

УДК 531.13

А. А. ФОКОВ, С. В. ХОРОШИЛОВ

*Институт технической механики НАН Украины и ГКА Украины, Украина***ВАЛИДАЦИЯ УПРОЩЕННОГО МЕТОДА РАСЧЕТА СИЛЫ ВОЗДЕЙСТВИЯ
ФАКЕЛА ЭЛЕКТРОРЕАКТИВНОГО ДВИГАТЕЛЯ НА ОРБИТАЛЬНЫЙ ОБЪЕКТ**

Представлены результаты валидации нового метода определения силы, передаваемой факелом электрореактивного двигателя орбитальному объекту. Метод позволяет выполнять расчет такой силы лишь по информации о центральной проекции объекта на плоскость, перпендикулярную оси факела, и представляет значительный интерес в контексте задач бесконтактного удаления космического мусора. Выполнены расчеты для объектов сферической и цилиндрической формы с использованием трех различных методов при рассмотрении различных случаев относительного положения сопла двигателя и мишени. Проведен анализ результатов расчетов, сделаны выводы о целесообразности и особенностях применения метода расчета передаваемой силы по информации о центральной проекции орбитального объекта.

Ключевые слова: электрореактивный двигатель, центральная проекция, орбитальный объект, передаваемая сила, ионный луч.

Введение

В результате космической деятельности околоземное космическое пространство оказалось засоренным большим количеством искусственно созданных объектов и их фрагментами, не выполняющими полезных функций (обломки ступеней ракет-носителей, нефункционирующие космические аппараты и др.). Последние исследования по моделированию популяции космического мусора (КМ) показывают, что ситуация для некоторых околоземных орбит уже является критической [1]. В связи с этим в настоящее время космическим сообществом активно изучается вопрос непосредственного удаления КМ с околоземных орбит, который часто в литературе называют активным удалением космического мусора.

Для удаления КМ была предложена концепция бесконтактного увода орбитальных объектов, которая получила название «Пастух с ионным лучом (ПИЛ)» [2]. Основной принцип этой концепции, заключается в использовании потока ионов электрореактивного двигателя (ЭРД) в качестве средства, передающего силовой импульс объекту КМ для его торможения. Концепция ПИЛ имеет ряд преимуществ по сравнению с другими известными подходами [3, 4], а именно: эффективность увода, низкий уровень риска, возможность повторного использования, технологическая готовность.

Одной из ключевых задач, возникающих при исследовании концепции ПИЛ, является расчет силы, передаваемой пастухом объекту КМ. Знание этой силы необходимо для успешной реализации выбранной программы увода, а также может быть

полезным для решения задач навигации и управления относительным движением системы «пастух - объект КМ».

Решению такой задачи посвящено ограниченное число публикаций, что объясняется ее новизной. Например, в статьях [5, 6] предложены теоретические основы описания факела ЭРД и вычисления передаваемой силы. Авторами этих работ использован подход, который основывается на интегрировании элементарных сил по поверхности объекта. Как показывает практика, реализация такого метода расчета может приводить к громоздким алгоритмам и большим временным затратам при моделировании, кроме того применение этих результатов в виде алгоритмов на борту пастуха представляется затруднительным, поскольку для их реализации необходима информация о точной форме, размерах КМ и его ориентации. В работе [7] рассмотрена возможность аналитического описания силы, однако авторами получены такие выражения только для объектов КМ сферической формы. В работах [8 – 10] предложен подход, позволяющий определять передаваемую силу, на основании существенно меньшего объема информации об уводимом объекте (мишени), а именно, по его центральной проекции на выбранную плоскость. Такой подход представляется перспективным, поскольку центральная проекция мишени может быть получена достаточно просто с помощью установленной на борту пастуха фотокамеры. Однако указанные работы не содержат результаты исследований о том, как значения силы, полученные на основании лишь информации о центральной проекции мишени, согласуются с другими методами расчета силы.

Целью исследования является валидация метода определения передаваемой ионным лучом силы по информации о контуре центральной проекции мишени, путем проведения расчетов и их анализа с учетом результатов, полученных другими методами.

1. Постановка задачи исследования

1.1. Системы координат

Используем следующие правые ортогональные системы координат.

Связанная с ЭРД система координат (СКЭ), $O_T x_T y_T z_T$, начало O_T которой расположено в вершине воображаемого конуса ионного луча. Ось $O_T z_T$ совпадает с осью луча и направлена в сторону сопла двигателя. Будем считать, что ЭРД установлен неподвижно на «пастухе», который ориентирован таким образом, что ось $O_T z_T$ совпадает с касательной к орбите и направлена на мишень, ось $O_T y_T$ совпадает с нормалью орбиты и направлена от Земли, а ось $O_T x_T$ дополняет систему координат до правой.

Начало связанной с мишенью системы координат (СКМ) $O_M x_M y_M z_M$ расположено в центре масс мишени. Направление осей СКМ совпадает с главными центральными осями инерции мишени. Ориентация осей СКМ относительно СКЭ определяется углами Крылова φ , ϑ , ψ [11]. Положение начала СКМ относительно СКЭ определяется вектором V_T^{MT} .

1.2. Модель ионного луча ЭРД

Плазменный факел ЭРД может быть условно разбит на ближнюю (обычно меньше метра от ЭРД) и дальнюю области [5]. Для задач бесконтактного удаления КМ, рассматриваемых в этой статье, основной интерес представляет дальняя область луча, поскольку именно здесь происходит взаимодействие плазмы и мишени.

Для описания дальней области факела ЭРД предложено достаточное количество математических моделей, отличающихся сложностью и точностью [6]. При этом в качестве компромиссного варианта может быть выбрана так называемая автоподобная модель (self-similar model) распространения плазмы.

Автоподобные модели основываются на предположении, что характер распространения ионов может быть описан с помощью безразмерной функции подобия $h(\tilde{z})$ следующим образом

$$r(z) = r_0 h(\tilde{z}), \quad \tilde{z} = z/R_0,$$

где r , z – радиальные и аксиальные координаты ионов;

R_0 , r_0 – радиус луча и радиальные координаты ионов в начале дальней области ($z = 0$).

С использованием функции $h(\tilde{z})$ плотность плазмы в произвольной точке с координатами r , z может быть определена следующим образом [6]:

$$n = \frac{n_0}{h^2(\tilde{z})} \exp\left(-C \frac{\tilde{r}^2}{2h^2(\tilde{z})}\right), \quad \tilde{r} = r/R_0, \quad (1)$$

где n_0 – плотность плазмы в начале дальней области луча;

C – коэффициент, определяющий какая часть потока плазмы попадает в окружность радиуса R_0 (например, $C = 6$ соответствует 95% попадания потока).

