

УДК 629.13

В. С. СЕНЬКИН, С. В. СЮТКИНА-ДОРОНИНА

Институт технической механики НАН Украины и ГКА Украины, Украина

ИССЛЕДОВАНИЕ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ЦЕЛЕВОГО ФУНКЦИОНАЛА К ВАРИАЦИЯМ ПРОЕКТНЫХ ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЯЕМОГО РАКЕТНОГО ОБЪЕКТА

Сформулирована задача исследования параметрической чувствительности целевого функционала, характеризующего качество проектирования управляемого ракетного объекта (УРО), к отклонениям проектных параметров от номинальных значений. Получена оценка влияния вариаций проектных параметров на целевой функционал, определены диапазоны, в которых вариации исследуемых параметров не оказывают существенного влияния на эффективность выполнения целевой задачи. Предложенная классификация проектных параметров по степени их влияния на целевой функционал позволяет выработать требования к точности реализации этих параметров на конкретном УРО, а также может быть использована при разработке эффективных методов оптимизации для решения задач начального этапа проектирования УРО.

Ключевые слова: *управляемый ракетный объект (УРО), маршевый ракетный двигатель на твёрдом топливе (РДТТ), начальный этап проектирования, проектные параметры, параметрическая чувствительность целевого функционала, вариации проектных параметров, допустимые диапазоны вариаций проектных параметров.*

Введение

Проектирование, разработка и создание управляемых ракетных объектов (УРО) связаны с большими затратами людских, материальных, финансовых и технических ресурсов. Необходимость учета этих факторов при проектировании предъясняет повышенные требования к качеству принимаемых проектных решений. Следует отметить, что неверные (нерациональные) проектные решения, принятые на начальном этапе проектирования УРО, приводят в конечном итоге к снижению эффективности выполнения целевых задач, росту затрат на разработку и изготовление УРО, увеличению сроков его создания. С учетом вышесказанного, является целесообразным проведение на начальном этапе проектирования исследований чувствительности показателей эффективности, в частности целевого функционала, характеризующего качество проектирования УРО, к вариациям проектных параметров. Такие исследования, с одной стороны, позволяют оценить влияние на эффективность выполнения конкретных целевых задач погрешностей в реализации проектных параметров, неизбежных при изготовлении УРО, а, с другой стороны, обеспечивают проектанта дополнительной информацией, используемой при принятии рационального проектного решения.

Вопросам проектирования и разработки сложных технических систем (СТС), к которым можно

отнести управляемые ракетные объекты, уделено большое внимание в зарубежной научной и технической литературе. Примером может служить монография [1], в которой рассмотрены отдельные вопросы проектирования систем управления самолётами, космическими аппаратами и ракетными объектами.

Обычно математические модели, используемые в процессе проектирования сложных технических систем (СТС), помимо структуры и основных переменных состояния характеризуются некоторой совокупностью вспомогательных независимых величин, называемых параметрами [2]. В процессе разработки и функционирования СТС параметры могут отличаться от номинальных значений, что неизбежно приводит к изменению функционирования СТС. При этом эффективность СТС в этом случае отличается от расчётной. Исследователей и проектировщиков вполне естественно интересует степень влияния изменения параметров на эффективность работы СТС. При этом количественную оценку степени влияния вариаций параметров на эффективность работы СТС можно получить, используя методы исследования параметрической чувствительности.

Проблема параметрической чувствительности имеет давнюю историю и уходит своими корнями в теорию стрельбы, баллистику снарядов и ракет, теорию электрических и электронных цепей, а также в многочисленные разделы математики, такие как теория ошибок (погрешностей), в вычислительную

математику, теорию дифференциальных уравнений, теорию возмущений линейных и нелинейных операторов, вариационное исчисление и т.д. В теории полета, баллистике снарядов и ракет рассматриваются аналогичные задачи, связанные с влиянием ошибок целеуказания на точность стрельбы [2]. К числу первых серьезных исследований по теории параметрической чувствительности можно отнести следующие работы: Г. Боде «Теория цепей и проектирование усилителей с обратной связью» [3], М.Л. Быховский «Основы динамической точности электрических и динамических цепей» [4].

Как показывает проведенный анализ, методы теории чувствительности широко используются при проектировании и исследованиях СТС различного назначения. Так, например, в [5] для небольших ракетных двигателей, работающих на твердом топливе (РДТТ), описан метод предварительной оценки чувствительности процесса горения твердого топлива к вариациям таких факторов как давление, начальная температура топлива, состав топлива, скорость потока, геометрия заряда, состав продуктов сгорания. Проведенные на начальном этапе проектирования РДТТ исследования позволили выявить факторы, влияющие на неустойчивость работы проектируемого двигателя.

В [6] приведено описание программного комплекса для исследования чувствительности аэроупругих систем (ИЧАС), который позволяет решить задачу оценки чувствительности колебаний аэроупругих систем к вариациям массовых и жесткостных параметров.

