии звукового излучения в интервале времени $[0, t]$. Он содержит собственные и вынужденные колебания, т.е.

$$\begin{aligned} W_{mn}(x, y, t) &= \omega_{mn}^{-1} \int_0^t Q_{mn} \mu^{-1} \sin \omega_{mn}(t - t_1) dt_1 = \\ &= P_{10} \exp i \left\{ \omega t + k[(b - \delta) \cos \theta - a \sin \theta] + \frac{\pi}{2} + \text{tg} \varphi(t) \right\} \times \\ &\times \left\{ [S_1 m \pi a^{-1} \exp i(ka \sin \theta) - \right. \\ &- S_2 n \pi b^{-1} \exp i(kb \cos \theta) - S_1 S_2] + mn \pi^2 (ab)^{-1} \left. \right\} \times \\ &\times \left\{ \mu (\omega_{mn}^2 - \omega^2) \left[(k \cos \theta)^2 + (\pi \pi b^{-1})^2 \right] \times \right. \\ &\times \left. \left[(k \sin \theta)^2 + (m \pi a^{-1})^2 \right] \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (19)$$

Окончательно, из выражения (1), с учетом соотношения (19), получаем:

$$\begin{aligned} W(x, y, t) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn}(x, y, t) \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{b} = \\ &= P_{10} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \rho(t) \left\{ \mu (\omega_{mn}^2 - \omega^2) \left[(k \cos \theta)^2 + (\pi \pi b^{-1})^2 \right] \times \right. \\ &\times \left. \left[(k \sin \theta)^2 + (m \pi a^{-1})^2 \right] \right\}^{-1} \times \\ &\times \exp i \left\{ \omega t + k[(b - \delta) \cos \theta - a \sin \theta] + \frac{\pi}{2} + \text{tg} \varphi(t) \right\} \times \\ &\times \{ [S_1 m \pi a^{-1} \exp i(ka \sin \theta)] + mn \pi^2 (ab)^{-1} - \\ &- S_2 n \pi b^{-1} \exp i(kb \cos \theta) - S_1 S_2 \} \times \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{b}, \end{aligned} \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} \rho(t) &= [(\cos \omega t - \cos \omega_{mn} t)^2 + (\sin \omega t - \omega \omega_{mn}^{-1} \sin \omega_{mn} t)^2]^{-\frac{1}{2}}; \\ \text{tg} \varphi(t) &= (\sin \omega t - \omega \omega_{mn}^{-1} \sin \omega_{mn} t) (\cos \omega t - \cos \omega_{mn} t)^{-1}. \end{aligned}$$

Аналогично для случая равномерно распределенного по площади пластины акустического

нагрузки. С этой целью, достаточно соотношения (12) подставить в уравнения (5). Получаем –

$$W_{mn}(x, y, t) = 16gP_{10}(\mu mn\pi^2\omega_{mn}^2)^{-1}(1 - \cos\omega_{mn}t) \quad (21)$$

Теперь можно установить закономерность изгибного движения пластины:

$$W(x, y, t) = 16P_{10}g(\mu\pi^2)^{-1} \times \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (mn\omega_{mn}^2)^{-1} (1 - \cos\omega_{mn}t) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}, \quad (22)$$

где m и n – нечетные.

Для пластины конечных размеров изгибное движение можно представить в виде суперпозиции вынужденных колебаний бесконечной пластины и собственных колебаний, которые возникают в пластине с учетом ее размеров.

Если импеданс пластины на mn -ой форме имеет вид

$$Z_{mn} = P_{mn}V_{mn}^{-1} = i\mu\omega \left[(c_3c^{-1}\sin\theta)^4 - (\omega^{-1}\omega_{mn})^2 \right], \quad (23)$$

тогда становится очевидным, что даже при выполнении условия волнового совпадения

$$c_3 = c \sin^{-1}\theta,$$

но при отсутствии равенства частот ω_{mn} собственных колебаний пластины конечных размеров и частот ω вынужденных колебаний бесконечной пластины, прогибы будут иметь фиксированную величину. Акустически «прозрачной», т.е. наступление равенства $Z_{mn} = 0$, будет происходить только при одновременном выполнении условий –

$$c_3 = c \sin^{-1}\theta; \quad \omega = \omega_{mn}. \quad (24)$$

Численный анализ доказывает, что максимальные прогибы пластины имеет на первой, самой низкой, форме, т.е. при

$$m_1 = m = 1; \quad n_1 = n = 1.$$

Очевидно, что чем выше номер формы, тем больше усложняется структура движения. Количество экстремумов определяется произведением mn .

При нечетных n , величины прогибов существенно больше. Таким образом, эти формы активно способствует интенсивной перекачке звуковой энергии.

5. Обсуждение результатов прогибов пластины по формам колебаний

Значения максимальных прогибов пластины для первых пяти форм колебаний приведены в табл. 1.