Функция подобия $h(\tilde{z})$ может быть найдена путем решения следующего дифференциального уравнения

$$h' = \sqrt{\tan^2 \alpha_0 + (2C/M_0^2) \ln h},$$

где h' – производная от функции $h(\tilde{z})$ по \tilde{z} ;

α_0 – начальный угол расхождения луча;

M_0 – число Маха в начале дальней области луча.

Число Маха определяется следующим образом

$$M_0 = u_0 / \sqrt{T_e/m},$$

где T_e – электронная температура потока ионов;

u_0 – начальная скорость ионов;

m – масса частицы.

Следует отметить, что при $M_0 \gg 1$ характер распространения ионов плазмы приближается к конусу, хотя, строго говоря, им не является. В то же время при $M_0 \geq 40$ и расстоянии до мишени менее 10 метров характер распространения плазмы можно считать коническим. В этом случае функция подобия может быть определена в следующем виде

$$h = 1 + \tilde{z} \tan \alpha_0.$$

Для рассматриваемой задачи можно считать, что аксиальная составляющая скорости ионов плазмы практически не меняется

$$u_z = u_{z0} = \text{const}. \quad (2)$$

Радиальная составляющая скорости в рамках рассмотренной модели определяется следующим выражением [6]:

$$u_r = u_{z0} \cdot (\tilde{r}/\tilde{z}). \quad (3)$$

1.3. Взаимодействие ионного луча с мишенью

Факел ЭРД (ионный луч) представляет собой поток тяжелых ионов рабочего тела (например, ксенона), ускоренных до энергетического уровня нескольких килоэлектрон-вольт. При воздействии такого луча на твердое тело последнему сообщается сила, которая в основном обусловлена импульсом ионов плазмы, бомбардирующих мишень.

Пренебрегая эффектами покидания ионами плазмы поверхности мишени, распыления ее материала, а также давления электронов, элементарную силу, передаваемую объекту КМ, можно вычислить следующим образом [6]:

$$dF = mnU(-V \cdot U)ds, \tag{4}$$

где U – вектор скорости частицы;

ds – площадь элементарной площадки поверхности мишени;

V – единичный вектор нормали к элементарной площадке.

Сила F , передаваемая мишени ионным лучом, может быть вычислена путем интегрирования элементарных сил (4) по облучаемой поверхности мишени S

$$F = \int_S dF.$$

Далее для краткости численное интегрирование элементарных сил (4) по поверхности мишени будем называть методом №1.

1.4. Вычисление силы для сферической мишени

Расчет передаваемой силы с использованием метода №1 может приводить к существенным временным затратам. Для повышения скорости расчетов для сферических мишеней могут быть использованы результаты работы [7], где для вычисления силы авторами рассмотрена сферическая шапка – фрагмент мишени, облучаемый лучом. Вектор нормали к основанию этой шапки Σ имеет вид

$$v = [\sin \beta, 0, \cos \beta]^T,$$

где β – угол между осью $O_T Z_T$ и вектором соединяющим центр СКЭ и центр сферы.

Координаты произвольной точки P основания Σ в системе координат СКЭ записаны следующим образом

$$x_p = d \sin \beta + a \cos \beta \cos \lambda, \quad y_p = r \sin \varphi, \\ z_p = d \cos \beta - a \sin \beta \cos \lambda,$$

где a и λ – полярные координаты, определяющие положение точки P относительно Σ ;

d – расстояние между началом СКЭ и Σ .

Расстояние d вычисляется следующим образом

$$d = \rho \left(1 - R^2 / \rho^2 \right),$$

где R – радиус сферы;

ρ – расстояние между началом СКЭ и центром сферы.

С использованием такого представления, получены выражения для составляющих силы F в плоскости и из плоскости Σ , которые соответственно имеют вид

$$F_t = \frac{3dmn_0u_0^2}{(h')^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\hat{R}} \frac{g(P)a^2 \cos \varphi}{z_p^4} dad\lambda, \tag{5}$$

$$F_v = \frac{3d^2mn_0u_0^2}{(h')^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\hat{R}} \frac{g(P)a}{z_p^4} dad\lambda, \tag{6}$$

где $g(P) = \exp \left(-\frac{3[x_p^2 + y_p^2]}{(h')^2 z_p^2} \right)$, $\hat{R} = \sqrt{R^2 - \frac{R^4}{\rho^2}}$.

Для малых углов β в работе [7] получены аналитические решения для интегралов (5), (6). Модуль расчета передаваемых сил и моментов симулятора, разрабатываемого в рамках проекта LEOSWEEP [12], реализует численное интегрирование выражений (5), (6). Этот модуль использован для проведения сравнительных расчетов, а результаты, полученные с его использованием, обозначены в этой статье как метод №2.

1.5. Использование центральной проекции мишени

Метод №2 достаточно эффективен при проведении численных расчетов, однако его применение ограничено мишенями сферической формы. Для мишеней произвольной формы может быть использован метод расчета силы по информации о центральной проекции мишени на вспомогательную плоскость, предложенный в докладе [8], и получивший развитие в работах [9, 10].

В рамках этого подхода предполагается конический характер распространения плазмы. Так как площадь сечения луча возрастает пропорционально квадрату расстояния от источника, а плотность плазмы убывает пропорционально квадрату расстояния от источника (1), а также с учетом описанного выше механизма взаимодействия луча с поверхностью мишени, элементарная сила, действующая на элементарную площадку мишени ds , приблизительно равна элементарной силе, действующей на центральную проекцию этой площадки на некоторую плоскость, перпендикулярную оси конуса луча. Следовательно, при расчете силы можно

рассматривать не поверхность мишени, а ее центральную проекцию (рис. 1).

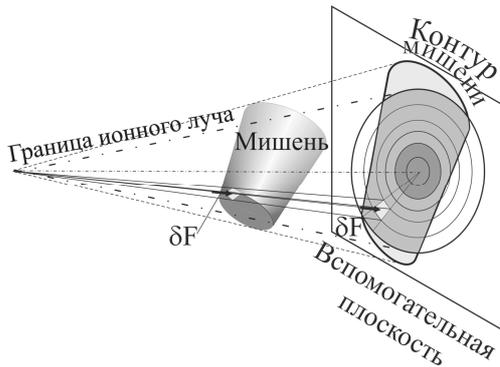


Рис. 1. Центральная проекция мишени на вспомогательную плоскость

Свойства плазмы неодинаковы в различных конических областях луча, поэтому подход [9] основан на разбиении его на конечные элементы в сферических координатах, как показано на рис. 2. Здесь γ_1^i – угол расхождения i -го конического элемента луча, $\delta\gamma_1$ – шаг разбиения луча на конические элементы, γ_2^j – угол характеризующий положение j -го сектора сечения луча, $\delta\gamma_2$ – шаг разбиения сечения луча на секторы.