Методы теории чувствительности используются также в задачах проектирования композитных материалов и силовых конструкций в современной ракетно-космической технике [7]. Как правило, наибольший интерес представляют те сочетания свойств, которые соответствуют наилучшим из доступных значений эксплуатационным характеристикам композитной конструкции.

Теория чувствительности также успешно применяется для решения задач физики атмосферы, океана и охраны окружающей среды. Методика исследования чувствительности для нелинейных математических моделей, описывающих указанные процессы [8], давно считается эффективным инструментом для изучения и прогнозирования природных процессов и для решения на их основе научных и практических задач.

В [9] дается весьма полное изложение современной теории чувствительности для конечномерных задач оптимизации. Рассмотрено поведение решений и значения оптимизируемого критерия в задаче условной оптимизации при параметрических возмущениях входных данных, приведен количест-

венный анализ влияния параметрических возмущений на поведение критерия в области оптимального значения. Обсуждены некоторые приложения излагаемой теории, в том числе к обоснованию численных методов решения задач оптимизации.

Рассмотрение чувствительности [10] играет центральную роль в общем исследовании СТС и лежит в основе любой инженерной практики. Такого рода исследования необходимы для того, чтобы справиться с расхождениями в работе СТС и обеспечить более надежную её работу, а также определить минимальное расхождение между фактическим и номинальным состоянием системы, несмотря на возможные возмущающие факторы, которые могут существовать. Здесь же [10] рассмотрены методы, которые позволяют предвидеть изменения, возникающие при работе системы в связи с изменением любого, характеризующего её параметра и позволяют дать гарантии, что разработанная с использованием этих методов система реагирует в пределах заранее определенного режима работы или остается в гипербоксе вариаций параметров в пространстве; т.е. работа системы будет такой, что индекс оптимальности будет оставаться в пределах границ заранее определенного гипербокса, и система будет оставаться стабильной во всех эксплуатационных условиях, которые соответствуют этому гипербоксу.

В предлагаемой статье проведено исследование чувствительности целевого функционала применительно к одноступенчатому УРО с маршевым РДТТ к вариациям проектных параметров и основных характеристик.

Под чувствительностью понимается [11] оценка способности исследуемого объекта (в рассматриваемом случае целевого функционала) реагировать определенным образом на определенное малое воздействие (вариации проектных параметров относительно номинальных значений), а также количественная характеристика этой способности.

На начальном этапе проектирования УРО целесообразно использовать математический аппарат теории параметрической чувствительности (чувствительность объекта к отклонениям характеризующих его параметров от номинальных значений), который собственно и позволяет оценить чувствительность целевого функционала к вариациям проектных параметров.

При исследовании параметрической чувствительности вариации проектных параметров обычно известны с точностью до принадлежности к определенному классу, в частности, ограничены по модулю, что является характерным для начального этапа проектирования УРО. Практический интерес при этом представляет определение допустимых диапазонов, внутри которых вариации исследуемых пара-

метров не оказывают существенного влияния на эффективность выполнения конкретной целевой задачи.

Постановка задачи

В качестве целевого функционала выбрано расстояние $L = L(\bar{p})$, на которое может быть доставлена заданная масса полезного груза $m_{\text{пг}}$. Расстояние $L(\bar{p})$, как целевой функционал, зависит от вектора оптимизируемых параметров $\bar{p} = (p_j)$, $j = \overline{1, n}$, оценка влияния вариаций которого на величину L и является предметом дальнейших исследований.

В качестве компонентов вектора \bar{p} далее рассматриваются:

v_n - коэффициент начальной тяговооруженности УРО [-],

μ_k - относительная конечная масса [-],

p_k - давление в камере сгорания РДТТ [кгс/см²];

D_a - диаметр среза сопла [м],

β_a - угол полураствора на срезе сопла [град],

φ_{AUT} - угол тангажа в конце активного участка движения как параметр траектории [град].

Компоненты вектора проектных параметров v_n и μ_k определяются известными соотношениями [12-14]:

$$v_n = \frac{m_0 \cdot g_0}{P}, \quad \mu_k = \frac{m_k}{m_0}, \quad (1)$$

где m_0 и m_k - начальная и конечная массы УРО, кг;

g_0 - ускорение свободного падения у поверхности Земли, м/с²;

P - тяга РДТТ в пустоте после выхода РДТТ на основной режим работы [Н].

Исследование параметрической чувствительности целевого функционала проводится в предположении малости отклонения вектора \bar{p} от номинального значения $\bar{p}_{\text{ном}}$, что дает возможность использовать для оценки чувствительности первые производные целевого функционала $L = L(\bar{p})$ по проектным параметрам p_j в окрестности номинальной точки

$$\Delta L = (L - L_{\text{ном}}) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial L}{\partial p_j} \cdot \Delta p_j, \quad (2)$$

где ΔL - реакция целевого функционала на отклонения (вариации) проектных параметров Δp_j , $j = \overline{1, n}$ от номинальных значений;

$L_{\text{ном}}$ - расстояние, на которое доставляется масса полезного груза при номинальном значении вектора проектных параметров $\bar{p}_{\text{ном}}$.