Таблица 1

Максимальные прогибы пластины

$m = m_1$	$n = n_1$	$W_{\max}/10^{-3}P_{10}, \text{ м}$
1	1	15
1	2	$12 \cdot 10^{-4}$
1	3	4,8
1	4	$5,9 \cdot 10^{-4}$
1	5	2,9
2	2	$11,8 \cdot 10^{-4}$
3	3	4,8
4	4	$5,6 \cdot 10^{-4}$
5	5	2,9

Значения собственных частот ω_{mn} форм колебаний приведены в табл. 2.

Таблица 2

Значения собственных частот пластины

$m = m_1$	$n = n_1$	$\omega_{mn}, \text{ с}^{-1}$	$m = m_1$	$n = n_1$	$\omega_{mn}, \text{ с}^{-1}$
1	1	0,376	4	1	4,888
	2	0,602		2	5,114
	3	0,978		3	5,490
	4	1,504		4	6,016
	5	2,181		5	6,693
2	1	1,278	5	1	7,595
	2	1,504		2	7,821
	3	1,880		3	8,197
	4	2,406		4	8,723
	5	3,083		5	9,340
3	1	2,782			
	2	3,008			
	3	3,384			
	4	3,910			
	5	4,587			

Таким образом, наиболее опасны нечетные формы колебаний, которые транслируют максимальную звуковую энергию.

Выводы

Проведенные исследования показывают, что в эксплуатационных условиях элементная база подвеса гироскопа и его комплектующих переходит в категорию импедансных структур упруго взаимодействия с проникающим акустическим излучением.

Поэтому бортовая аппаратура нуждается в акустическом комфорте.

Какими методами будет решаться эта задача зависит от того, что важнее – высокая точность позиционирования или минимальная масса летательного аппарата.

Наконец, особое внимание следует уделять опасности проявления резонансных явлений, в частности, пространственно-частотного резонанса. Пути решения этой задачи еще недостаточно отработаны, что объясняется пространственным характером N-волны и проникающего излучения (в отличие от силовых и кинематических воздействий проникающих внутрь приборов только через опоры).

Литература

1. Бешенков, С. Н. Исследование звукоизоляционных свойств трехслойной конструкции [Текст] / С. Н. Бешенков, Е. Г. Глосков, В. П. Ольшанский // *Акустический журнал*. – 1974. – Т. 20, № 2. – С. 276-281.
2. Боголепов, И. И. Промышленная звукоизоляция [Текст] : монография / И. И. Боголепов. – Л. : Судостроение, 1986. – 386 с.
3. Бреховских, И. М. Волны в слоистых средах [Текст] : монография / Л. И. Бреховских. – М. : Наука, 1973. – 344 с.
4. Валеев, К. Г. Определение напряженного состояния плоской панели в акустическом поле выхлопной струи [Текст] / К. Г. Валеев, В. Е. Квитка // *Прикладная механика*. – 1970. – Т. 6, № 4. – С. 30-43.
5. Голоскоков, Е. Г. Упругоакустические задачи динамики трехслойных конструкций [Текст] : монография / Е. Г. Голоскоков, С. Н. Бешенков. – Х. : Выща шк., 1980. – 189 с.
6. Каниболотский, М. А. Оптимальное проектирование слоистых конструкций [Текст] : монография / М. А. Каниболотский, Ю. С. Уржурцев. – Новосибирск : Наука. Сиб. Отд., 1980. – 176 с.
7. Karachun, V. V. Wave tasks of inertial navigation [Text] / V. V. Karachun, V. N. Mel'nick // *Восточно-Европейский журнал передовых технологий*. – 2010. - № 6/3 (48). – С. 16-20.
8. Karachun, V. V. Influence of Diffraction Effects on the Inertial Sensor of a Gyroscopically Stabilized Platform: Three-Dimensional Problem [Text] / V. V. Karachun, V. N. Mel'nick // *International Applied Mechanics*. – July 2012. – Vol. 48, № 4. – P. 458-464.
9. Karachun, V. V. Wave coincidence and errors of floating gyroscope at the resonance Level [Text] / V. V. Karachun, V. U. Shibetckij // *News of Science and*

Education, Technical Science, Mathematics. – Sheffield, UK Science and Education Ltd, 2014. – № 31 (21). – P. 56-62.

10. Karachun, V. V. Vibration of a plate under an acoustic load [Text] / V. V. Karachun // *Engineering, Technology Science*. – PA, USA, 1989. – Vol. 20, № 37. – P. 391-394.