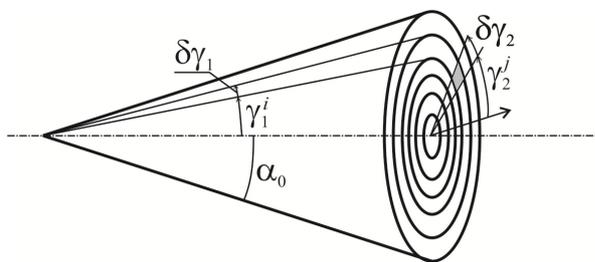


Рис. 2. Разбиение луча ЭРД на конечные элементы

Очевидно, что если весь луч попадает на мишень, то на нее действует сила, направленная по оси луча и равная полной тяге ЭРД. Если же на мишень попадают ионы из некоторой области луча $\delta\gamma_1 \times \delta\gamma_2$, то направление действующей силы совпадает с линией проецирования центра этой области. Теперь предположим, что на мишень попадает поток ионов, несомый некоторой частью кольцевой области. С учетом конического характера распределения свойств луча нет необходимости интегрировать элементарную силу по поверхности мишени, достаточно просуммировать равнодействующие всех сил, создаваемыми элементарными областями луча, ко-

торые попадают в контур центральной проекции мишени (рис. 1).

Координаты точек мишени P_T^1 , спроецированных на рассматриваемую плоскость, определяются следующим образом:

$$x_P^1 = f(x_T^1/z_T^1), \quad y_P^1 = f(y_T^1/z_T^1),$$

где f – расстояние между началом СКЭ и плоскостью проецирования;

x_T^1, y_T^1, z_T^1 – координаты точек мишени в СКЭ;

x_P^1, y_P^1 – координаты центральных проекций точек мишени в системе координат, связанной с рассматриваемой плоскостью.

Как было уже сказано выше, луч ЭРД может не всегда полностью попадать на мишень. В таком случае не все элементарные площадки проекции луча попадают в область, ограниченную контуром проекции мишени, и, следовательно, необходимо определить эти элементы. Для этого подход [9] предполагает выделение K точек C_P^1 ($k=1, \dots, K$) из всего множества точек мишени P_P^1 , спроецированных на рассматриваемую плоскость, которые являются вершинами многоугольника, аппроксимирующего контур проекции мишени.

После того как определен контур мишени, конечные элементы проекции луча, ограниченные контуром мишени, выделяются с использованием известных алгоритмов определения принадлежности точки многоугольнику [13].

С использованием выражений (2) и (3) вектор скорости ионов плазмы, действующих на конечный элемент мишени, в СКЭ определяется как

$$U_T^{ij} = [u_0(\hat{x}_T^{ij}/f), u_0(\hat{y}_T^{ij}/f), u_0]^T,$$

где $\hat{x}_T^{ij}, \hat{y}_T^{ij}$ – координаты центра конечного элемента в СКЭ.

Сила, действующая на конечный элемент, определяется согласно выражениям

$$dF_T^{ij} = mn^{ij}U_T^{ij}(-V_T^0 \cdot U_T^{ij})ds^{ij},$$

$$n^{ij} = \frac{n_0 R_0^2}{f^2 \tan^2 \alpha_0} \exp \left(-C \frac{(\hat{x}_T^{ij})^2 + (\hat{y}_T^{ij})^2}{2f^2 \tan^2 \alpha_0} \right),$$

где $V = [0 \ 0 \ -1]^T$ – единичный вектор нормали к плоскости, перпендикулярной лучу.

Суммарная сила, действующая на мишень, вычисляется следующим образом

$$F_T = \sum_{i=1}^I \sum_{j=0}^{J-1} dF_T^{ij},$$

где I – количество конических конечных элементов луча;

J – количество секторов в разбиении сечения луча.

Расчет сил по информации о контуре мишени будем называть методом №3.

1.6. Исходные данные

При проведении расчетов использовались следующие параметры ЭРД: начальный радиус $R_0=0,0805$ м; масса ионов (ксенон) $m = 2,18 \cdot 10^{-25}$ кг; начальная плотность плазмы $n_0 = 4,13 \cdot 10^{15}$ м⁻³; начальная аксиальная скорость ионов $u_0=71580$ м/с; угол расхождения луча $\alpha_0 = 7$ град; начальная электронная температура $T_e = 0,001$ эВ.

Расстояние между центром проецирования и плоскостью проецирования $f = 0,2$ м.

При проведении расчетов использованы две мишени – цилиндрической и сферической форм.

Высота цилиндра $h=2,6$ м. Диаметр основания цилиндра $d=2,2$ м. В табл. 1 представлены номера расчетных случаев для такой мишени, которые отличаются значениями параметров ее ориентации относительно СКЭ и составляющих вектора

$$V_T^{MT} = [b_T^x, b_T^y, b_T^z]^T.$$

Таблица 1

Координаты центра масс и параметры ориентации мишени цилиндрической формы для различных расчетных случаев

№	Координаты центра масс мишени			Параметры ориентации мишени		
	b_T^x , м	b_T^y , м	b_T^z , м	ϑ , град	φ , град	ψ , град
1	0	0	7	0	0	0
2	0	0,5	7	0	0	0
3	0	1	7	0	0	0
4	0	0	7	45	0	0
5	0	0,5	7	45	0	0
6	0	1	7	45	0	0
7	0	0	7	45	45	0
8	0	0,5	7	45	45	0
9	0	1	7	45	45	0
10	0	0	7	45	45	45
11	0	0,5	7	45	45	45
12	0	1	7	45	45	45
13	0	0	7	90	45	45
14	0	0,5	7	90	45	45
15	0	1	7	90	45	45

На рис. 3 – 6 изображены центральные проекции цилиндрической мишени и луча на рассматриваемую плоскость для некоторых расчетных случаев.