Максимально возможная реакция ΔL_{max} целевого функционала на отклонения проектных параметров от номинальных значений определяется соотношением

$$\Delta L_{\text{max}} = |L - L_{\text{ном}}| = \sum_{j=1}^n \left| \frac{\partial L}{\partial p_j} \right| \cdot |\Delta p_j|. \quad (3)$$

Если предположить, что ΔL_{max} максимально допустимое отклонение расстояния L , на которое доставляется $m_{\text{пг}}$, от номинального значения $L_{\text{ном}}$, то, задаваясь конкретной величиной ΔL_{max} и используя математический аппарат теории параметрической чувствительности, можно определить требования к точности реализации проектных параметров для конкретного варианта УРО и допустимый диапазон их изменения.

Влияние вариации проектного параметра p_j (с использованием принципа равноправности его воздействия на целевой функционал [15]) и допустимое значение вариации Δp_j , определяются соотношениями

$$\Delta L_j = \frac{\Delta L_{\text{max}}}{n} = \left| \frac{\partial L}{\partial p_j} \right| \cdot |\Delta p_j|, \quad (4)$$

$$\Delta p_j = \frac{\Delta L_j}{\left| \frac{\partial L}{\partial p_j} \right|}. \quad (5)$$

Нижняя p_j^n и верхняя p_j^v границы допустимого диапазона изменения проектного параметра p_j вычисляются по формулам:

$$\begin{cases} p_j^n = p_{\text{ном } j} - \Delta p_j, \\ p_j^v = p_{\text{ном } j} + \Delta p_j. \end{cases} \quad (6)$$

Входящие в (2)–(5) значения частных производных определяются численным дифференцированием с использованием алгоритма, реализующего расчет целевого функционала на ПЭВМ. При вычислении частной производной в номинальной точке используется параболическая аппроксимация сечения функциональной поверхности в направлении изменения проектного параметра p_j

$$L(p_j) = \sum_{i=0}^2 A_i \cdot p_j^i, \quad (7)$$

где A_i - коэффициенты определяются в результате решения линейной относительно коэффициентов A_i системы уравнений:

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^2 A_i \cdot p_{1j}^i = L(p_{1j}), \\ \sum_{i=0}^2 A_i \cdot p_{nomj}^i = L_{nom}, \\ \sum_{i=0}^2 A_i \cdot p_{2j}^i = L(p_{2j}). \end{cases} \quad (8)$$

где p_{1j}, p_{nomj}, p_{2j} - значения j -го проектного параметра, при которых вычислены, соответственно, значения целевого функционала L .

Частная производная целевого функционала по j -му проектному параметру, при полученных в результате решения системы уравнений (8) коэффициентах, определяется соотношением

$$\frac{\partial L}{\partial p_j} = A_1 + 2 \cdot A_2 \cdot p_{nomj}. \quad (9)$$

Если номинальное значение j -го параметра находится в окрестности оптимальной точки, то есть, в рассматриваемом случае (при максимизации целевого функционала) выполняется условие

$$L(p_{1j}) < L_{nom} > L(p_{2j}), \quad (10)$$

тогда допустимый диапазон изменения проектного параметра p_j определяется в результате решения квадратного уравнения

$$\sum_{i=0}^2 A_i \cdot p_j^i = L_{nom} - \Delta L_j. \quad (11)$$

При этом p_j^n - нижней границе допустимого диапазона изменения параметра p_j будет соответствовать меньший, а p_j^v - верхней границе больший корень уравнения (11). Допустимая вариация параметра p_j выбирается наименьшей из следующих соотношений.

$$\begin{cases} \Delta p_{j1} = p_{nomj} - p_j^n, \\ \Delta p_{j2} = p_j^v - p_{nomj}. \end{cases} \quad (12)$$

Если условие (10) не выполняется, то дважды решается уравнение (11) (один раз со знаком «+», а второй раз со знаком «-» в правой части). Для каждого решения из двух корней уравнения выбирается физически корректный корень (наиболее близкий к номинальному значению проектного параметра). Выбранные таким образом корни уравнения (11) определяют нижнюю и верхнюю границы диапазона изменения проектного параметра p_j , а допустимая вариация параметра p_j выбирается наименьшей из соотношений (12).

Предложенный подход к определению допустимых вариаций проектных параметров и диапазо-

нов их изменения, позволяет учесть нелинейную зависимость целевого функционала от вектора \bar{p} и является более корректным, чем непосредственное использование соотношений (5), (6).

В соответствии с (1), проектные параметры УРО v_n и μ_k зависят от стартовой m_0 и конечной m_k масс УРО, а также от тяги в пустоте маршевого РДТТ P . Используя рассмотренный выше подход, для определенных по (11), (12) допустимых вариаций проектных параметров v_n и μ_k можно определить допустимые вариации и диапазоны изменения стартовой m_0 и конечной m_k масс УРО, а также тяги РДТТ в пустоте.