References

1. Beshenkov, S. N. Gloskov, E. G., Ol'shanskij, V. P. Issledovanie zvukoizoljacionnyh svojstv trehslojnoj konstrukcii [Investigation of soundproofing properties of a three-layer structure]. *Akusticheskij zhurnal*, 1974, no. 20, vol. 2. pp. 276-281.
2. Bogolepov, I. I. *Promyshlennaja zvukoizoljacija* [Industrial soundproofing]. Leningrad, Sudostroenie Publ., 1986. 386 p.
3. Brehovskih, I. M. *Volny v sloistyh sredah* [Waves in layered media]. Moscow, Nauka Publ., 1973. 344 p.
4. Valeev, K. G., Kvitka, V. E. Opredelenie naprjazhennogo sostojanija ploskoj paneli v akusticheskom pole vyhlopnoj strui [Determination of the stressed state of a flat panel in the acoustic field of an exhaust jet]. *Prikladnaya mehanika*, 1970, vol. 6, no. 4, pp. 30-43.
5. Goloskokov, E. G., Beshenkov S. N. *Uprugoakusticheskie zadachi dinamiki trehslojnyh konstrukcij* [Elastic acoustic problems of the dynamics of three-layer structures]. Kharkov, Vyshha shkola Publ., 1980. 189 p.
6. Kanibolotskij, M. A., Urzhurcev, Ju. S. *Optimal'noe proektirovanie sloistyh konstrukcij* [Optimal design of layered structures]. Novosibirsk, Nauka. Sib. Otd., 1980. 176 p.
7. Karachun, V. V., Mel'nick, V. N. Wave tasks of inertial navigation. *Vostochno-Evropskij zhurnal peredovyh tehnologij*, 2010, no. 6/3 (48), pp. 16-20.
8. Karachun, V. V., Mel'nick, V. N. Influence of Diffraction Effects on the Inertial Sensor of a Gyroscopically Stabilized Platform : Three-Dimensional Problem. *International Applied Mechanics*, vol. 48, no. 4, July 2012, pp. 458-464.
9. Karachun, V. V., Shibetckij, V. U. Wave coincidence and errors of floating gyroscope at the resonance Level. *News of Science and Education, Technical Science, Mathematics*. Sheffield, UK, Science and Education Ltd Publ., no. 31 (21), 2014, pp. 56-62.
10. Karachun, V. V. Vibration of a plate under an acoustic load. *Engineering, Technology Science*, PA, USA, vol. 20, no. 37, 1989, pp. 391-394.

Поступила в редакцию 24.05.2017, рассмотрена на редколлегии 8.06.2017

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В. М. Мельник, Национальный технический университет Украины “Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского”, Киев, Украина

**ДИФРАКЦІЯ ЗВУКОВИХ ХВИЛЬ НА ПЕРЕХРЕСНОМУ ПРУЖНОМУ
ШАРНІРІ ПІДВІСУ ГІРОСКОПА*****В. В. Карачун, С. В. Фесенко***

Будується розрахункова модель пружного взаємодії проникаючого акустичного випромінювання з плоскими ізотропним фрагментами підвісу гіроскопа в експлуатаційних умовах гіперзвукового польоту. Показано, що при одночасному прояві умови хвильового збіги в акустичному полі і рівності частот власних коливань пластини кінцевих розмірів і частоти вимушених коливань нескінченної пластини стає можливим ефект акустичної прозорості перепони у вигляді просторово-частотного резонансу. При цьому звукова хвиля проходить всередину без втрат своєї енергії.

Ключові слова: підвіс гіроскопа, подвійний тригонометричний ряд, форми коливань, акустична прозорість оболонка, резонанс збіги, хвильової розмір, звукова хвиля, гранична частота

**DIFFRACTION OF SOUND-WAVES ON CROSS RESILIENT HINGE
OF GYRO SUSPENSION OF GYROSCOPE*****V. V. Karachun, S. V. Fesenko***

Construction calculation model of elastic interaction of penetrating radiation acoustic flat isotropic fragments gyro suspension in an operational environment of hypersonic flight. It was shown that while the conditions of the manifestation of the wave match in the acoustic field and the equality of natural frequencies of the plate of finite size and frequency of forced vibrations of an infinite plate it is possible to effect the acoustic transparency of obstacles in the form of a space-frequency resonance. At the same time a sound wave passes inside without losing its energy.

Keywords: suspension gyroscope, double trigonometric series, waveform, acoustically transparent shell coincidence resonance, wave size, the sound wave, the boundary frequency

Карачун Владимир Владимирович – д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры биотехники и инженерии Национального технического университета Украины “Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского”, Киев, Украина, e-mail: karachun11@i.ua.

Фесенко Сергей Викторович – аспирант Национального технического университета Украины “Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского”, Украина, e-mail: illusionfes@mail.ru.

Karachun Volodimir - doctor of engineering sciences, professor National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», karachun11@i.ua.

Fesenko Sergii - PhD student National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», e-mail: illusionfes@mail.ru.