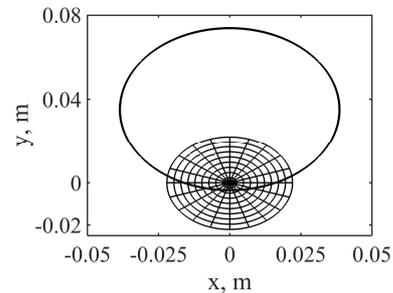


Рис 3. Расчетный случай 3 (цилиндр)

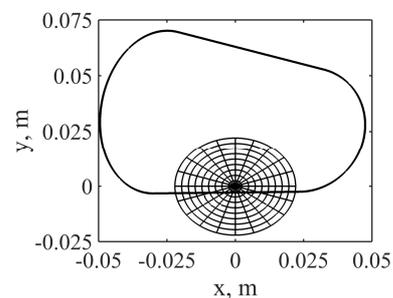


Рис 4. Расчетный случай 6 (цилиндр)

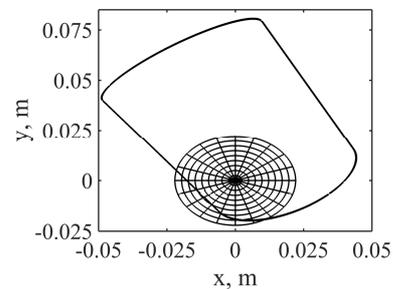


Рис 5. Расчетный случай 9 (цилиндр)

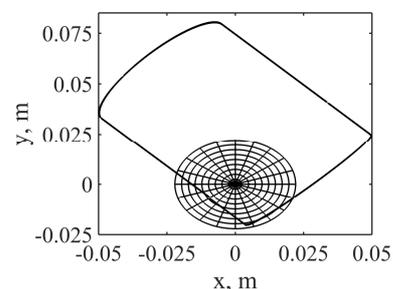


Рис 6. Расчетный случай 15 (цилиндр)

Радиус сферической мишени составляет 1,345 м. Центр масс сферы смещен вдоль оси $O_{Mz}z_M$ на 0,355 м. Варианты расчетных случаев для этой мишени и различных значений вектора V_T^{MT} приведены в табл. 2.

Таблица 2

Координаты центра масс мишени сферической формы для различных расчетных случаев

№	Координаты центра масс мишени		
	b_T^x , м	b_T^y , м	b_T^z , м
1	0	0	7
2	0	0	5
3	0	0	3
4	0,5	0	7
5	0,5	0	5
6	0,5	0	3
7	1	0	7
8	1	0	5
9	1	0	3
10	1,7	0	7
11	1,7	0	5
12	1,7	0	3

На рис. 7–10 показаны центральные проекции сферической мишени и луча на рассматриваемую плоскость для некоторых расчетных случаев.

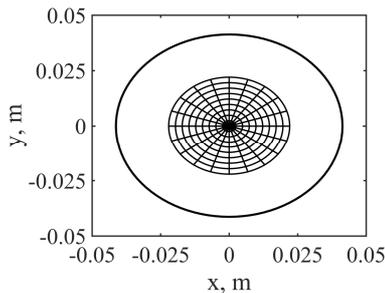


Рис 7. Расчетный случай 1 (сфера)

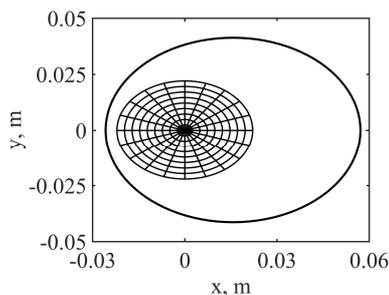


Рис 8. Расчетный случай 4 (сфера)

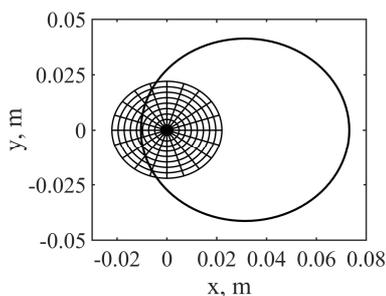


Рис 9. Расчетный случай 7 (сфера)

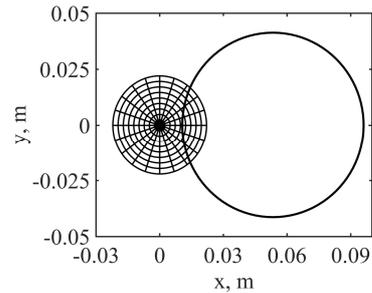


Рис 10. Расчетный случай 10 (сфера)

Для представленных выше случаев выполним расчеты передаваемой силы, применяя описанные ранее методы, и сравним результаты расчетов, полученные с использованием центральной проекции мишени с результатами для методов №1 и №2.

2. Результаты расчетов и их анализ

При сравнении результатов используем величины абсолютной и относительной погрешности вычисления силы методом №3, относительно силы, рассчитанной методом №1 или №2. Компоненты вектора абсолютной погрешности определяются следующим образом

$$\Delta f^k = f_1^k - f_s^k, \quad k = x, y, z, \quad s = 2, 3,$$

где нижний индекс указывает номер метода.

Относительная погрешность записывается в виде

$$df^k = \left| \Delta f^k / f_1^k \right| \cdot 100\%.$$

В табл. 3 представлены результаты расчетов силы, передаваемой факелом ЭРД мишени цилиндрической формы, полученные с использованием методов 1 и 3 для расчетных случаев, описанных в табл. 1. В этих случаях при проведении расчетов поток плазмы, попадающий на мишень, ограничивался конусом с углом раствора 2β .

Погрешности вычисления передаваемой силы методами 1 и 3 приведены в табл. 4. Из этой таблицы видно, что осевая составляющая погрешности вычисления силы df^z не превышает 0,4% для всех расчетных случаев. Наибольшее значение составляющей относительной погрешности df^x – 5% получено для случая 6, при этом соответствующая ее абсолютная погрешность составляет всего $2,189 \cdot 10^{-7}$ Н. Худшие результаты расчета другой боковой составляющей силы получены для расчетных случаев 8 и 11, для которых погрешности df^y и Δf^y равны соответственно 12,5% и $-6,06 \cdot 10^{-7}$ Н.

Таким образом, можно утверждать, что методы 1 и 3 позволяют получить практически идентичные результаты для рассматриваемой задачи.

В табл. 5 представлены результаты расчетов силы, передаваемой факелом ЭРД мишени сферической формы, полученные с использованием методов 2 и 3 для расчетных случаев, описанных в табл. 2.