Максимально возможная реакция $\Delta \mu_k^{\max}$ проектного параметра μ_k на отклонения стартовой m_0 и конечной m_k масс УРО, а также допустимые вариации и диапазоны их изменения (для режима «худшего случая» [11]) могут быть получены из следующих соотношений:

$$\Delta \mu_k^{\max} = \left| \mu_k - \mu_k^{\text{nom}} \right| = \left| \frac{1}{m_0^{\text{nom}}} \cdot \Delta m_k \right| + \left| \frac{m_k^{\text{nom}}}{(m_0^{\text{nom}})^2} \cdot \Delta m_0 \right|, \quad (13)$$

$$\Delta m_k = \frac{\Delta \mu_k^{\max}}{2} \cdot m_0^{\text{nom}}, \quad (14)$$

$$\begin{cases} m_k^v = m_k^{\text{nom}} + \Delta m_k, \\ m_k^n = m_k^{\text{nom}} - \Delta m_k, \end{cases} \quad (15)$$

$$\Delta m_0 = \frac{\Delta \mu_k^{\max}}{2 \cdot m_k^{\text{nom}}} \cdot (m_0^{\text{nom}})^2, \quad (16)$$

$$\begin{cases} m_0^v = m_0^{\text{nom}} + \Delta m_0, \\ m_0^n = m_0^{\text{nom}} - \Delta m_0, \end{cases} \quad (17)$$

где $\Delta \mu_k^{\max}$ - допустимое приращение относительной конечной массы УРО, определенное с использованием соотношений (7) – (12);

μ_k^{nom} - номинальное значение проектного параметра μ_k ;

$\Delta m_0, \Delta m_k$ - допустимые вариации начальной и конечной масс УРО;

$m_0^n, m_0^v, m_k^n, m_k^v$ - нижняя и верхняя границы диапазонов изменения начальной m_0 и конечной m_k масс УРО соответственно.

Коэффициент « $\frac{1}{2}$ » соотношений (14), (16) указывает на равноправность влияния вариаций двух факторов стартовой m_0 и конечной m_k масс УРО на допустимую вариацию проектного параметра μ_k .

Максимально возможная реакция Δv_n^{\max} проектного параметра v_n на отклонения стартовой массы m_0 и тяги РДТТ в пустоте P , а также допустимые вариации и диапазоны их изменения (для режима «худшего случая» [11]) могут быть определены из следующих соотношений:

$$\Delta v_n^{\max} = \left| v_n - v_n^{\text{nom}} \right| = \left| \frac{g_0}{P_{\text{nom}}} \cdot \Delta m_0 \right| + \left| \frac{m_0^{\text{nom}} \cdot g_0}{(P_{\text{nom}})^2} \cdot \Delta P \right|, \quad (18)$$

$$\Delta m_0 = \frac{\Delta v_n^{\max} \cdot P_{\text{nom}}}{2 \cdot g_0}, \quad (19)$$

$$\begin{cases} m_0^v = m_0^{\text{nom}} + \Delta m_0, \\ m_0^n = m_0^{\text{nom}} - \Delta m_0, \end{cases} \quad (20)$$

$$\Delta P = \frac{\Delta v_n^{\max} \cdot (P_{\text{nom}})^2}{2 \cdot m_0^{\text{nom}} \cdot g_0}, \quad (21)$$

$$\begin{cases} P^v = P_{\text{nom}} + \Delta P, \\ P^n = P_{\text{nom}} - \Delta P, \end{cases} \quad (22)$$

где Δv_n^{\max} - допустимое приращение коэффициента начальной тяговооруженности УРО, определяемое с использованием соотношений (7) – (12);

v_n^{nom} , P_{nom} - номинальные значения коэффициента начальной тяговооруженности v_n и пустотной тяги РДТТ P , соответственно;

ΔP - допустимая вариация тяги РДТТ;

P^n и P^v - нижняя и верхняя границы диапазона изменения P .

Из двух вариаций начальной массы УРО Δm_{0i} , вычисленных по (16) и (19), выбирается минимальная вариация, значение которой используется для определения допустимых вариаций других факторов. В частности, если Δm_0 , рассчитанное по (16), получается меньше Δm_0 , рассчитанного по (19), то допустимая вариация тяги РДТТ ΔP будет определяться по формуле

$$\Delta P = \frac{\left(\Delta v_n - \frac{g_0}{P_{\text{nom}}} \cdot \Delta m_0 \right) \cdot (P_{\text{nom}})^2}{m_0^{\text{nom}} \cdot g_0}, \quad (23)$$

а допустимая вариация конечной массы i -й ступени УРО Δm_k - по соотношению (14).

Если Δm_0 , рассчитанное по (16), получается больше Δm_0 , рассчитанного по (19), то допустимая вариация конечной массы УРО Δm_k будет вычисляться по соотношению

$$\Delta m_k = \left(\Delta \mu_k - \frac{m_k^{\text{nom}}}{(m_0^{\text{nom}})^2} \cdot \Delta m_0 \right) \cdot m_0^{\text{nom}}, \quad (24)$$

а допустимая вариация тяги РДТТ ΔP - по соотношению (21).