Таблица 3

Результаты расчетов передаваемой силы для методов №1 и №3

№	Метод 1			Метод 3		
	f^x , Н	f^y , Н	f^z , Н	f^x , Н	f^y , Н	f^z , Н
1	0,000	0,000	$2,986 \cdot 10^{-2}$	0,000	0,000	$2,975 \cdot 10^{-2}$
2	0,000	$3,431 \cdot 10^{-5}$	$2,943 \cdot 10^{-2}$	0,000	$3,459 \cdot 10^{-5}$	$2,943 \cdot 10^{-2}$
3	0,000	$5,332 \cdot 10^{-4}$	$1,764 \cdot 10^{-2}$	0,000	$5,327 \cdot 10^{-4}$	$1,766 \cdot 10^{-2}$
4	0,000	0,000	$2,974 \cdot 10^{-2}$	0,000	0,000	$2,975 \cdot 10^{-2}$
5	$-7,700 \cdot 10^{-6}$	$8,587 \cdot 10^{-5}$	$2,888 \cdot 10^{-2}$	$-7,490 \cdot 10^{-6}$	$8,636 \cdot 10^{-5}$	$2,887 \cdot 10^{-2}$
6	$-7,490 \cdot 10^{-6}$	$5,313 \cdot 10^{-4}$	$1,834 \cdot 10^{-2}$	$-7,100 \cdot 10^{-6}$	$5,318 \cdot 10^{-4}$	$1,833 \cdot 10^{-2}$
7	0,000	0,000	$2,975 \cdot 10^{-2}$	0,000	0,000	$2,975 \cdot 10^{-2}$
8	$6,939 \cdot 10^{-6}$	$4,858 \cdot 10^{-6}$	$2,967 \cdot 10^{-2}$	$6,720 \cdot 10^{-6}$	$5,464 \cdot 10^{-6}$	$2,968 \cdot 10^{-2}$
9	$1,314 \cdot 10^{-4}$	$1,352 \cdot 10^{-4}$	$2,747 \cdot 10^{-2}$	$1,303 \cdot 10^{-4}$	$1,374 \cdot 10^{-4}$	$2,745 \cdot 10^{-2}$
10	0,000	0,000	$2,975 \cdot 10^{-2}$	0,000	0,000	$2,975 \cdot 10^{-2}$
11	$6,939 \cdot 10^{-6}$	$4,858 \cdot 10^{-6}$	$2,967 \cdot 10^{-2}$	$6,720 \cdot 10^{-6}$	$5,464 \cdot 10^{-6}$	$2,968 \cdot 10^{-2}$
12	$1,314 \cdot 10^{-4}$	$1,352 \cdot 10^{-4}$	$2,747 \cdot 10^{-2}$	$1,303 \cdot 10^{-4}$	$1,374 \cdot 10^{-4}$	$2,745 \cdot 10^{-2}$
13	0,000	0,000	$2,975 \cdot 10^{-2}$	0,000	0,000	$2,975 \cdot 10^{-2}$
14	$1,311 \cdot 10^{-5}$	$1,321 \cdot 10^{-5}$	$2,959 \cdot 10^{-2}$	$1,297 \cdot 10^{-5}$	$1,297 \cdot 10^{-5}$	$2,959 \cdot 10^{-2}$
15	$1,575 \cdot 10^{-4}$	$2,259 \cdot 10^{-4}$	$2,578 \cdot 10^{-2}$	$1,566 \cdot 10^{-4}$	$2,261 \cdot 10^{-4}$	$2,578 \cdot 10^{-2}$

Таблица 4

Погрешности вычисления передаваемой силы для методов №1 и №3

№	Абсолютная погрешность			Относительная погрешность		
	Δf^x , Н	Δf^y , Н	Δf^z , Н	df^x , %	df^y , %	df^z , %
1	0,000	0,000	$1,100 \cdot 10^{-4}$	–	–	0,37
2	0,000	$-2,790 \cdot 10^{-7}$	$6,000 \cdot 10^{-6}$	–	0,81	0,02
3	0,000	$5,400 \cdot 10^{-7}$	$-1,700 \cdot 10^{-5}$	–	0,10	0,10
4	0,000	0,000	$-7,000 \cdot 10^{-6}$	–	–	0,02
5	$-2,125 \cdot 10^{-7}$	$-4,950 \cdot 10^{-7}$	$9,000 \cdot 10^{-6}$	2,76	0,57	0,03
6	$-3,764 \cdot 10^{-7}$	$-4,200 \cdot 10^{-7}$	$1,500 \cdot 10^{-5}$	5,02	0,08	0,08
7	0,000	0,000	$-3,000 \cdot 10^{-6}$	–	–	0,01
8	$2,189 \cdot 10^{-7}$	$-6,060 \cdot 10^{-7}$	$-4,000 \cdot 10^{-6}$	3,15	12,47	0,01
9	$1,110 \cdot 10^{-6}$	$-2,260 \cdot 10^{-6}$	$1,800 \cdot 10^{-5}$	0,84	1,67	0,06
10	0,000	0,000	$-3,000 \cdot 10^{-6}$	–	–	0,01
11	$2,189 \cdot 10^{-7}$	$-6,060 \cdot 10^{-7}$	$-4,000 \cdot 10^{-6}$	3,15	12,47	0,01
12	$1,110 \cdot 10^{-6}$	$-2,260 \cdot 10^{-6}$	$1,800 \cdot 10^{-5}$	0,84	1,67	0,06
13	0,000	0,000	$-5,000 \cdot 10^{-6}$	–	–	0,01
14	$1,360 \cdot 10^{-7}$	$2,370 \cdot 10^{-7}$	$-1,000 \cdot 10^{-6}$	1,04	1,79	0,01
15	$9,500 \cdot 10^{-7}$	$-1,900 \cdot 10^{-7}$	$5,000 \cdot 10^{-6}$	0,60	0,08	0,02

В этих случаях при проведении расчетов методом №3 поток плазмы, как и ранее, ограничивался конусом с углом раствора 2β , а при использовании метода №2 границы луча никак не задавались.

Погрешности вычисления передаваемой силы методами 1 и 3 приведены в табл. 6. Из этой таблицы видно, что осевая составляющая погрешности вычисления силы df^z не превышает 4% для расчетных случаев 1–6, 8, 9. Это случаи, когда весь или почти весь рассматриваемый конус луча попадает на мишень.

Относительная погрешность расчета силы увеличивается (случаи 10 – 12), когда значительная часть луча не попадает на мишень. Это обусловлено тем, что в методе 3 используется коническое представление луча, в который попадает лишь около 95% потока ионов ЭРД, то есть при расчете силы не учитывается некоторая периферийная часть луча. Эту особенность наиболее ярко иллюстрирует расчетный случай 12, когда сила передается мишени лишь этой периферийной областью луча и, как следствие, погрешность вычисления силы равна 100%.