Тяга РДТТ в пустоте P зависит от следующих факторов, характеризуемых компонентами вектора $\bar{a} = (a_k)$, $k = \overline{1,4}$:

p_k - давления в камере сгорания [кгс/см²],

D_a - диаметра среза сопла [м],

β_a - угла полураствора на срезе сопла [град];

d_{kr} - диаметра критического сечения сопла [м].

Максимально возможная реакция ΔP тяги РДТТ на отклонения вектора \bar{a} от номинального значения для режима «худшего случая» [11] определяется соотношением

$$\Delta P_{\text{max}} = |P - P_{\text{nom}}| = \sum_{k=1}^4 \left| \frac{\partial P}{\partial a_k} \right| \cdot |\Delta a_k|; \quad (25)$$

соответственно допустимые вариации для этих факторов Δa_k определяются соотношениями, аналогичными (4), (5), в которых вместо целевого функционала L подставлена тяга РДТТ в пустоте, а вместо компонент вектора \bar{p} - компоненты вектора \bar{a} :

$$\Delta a_k = \frac{\Delta P_{\text{max}}}{4 \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial a_k} \right|}. \quad (26)$$

Диапазон допустимого изменения фактора a_k может быть определен по соотношениям, аналогичным (6)

$$\begin{cases} a_k^n = a_{\text{nom } k} - \Delta a_k, \\ a_k^v = a_{\text{nom } k} + \Delta a_k. \end{cases} \quad (27)$$

После вычисления по (25), (26) допустимых вариаций давления в камере сгорания Δp_k , диаметра среза сопла и угла полураствора на срезе сопла $\Delta \beta_a$, от которых зависит тяга маршевого двигателя, производится их сравнение с допустимыми вариациями этих же факторов полученных с использованием соотношений (3) – (12). Если в результате сравнения были выявлены меньшие значения допустимых вариаций, рассчитанных по (7) – (12) то допустимая вариация диаметра критического сечения сопла маршевого двигателя Δd_{kr} рассчитывается по соотношению

$$\Delta d_{kr} = \frac{\Delta P - \sum_j \left| \frac{\partial P}{\partial a_j} \right| \cdot \Delta a_j}{(4 - m) \cdot \left| \frac{\partial P}{\partial d_{kr}} \right|}, \quad (28)$$

где j - номера параметров, которые имеют меньшие значения допустимых вариаций; рассчитанных по (7) – (12);

$m \leq 3$ - количество таких параметров.

Метод решения

Решение задачи исследования параметрической чувствительности целевого функционала к вариациям проектных параметров проводится в два этапа.

На первом этапе осуществляется оптимизация вектора проектных параметров \bar{p} , значение которого в дальнейшем принимается за номинальное $\bar{p}_{\text{ном}}$.

На втором этапе с использованием соотношений (1) – (28) проводится исследование параметрической чувствительности целевого функционала к вариациям вектора \bar{p} , определяются допустимые вариации проектных параметров и диапазоны их изменения.

Обобщенный алгоритм решения задачи исследования параметрической чувствительности реализован следующим образом.

1. Производятся расчеты целевого функционала для номинального значения вектора $\bar{p}_{\text{ном}}$ и для каждого из проектных параметров УРО слева $L(p_{1j})$ и справа $L(p_{2j})$ от номинальной точки.

2. С использованием соотношений (8) – (12) определяются допустимые вариации и диапазоны варьирования вектора проектных параметров \bar{p} .

3. По соотношениям (14) – (17) и (19) – (22) вычисляются допустимые вариации и диапазоны изменения стартовой и конечной масс, а также пустотной тяги РДТТ.

4. Производится сравнение допустимых вариаций стартовых масс рассчитанных по соотношению (16) $(\Delta m_0)_{16}$ и соотношению (19) $(\Delta m_0)_{19}$.

Если $(\Delta m_0)_{16} < (\Delta m_0)_{19}$, то допустимая вариация тяги РДТТ ΔP определяется по (23), а допустимая вариация конечной массы УРО Δm_k - по соотношению (14).

Если $(\Delta m_0)_{16} > (\Delta m_0)_{19}$, то допустимая вариация конечной массы УРО Δm_k вычисляется по (24), а допустимая вариация пустотной тяги РДТТ ΔP - по соотношению (21).

5. По соотношению (26) вычисляются допустимые вариации и диапазоны изменения факторов, от которых зависит тяга РДТТ в пустоте (давления в камере сгорания p_k , диаметра среза сопла D_a и угла полураствора на срезе сопла β_a). Входящие в (26) частные производные численно могут быть определены по соотношениям, аналогичным (7) - (12), в которых вместо расстояния L и вектора \bar{p} под-

ставлены, соответственно, пустотная тяга РДТТ P и вектор \bar{a} .

6. Производится сравнение допустимых вариаций давления в камере сгорания p_k , диаметра среза сопла D_a и угла полураствора на срезе сопла β_a , полученных по соотношениям (7) – (12) и (25), (26). Если в результате сравнения были выявлены меньшие значения допустимых вариаций, рассчитанных по (7) – (12), то допустимая вариация диаметра критического сечения сопла РДТТ рассчитывается по соотношению (28).

В результате расчетов по приведенному алгоритму определяются допустимые диапазоны изменения проектных, конструктивных параметров, параметров траектории, а также характеристик УРО, таких как стартовая и конечная массы УРО, диаметр критического сечения сопла РДТТ.

Иллюстративный пример

По приведенным соотношениям и алгоритму проведено исследование параметрической чувствительности целевого функционала (расстояния $L = L(\bar{p})$, на которое доставляется масса полезного груза) к вариациям оптимизируемых параметров \bar{p} для одноступенчатого УРО со стартовой массой $m_0 = 2000,0$ кг и массой полезного груза $m_{\text{пг}} = 600$ кг. Максимально допустимое отклонение расстояния ΔL_{max} принято равным 5 км. В качестве силовой установки на УРО используется РДТТ.

Кроме приведенных выше, использовались следующие данные:

- широта точки старта $\varphi_{\text{см}} = 40,0$ град.;
- азимут пуска $\phi = 40$ град.;
- высота точки старта $H_{\text{см}} = 10$ м;

- условное твёрдое топливо плотностью $\rho = 1760$ кг/м³, температурой горения $T_g = 3755,0$ К с показательной зависимостью скорости горения от давления

$$u = u_1 \cdot (p_k)^v, \quad (29)$$

где $u_1 = 0,003$ м/с;

$$v = 0,251.$$

На активном участке траектории программа изменения угла тангажа осуществлялась по линейной от времени зависимости, дальнейшее движение УРО осуществлялось по баллистической траектории [13].

Программа управления движением и оптимизируемые параметры выбирались из условия обеспечения максимального расстояния $L = L_{\text{max}}$, на которое осуществляется доставка массы полезного груза.

Таблица 1
Результаты исследований параметрической чувствительности целевого функционала $L(\bar{p})$ к вариациям проектных параметров

Параметры	Размерность	Номинальное значение	Допустимый диапазон		Допустимая вариация	% от номинала
v_n	-	0,17	0,1680	0,1720	0,0020	1,148
μ_k	-	0,3576	0,3573	0,3579	0,0003	0,090
P_k	кгс/см ²	75,0	74,2255	75,7745	0,7745	1,033
D_a	м	0,4160	0,4103	0,4217	0,0057	1,365
β_a	град	9,0	8,5515	9,4485	0,4485	4,983
Φ_{AUT}	град	43,4	41,4680	45,2162	1,8162	4,185
m_0	кг	2000,0	1999,1	2000,9	0,9	0,05
m_k	кг	711,8	711,5	712,1	0,32	0,05
P	кгс	11764,7	11697,2	11832,2	67,5	0,57
$d_{кг}$	м	0,10917	0,1091	0,1093	0,0001	0,091

В таблице 1 приведены номинальные значения проектных параметров и факторов, а также результаты исследований параметрической чувствительности целевого функционала к вариациям проектных параметров.

Выводы

Как показали результаты исследований (см. табл.), целевой функционал наиболее чувствителен к вариациям следующих проектных параметров и факторов: μ_k , m_0 , m_k , $d_{кг}$, допустимый процент отклонения которых от номинального значения составляет менее 0,092%. При изготовлении УРО к этим параметрам и факторам должны предъявляться повышенные требования к точности их реализации.

К таким проектным параметрам и факторам как, v_n , P_k , β_a , D_a , Φ_{AUT} целевой функционал менее чувствителен (допустимый процент отклонения которых от номинального значения составляет более 1%), что дает определенную свободу при реализации этих параметров на конкретном варианте УРО. Следует также обратить внимание на допустимые вариации тяги РДТТ в пустоте P , которая по величинам допустимых вариаций занимает промежуточное положение между первой и второй группами исследуемых факторов.

Предложенная методика оценки параметрической чувствительности может быть применена для выявления сильно и слабо влияющих на целевой функционал проектных параметров, что может быть использовано при разработке эффективных методов

решения задач начального этапа проектирования УРО. Кроме того, результаты оценки параметрической чувствительности целевого функционала позволяют выработать требования к точности реализации проектных и некоторых конструктивных параметров при создании УРО. Проведение исследований параметрической чувствительности целевого функционала к вариациям проектных параметров и конструктивных факторов целесообразно включить как один из необходимых элементов в начальный этап проектирования УРО различных классов.