Таблица 5

Результаты расчетов передаваемой силы для методов №2 ($T_e = 0,001$ эВ) и №3

№	Метод 2			Метод 3		
	f^x , Н	f^y , Н	f^z , Н	f^x , Н	f^y , Н	f^z , Н
1	0,000	0,000	$3,100 \cdot 10^{-2}$	0,000	0,000	$2,999 \cdot 10^{-2}$
2	0,000	0,000	$3,100 \cdot 10^{-2}$	0,000	0,000	$2,999 \cdot 10^{-2}$
3	0,000	0,000	$3,100 \cdot 10^{-2}$	0,000	0,000	$2,999 \cdot 10^{-2}$
4	$3,353 \cdot 10^{-5}$	0,000	$3,078 \cdot 10^{-2}$	0,000	0,000	$2,999 \cdot 10^{-2}$
5	$0,100 \cdot 10^{-5}$	0,000	$3,090 \cdot 10^{-2}$	0,000	0,000	$2,999 \cdot 10^{-2}$
6	0,000	0,000	$3,100 \cdot 10^{-2}$	0,000	0,000	$2,999 \cdot 10^{-2}$
7	$3,831 \cdot 10^{-4}$	0,000	$2,520 \cdot 10^{-2}$	$3,818 \cdot 10^{-4}$	0,000	$2,389 \cdot 10^{-2}$
8	$2,287 \cdot 10^{-4}$	0,000	$2,847 \cdot 10^{-2}$	$1,982 \cdot 10^{-4}$	0,000	$2,753 \cdot 10^{-2}$
9	$4,287 \cdot 10^{-5}$	0,000	$3,087 \cdot 10^{-2}$	0,000	0,000	$2,992 \cdot 10^{-2}$
10	$2,991 \cdot 10^{-4}$	0,000	$3,728 \cdot 10^{-2}$	$2,181 \cdot 10^{-4}$	0,000	$2,699 \cdot 10^{-3}$
11	$2,281 \cdot 10^{-5}$	0,000	$2,449 \cdot 10^{-3}$	$0,946 \cdot 10^{-4}$	0,000	$9,784 \cdot 10^{-4}$
12	$4,690 \cdot 10^{-5}$	0,000	$3,408 \cdot 10^{-4}$	0,000	0,000	0,000

Таблица 6

Ошибки вычисления передаваемой силы для методов №2 ($T_e = 0,001$ эВ) и №3

№	Абсолютная погрешность			Относительная погрешность		
	Δf^x , Н	Δf^y , Н	Δf^z , Н	df^x , %	df^y , %	df^z , %
1	0,000	0,000	$1,005 \cdot 10^{-3}$	–	–	3,24
2	0,000	0,000	$1,075 \cdot 10^{-3}$	–	–	3,47
3	0,000	0,000	$1,075 \cdot 10^{-3}$	–	–	3,47
4	$3,353 \cdot 10^{-5}$	0,000	$8,519 \cdot 10^{-4}$	100,00	–	2,77
5	$0,100 \cdot 10^{-5}$	0,000	$9,750 \cdot 10^{-4}$	100,00	–	3,16
6	0,000	0,000	$1,075 \cdot 10^{-3}$	–	–	3,47
7	$0,131 \cdot 10^{-5}$	0,000	$1,313 \cdot 10^{-3}$	0,34	–	5,21
8	$3,047 \cdot 10^{-5}$	0,000	$9,338 \cdot 10^{-4}$	13,33	–	3,28
9	$2,429 \cdot 10^{-5}$	0,000	$9,451 \cdot 10^{-4}$	100,00	–	3,06
10	$8,105 \cdot 10^{-5}$	0,000	$1,029 \cdot 10^{-4}$	27,09	–	27,60
11	$1,335 \cdot 10^{-4}$	0,000	$1,470 \cdot 10^{-3}$	58,52	–	60,04
12	$4,690 \cdot 10^{-5}$	0,000	$3,408 \cdot 10^{-4}$	100,00	–	100,00

Для случаев 1 – 3 и 6 – 8 точности вычисления боковой составляющей методами 1 и 3 примерно одинаковые. 100%-я относительная погрешность для случаев 4, 5, 9 обусловлена различиями в представлении луча для различных методов. Так, при использовании метода 3 весь луч попадает на мишень и, следовательно, отсутствуют боковые составляющие силы. Представление луча в методе №2 позволяет учесть некоторую часть периферийной области луча, которая проходит мимо мишени, что обуславливает отличие значения боковой составляющей силы от нуля. Относительные погрешности расчета боковой составляющей силы для случаев 10 – 12 соизмеримы с соответствующими показателями для ее осевой составляющей, и их наличие также объясняется особенностями моделирования луча, которые представлены выше.

Следует также отметить, что, несмотря на большие значения абсолютной погрешности вычисления боковой составляющей для некоторых случаев, их абсолютные значения являются незначительными, а именно, на порядок меньшими соответствующих погрешностей вычисления осевых составляющих. Кроме того в случае, если все же полученная точность вычисления силы методом №3 недостаточна, то угол раствора конуса луча может быть увеличен таким образом, чтобы его проекция полностью охватывала контур мишени.

При необходимости погрешность расчета силы может быть уменьшена путем увеличения количества элементарных площадок, на которые разбивается проекция луча. В качестве примера в табл. 7 для расчетного случая 11 приведены ошибки вычисления передаваемой силы, для различного количества элементарных площадок проекции луча, при $J = 21$.

Таблица 7

Ошибки вычисления передаваемой силы для методов №2 ($T_e = 0,001$ эВ) и №3 (расчетный случай 11)

I	Абсолютная погрешность			Относительная погрешность		
	Δf^x , Н	Δf^y , Н	Δf^z , Н	df^x , %	df^y , %	df^z , %
10	$1,837 \cdot 10^{-4}$	0,000	$1,980 \cdot 10^{-3}$	80,58	–	80,89
20	$1,335 \cdot 10^{-4}$	0,000	$1,470 \cdot 10^{-3}$	58,52	–	60,04
50	$1,210 \cdot 10^{-4}$	0,000	$1,306 \cdot 10^{-3}$	53,04	–	53,32
100	$1,090 \cdot 10^{-4}$	0,000	$1,175 \cdot 10^{-3}$	47,80	–	47,98
200	$1,075 \cdot 10^{-4}$	0,000	$1,151 \cdot 10^{-3}$	47,15	–	47,02