Литература

1. Tewari, A. *Advanced control of aircraft, spacecraft and rockets [Text]* / A. Tewari. – Kanpur : John Wiley & Sons, 2011. – 456 p. – ISBN 978-0-470-74563-2.
2. Розенвассер, Е. Н. *Вклад ленинградских ученых в развитие теории чувствительности систем управления [Текст]* / Е. Н. Розенвассер, Р. М. Юсупов // Труды СПИИРАН. – 2013. – Вып. 2 (25). – С. 13–41.
3. Боде, Г. *Теория цепей и проектирование усилителей с обратной связью [Текст]* : пер. с англ. / Г. Боде. – М. : Гос. изд-во иностр. лит., 1948. – 641 с.
4. Быховский, М. Л. *Основы динамической точности электрических и механических цепей [Текст]* / М. Л. Быховский. – М. : Изд-во АН СССР, 1958. – 157 с.
5. Алемасов, В. Е. *Теория ракетных двигателей [Текст]* : учебник для вузов / В. Е. Алемасов., А. Ф. Дерезалин., А. П. Тишин ; под общ. ред. В. П. Глушко. – М. : Машиностроение, 1980. – 535 с.
6. Георгиев, А. Ф. *Методика оценки влияния вариаций массовых и жесткостных параметров летательного аппарата на его аэроупругие характеристики [Текст]* : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.07.02 / Александр Федорович Георгиев ; МГТУ им. Н. Э. Баумана. – М., 2012. – 153 с.
7. Смердов, А. А. *Разработка методов проектирования композитных материалов и конструкций ракетно-космической техники [Текст]* : автореф. дис. ... д-ра техн. наук : 05.07.02 / Андрей Анатольевич Смердов ; МГТУ им. Н. Э. Баумана. – М., 2007. – 410 с.
8. Пененко, В. В. *Математические модели природоохранного прогнозирования [Текст]* / В. В. Пененко, Е. А. Цветова // Прикладная механика и техническая физика. – 2007. – Т. 48, №3. – С. 152–163.
9. Измайлов А. Ф. *Чувствительность в оптимизации [Текст]* / А. Ф. Измайлов. – М. : Физматлит, 2006. – 248 с. – ISBN 5-9221-0655-4.

10. Eslami, M. *Theory of Sensitivity in Dynamic Systems An Introduction [Text]* / M. Eslami. – New York : Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1994. – 601 p. – ISBN 978-3-662-01634-3.

11. Томович, Р. *Общая теория чувствительности [Текст]* / Р. Томович, М. Вукобратович – М. : 1972. – 240 с.

12. Тарасов, Е. В. *Алгоритм оптимального проектирования летательного аппарата [Текст]* / Е. В. Тарасов. – М. : Машиностроение, 1970. – 364 с.

13. Сенькин, В. С. *Оптимизация программ управления полетом и оптимизация тяги маршевой двигательной установки управляемого ракетного объекта [Текст]* / В. С. Сенькин // *Техническая механика*. – 2000. – № 1. – С. 46 – 50.

14. Сенькин, В. С. *Оптимизация проектных параметров ракеты-носителя сверхлегкого класса [Текст]* / В. С. Сенькин. // *Техническая механика*. – 2009. – № 1. – С. 80 – 88.

15. Петренко, А.И. *Основы автоматизации проектирования [Текст]* / А. И. Петренко. – Киев : Техника, 1982. – 295 с.

References

1. Tewari, Ashish. *Advanced control of aircraft, spacecraft and rockets*. Kanpur, John Wiley & Sons Publ., 2011. 456 p. ISBN 978-0-470-74563-2.

2. Rozenvasser, E. N., Yusupov, R. M. *Vklad leningradskikh uchenykh v razvitie teorii chuvstvitel'nosti sistem upravleniya [Contribution of the Leningrad scientists to the development of theory of sensitivity in Control Systems]*. *Trudy SPIIRAN Publ.*, 2013, vol. 2(25), pp. 13–41.

3. Bode, G. *Teoriya tsepei i proektirovanie usilitelei s obratnoi svyaz'yu [The theory of circuits and design of amplifiers with feedback]*. Moscow, State Publishing House of Foreign Literature Publ., 1948. 641 p.

4. Bykhovskii, M. L. *Osnovy dinamicheskoi tochnosti elektricheskikh i mekhanicheskikh tsepei [Basics of the dynamic precision of the electrical and mechanical circuits]*. Moscow, AN SSSR Publ., 1958. 157 p.

5. Alesanov, V. E., Deregalin, A. F., Tishin, A. P. *Teoriya raketnykh dvigatelei [The theory of rocket engines]*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1980. 535 p.

6. Georgiev, A. F. *Metodika otsenki vliyaniya variatsii massovykh i zhestkostnykh parametrov le-*

tatel'nogo apparata na ego aerouprugie kharakteristiki. Diss. kand. tekhn. nauk [The methodology for evaluation of the influence of variations in mass and stiffness parameters of the rocket on the its aeroelastic characteristics. Cand. technical sci. diss.]. Moscow, 2012. 153 p.

7. Smerdov, A. A. *Razrabotka metodov proektirovaniya kompozitnykh materialov i konstruksii raketno-kosmicheskoi tekhniki. Avtoref. diss. dokt. tekhn. nauk [The development of design methods of composite materials and structures for rocket and space technology. Dr. technical sci. diss.]*. Moscow, 2007. 410 p.

8. Penenko, V. V., Tsvetova, E. A. *Matematicheskie modeli prirodookhrannogo prognozirovaniya [The mathematical models of environmental forecasting]*. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika – Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2007, vol. 48, no. 3, pp. 152–163.

9. Izmailov, A. F. *Chuvstvitel'nost' v optimizatsii [Sensitivity to optimize]*. Moscow, Fizmatlit Publ., 2006. 248 p. ISBN 5-9221-0655-4.

10. Eslami, M. *Theory of Sensitivity in Dynamic Systems An Introduction*. New York, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1994. 601 p. ISBN 978-3-662-01634-3.

11. Tomovich, R., Vukobratovich, M. *Obshchaya teoriya chuvstvitel'nosti [The general theory of sensitivity]*. Moscow, 1972. 240 p.

12. Tarasov, E. V. *Algoritm optimal'nogo proektirovaniya letatel'nogo apparata [The algorithm of optimal engineering of the rocket]*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1970. 364 p.

13. Sen'kin, V. S. *Optimizatsiya programm upravleniya poletom i optimizatsiya tyagi marshevoi dvigatel'noi ustanovki upravlyаемого ракетного ob'ekta [The optimization of the flight control software and the optimization of rocket power for controlled rocket]*. *Tekhnicheskaya mekhanika – Journal of Technical mechanics*, 2000, no. 1, pp. 46 – 50.

14. Sen'kin, V. S. *Optimizatsiya proektnykh parametrov rakety-nositelya sverkhlegkogo klassa [The optimization of project parameters of the ultra-light class launch vehicle]*. *Tekhnicheskaya mekhanika – Journal of Technical mechanics*, 2009, no. 1, pp. 80-88.

15. Petrenko, A. I. *Osnovy avtomatizatsii proektirovaniya [The basics of automation of the engineering]*. Kiev, Tekhnika Publ., 1982. 295 p.

ДОСЛІДЖЕННЯ ЧУТЛИВОСТІ ЦІЛЬОВОГО ФУНКЦІОНАЛА ДО ВАРІАЦІЙ ПРОЕКТНИХ ПАРАМЕТРІВ КЕРОВАНОГО РАКЕТНОГО ОБ'ЄКТА

В. С. Сенькін, С. В. Сюткіна-Дороніна

Сформульовано завдання дослідження параметричної чутливості цільового функціонала, яке характеризує якість проектування ракети-носія (УРО), щодо відхилень проектних параметрів від номінальних значень. Оцінено вплив варіацій проектних параметрів на цільовий функціонал, визначені діапазони, у яких варіації параметрів, що досліджуються, роблять істотний вплив на ефективність виконання цільового завдання. Класифікація проектних параметрів в залежності від їхнього впливу на цільовий функціонал може бути використана при розробці ефективних методів оптимізації для рішення завдань початкового етапу проектування УРО.

Ключеві слова: керований ракетний об'єкт (КРО) з маршовим ракетним двигуном на твердому паливі (РДТП), початковий етап проектування, проектні рішення, параметрична чутливість цільового функціонала, варіації проектних параметрів, допустимі діапазони варіацій проектних параметрів.

STUDY OF SENSITIVITY OF THE TARGET FUNCTIONAL TO VARIATIONS OF THE PROJECT PARAMETERS OF THE CONTROLLED ROCKET

V. S. Senkin, S. V. Syutkina-Doronina

The problem of study of the parametric sensitivity of the target functional that characterizes the design quality of the controlled rocket to deviations of the project parameters from their nominal values is formulated. The effect of variations of the project parameters on the target functional is evaluated. The ranges in which variations of the analysed parameters do not exert considerable influence on the efficiency of goal task realization are determined. The classification of project parameters according to the extent of their influence on the target functional can be used to develop efficient methods of optimization for the solution of problems of the initial phase of controlled rocket design.

Key words: the controlled solid-propellant rocket, the initial phase of engineering, the project solutions, the parametric sensitivity of the target functional, the variations of the project parameters, the allowable ranges of variations of the project parameters.

Сенькін Владимир Сергеевич – канд. техн. наук, старший научный сотрудник отдела системного анализа и проблем управления, Институт технической механики НАН Украины и НКА Украины, Днепропетровск, Украина.

Сюткіна-Дороніна Светлана Васильевна – младший научный сотрудник отдела системного анализа и проблем управления, Институт технической механики НАН Украины и НКА Украины, Днепропетровск, Украина, e-mail: sutkina-ne@mail.ru.

Senkin Vladimir Sergeevich – Candidate of Technical Science, senior scientist of Department of System Analysis and Control Problems, The Institute of Technical Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine and the State Space Agency of Ukraine, Dnepropetrovsk, Ukraine.

Syutkina-Doronina Svetlana Vasilevna – junior scientist of Department of System Analysis and Control Problems, The Institute of Technical Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine and the State Space Agency of Ukraine, Dnepropetrovsk, Ukraine, e-mail: sutkina-ne@mail.ru.