Таблица 8

Ошибки вычисления передаваемой силы для методов №2 ($T_e = 3$ эВ) и №3

№	Абсолютная погрешность			Относительная погрешность		
	Δf^x , Н	Δf^y , Н	Δf^z , Н	df^x , %	df^y , %	df^z , %
1	0,000	0	$9,356 \cdot 10^{-4}$	–	–	3,02
2	0,000	0	$1,120 \cdot 10^{-3}$	–	–	3,61
3	0,000	0	$1,114 \cdot 10^{-3}$	–	–	3,59
4	$1,425 \cdot 10^{-4}$	0	$8,084 \cdot 10^{-5}$	100,00	–	0,27
5	$1,977 \cdot 10^{-4}$	0	$9,787 \cdot 10^{-4}$	100,00	–	3,17
6	$4,880 \cdot 10^{-5}$	0	$1,081 \cdot 10^{-3}$	100,00	–	3,49
7	$2,663 \cdot 10^{-4}$	0	$8,385 \cdot 10^{-4}$	41,10	–	3,64
8	$1,537 \cdot 10^{-4}$	0	$2,911 \cdot 10^{-4}$	43,68	–	1,07
9	$5,163 \cdot 10^{-5}$	0	$7,621 \cdot 10^{-4}$	100,00	–	2,48
10	$2,747 \cdot 10^{-4}$	0	$2,247 \cdot 10^{-3}$	55,74	–	45,43
11	$2,636 \cdot 10^{-4}$	0	$2,231 \cdot 10^{-3}$	73,59	–	69,51
12	$1,014 \cdot 10^{-4}$	0	$6,456 \cdot 10^{-4}$	100,00	–	100,00

Таблица 9

Ошибки вычисления передаваемой силы для методов №2 ($T_e = 3$ эВ) и №3 (расчетный случай 11)

I	Абсолютная погрешность			Относительная погрешность		
	Δf^x , Н	Δf^y , Н	Δf^z , Н	df^x , %	df^y , %	df^z , %
10	$3,139 \cdot 10^{-4}$	0	$2,741 \cdot 10^{-3}$	87,63	–	85,42
20	$2,636 \cdot 10^{-4}$	0	$2,231 \cdot 10^{-3}$	73,59	–	69,51
50	$2,511 \cdot 10^{-4}$	0	$2,066 \cdot 10^{-3}$	70,10	–	64,38
100	$2,392 \cdot 10^{-4}$	0	$1,935 \cdot 10^{-3}$	66,77	–	60,31
200	$2,377 \cdot 10^{-4}$	0	$1,912 \cdot 10^{-3}$	66,35	–	59,58

При проведении расчетов, результаты которых представлены выше, использовалось малое значение электронной температуры. При таких исходных данных пространственное распределение плазмы луча максимально приближается к конусу. Для того чтобы выяснить как меняется погрешность вычисления силы при увеличении значения этого параметра проведены расчеты для сферической мишени при $T_e = 3$ эВ. Это значение характерно для ЭРД, который рассматривается в настоящее время в проекте LEOSWEEP. Ошибки вычисления передаваемой силы для такого случая представлены в табл. 8. Как видно из этой таблицы точность вычисления осевой составляющей для случаев 1 – 9, 12 не ухудшается при более высоком значении электронной температуры. Некоторое ухудшение точности расчета осевой составляющей для случаев 10, 11 и боковой составляющей для случаев 6 – 8, 10, 11, вызвано несколько большим различием в моделировании луча для моделей 2 и 3, при этом абсолютные погрешности, как и ранее, остаются незначительными. Также, как и ранее, в этих случаях погрешность расчета силы может быть уменьшена за счет увеличения количества элементарных площадок проекции луча, что иллюстрируется результатами для расчетного случая 11, приведенные в табл. 9.

Заключение

В статье представлены результаты по определению силы, передаваемой факелом электроракетного двигателя орбитальному объекту, полученные тремя методами для мишеней сферической и цилиндрической форм. Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод о том, что погрешность определения силы по информации о центральной проекции мишени незначительна в сравнении другими рассмотренными в статье методами. При этом для реализации такого подхода не нужна информация о точной форме, размерах объекта и его ориен-

тации, а необходимы лишь данные о его центральной проекции на выбранную плоскость. Эта особенность дает существенные преимущества в сравнении с другими рассмотренными методами, а именно сократить время численных расчетов при моделировании, определять передаваемую силу на орбите по фотоснимкам объекта.

Представленные в статье результаты получены при выполнении проекта LEOSWEEP, финансируемого в рамках 7-й Европейской рамочной программы (грант № N.607457).

Литература

1. *Stability of the Future LEO Environment – an IADC Comparison Study [Electronic resource] / J.-C. Liou, A.K. Anilkumar, B. Bastida et al. // Proc. “6th European Conference on Space Debris”, Germany, 22–25 April 2013, Darmstadt, 2013. – 1 электрон. опт. диск (DVD-ROM).*
2. *Bombardelli, C. Ion Beam Shepherd for Contactless Space Debris Removal [Text] / C. Bombardelli, J. Peláez // JGCD. – May – June 2011. – Vol. 34, № 3. – P. 916 – 920.*
3. *Phipps, C. R. ORION: Clearing Near-Earth Space Debris in Two Years Using a 30-kW Repetitively-Pulsed Laser [Text] / C. R. Phipps, J. P. Reilly // SPIE Proceedings of the International Society for Optical Engineering. – 1997. – P. 728 – 731.*
4. *Takeichi, N. Practical Operation Strategy for Deorbit of an Electrodynamic Tethered System [Text] / N. Takeichi // J. of Spacecraft and Rockets. – 2006. – Vol. 43, № 6. – P. 1283 – 1288. doi:10.2514/1.19635.*
5. *Cichocki, F. Collisionless Plasma thruster plume expansion model [Text] / F. Cichocki, M. Merino, E. Ahedo // Plasma Sources Science and Technology. – 2015. – Vol 24, № 3. – P. 83 – 95.*
6. *Ariadna call for ideas: Active removal of space debris ion beam shepherd for contactless debris removal [Text] / C. Bombardelli, M. Merino, E. Ahedo, J. Peláez, H. Urrutxua, A. Iturri-Torreay, J. Herrera-Montojoy // Technical report. – 2011. – 90 p.*

7. *Relative dynamics and control of an ion beam shepherd satellite [Text]* / C. Bombardelli, H. Urrutxua, M. Merino, E. Ahedo, and J. Pelaez // *Spaceflight mechanics 2012. – 2012. – Vol. 143. – P. 2145–2158.*

8. *Расчет воздействия факела электрореактивного двигателя на объект космического мусора [Текст]* / А. П. Алпатов, А. Е. Закржевский, М. Мерино, А. А. Фоков, С. В. Хорошилов, Ф. Чичокки // *Международная конференция «Космические технологии: настоящее и будущее», 19 - 21 мая, 2015. Тезисы докладов. – Днепропетровск, 2015.*

– С. 84.

9. *Algorithm for Determination of Force Transmitted by Plume of Ion Thruster to Orbital Object Using Photo Camera [Electronic resource]* / A. Alpatov, F. Cichocki, A. Fokov, S. Khoroshylov, M. Merino, A. Zakrzhevskii // *66th International Astronautical Congress, Jerusalem, Israel, 12-16 October, 2015. – 1 электрон. опт. диск (DVD-ROM).*

10. *Определение оптимального положения «пастуха с ионным лучом» относительно объекта космического мусора [Текст]* / А. П. Алпатов, А. Е. Закржевский, А. А. Фоков, С. В. Хорошилов // *Техническая механика. – 2015. – Вып. 2. – С. 37–48.*

11. *Лурье, А. И. Аналитическая механика [Текст]* / А. И. Лурье. – М. : Физматгиз, 1961. – 824 с.

12. *The FP7 LEOSWEEP Project: Improving Low Earth Orbit Security With Enhanced Electric Propulsion [Electronic resource]* / M. Ruiz, I. Urdampilleta, C. Bombardelli, E. Ahedo, M. Merino, F. Cichocki // *Space Propulsion Conference 2014, Köln, Germany, 19 - 22 May, 2014. – 1 электрон. опт. диск (DVD-ROM).*

13. *Hormann, K. The point in polygon problem for arbitrary polygons [Text]* / K. Hormann, A. Agathos // *Comput. Geom. Theory Appl.* – 2001. – № 20. – P. 131 – 144.

References

1. Liou, J.-C., Anilkumar, A.K., Bastida B., et al. Stability of the Future LEO Environment – an IADC Comparison Study. *Proceedings of 6th European Conference on Space Debris*, Germany, 22-25 April 2013, Darmstadt, 2013.

2. Bombardelli, C. Ion Beam Shepherd for Contactless Space Debris Removal. *JGCD*, May-June 2011, vol. 34 no. 3, pp. 916-920.

3. Phipps, C. R. ORION: Clearing Near-Earth Space Debris in Two Years Using a 30-kW Repetively-Pulsed Laser. *SPIE Proceedings of the International Society for Optical Engineering*, 1997, pp.728-731.

4. Takeichi, N. Practical Operation Strategy for Deorbit of an Electrodynamic Tethered. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2006, vol. 43 no. 6. pp.1283-1288. doi:10.2514/1.19635.

5. Cichocki, F. Merino, M., Ahedo, E. Collisionless Plasma thruster plume expansion model. *Plasma Sources Science and Technology*, 2015, vol. 24 no. 3, pp.83-95.

6. Bombardelli, C., Merino, M., Ahedo, E., Pelaez, J., Urrutxua, H., Iturri-Torreay, A., Herrera-Montojoy, J. Ariadna call for ideas: Active removal of space debris ion beam shepherd for contactless debris removal. *Technical report*, 2011. 90 p.

7. Bombardelli, C., Urrutxua, H., Merino, M., Ahedo, E., Pelaez, J. Relative dynamics and control of an ion beam shepherd satellite. *Spaceflight mechanics*, 2012, no. 143, pp. 2145-2158.

8. Alpatov, A. P., Zakrzhevskii, A. E., Merino, M., Fokov, A. A., Khoroshylov, S. V., Chichokki, F. Raschet vozdeistviya fakela elektрореактивного dvigatelya na ob"ekt kosmicheskogo musora [Calculation of force impact from electric thruster plume to space debris object] / *Tezisy dokladov Mezhdunarodnaya konferentsiya «Kosmicheskie tekhnologii: nastoyashchee i budushchee»* [Proc. of 5th International Conference "Space Technologies: Present and Future]. Dnepropetrovsk, 19-21 May, 2015, pp. 84.

9. Alpatov, A., Cichocki, F., Fokov, A., Khoroshylov, S., Merino, M., Zakrzhevskii A. Algorithm for Determination of Force Transmitted by Plume of Ion Thruster to Orbital Object Using Photo Camera. *In: 66th International Astronautical Congress, Jerusalem, Israel, 12-16 October, 2015.*

10. Alpatov, A. P., Zakrzhevskii, A. E., Fokov, A. A., Khoroshylov, S. V. Opredelenie optimal'nogo polozheniya «pastukha s ionnym luchom» otноситel'no ob"ekta kosmicheskogo musora [Determination of optimal position of "ion beam shepherd" with respect to space debris object. *Tekhnicheskaya mekhanika – Technical mechanics*, 2015, No. 2, pp. 37-48.

11. Lur'e, A. I. Analiticheskaya mekhanika [Analytical mechanics]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1961. 824 p.

12. Ruiz, M., Urdampilleta, I., Bombardelli, C., Ahedo, E., Merino, M., Cichocki, F. The FP7 LEOSWEEP Project: Improving Low Earth Orbit Security with Enhanced Electric Propulsion. *Space Propulsion Conference*, Köln, Germany, 19-22 May, 2014.

13. Hormann, K., Agathos, A. The point in polygon problem for arbitrary polygons. *Comput. Geom. Theory Appl.*, 2001, no. 20, pp. 131-144.

ВАЛІДАЦІЯ СПРОЩЕНОГО МЕТОДУ РОЗРАХУНКУ СИЛИ ВПЛИВУ ФАКЕЛУ ЕЛЕКТРОРЕАКТИВНОГО ДВИГУНА НА ОРБІТАЛЬНИЙ ОБ'ЄКТ

О. А. Фоков, С. В. Хорошилов

Представлено результати валідації нового методу визначення сили, переданої факелом електрореактивного двигуна орбітальному об'єкту. Метод дозволяє розраховувати таку силу лише за інформацією про центральну проекцію об'єкта на площину, перпендикулярну осі факелу, і становить значний інтерес в контексті завдань безконтактного видалення космічного сміття. Виконано розрахунки для об'єктів сферичної і циліндричної форми з використання трьох різних методів при розгляді різних випадків відносного положення сопла двигуна і мішені. Проведено аналіз результатів розрахунків, зроблено висновки про доцільність та особливості застосування методу розрахунку переданої сили за інформацією про центральну проекцію об'єкта.

Ключові слова: електрореактивний двигун, центральна проекція, орбітальний об'єкт, передана сила, іонний промінь.

VALIDATION OF SIMPLIFIED METHOD FOR CALCULATION OF TRANSMITTED FORCE FROM PLUME OF ELECTRIC THRUSTER TO ORBITAL OBJECT

A. A. Fokov, S. V. Khoroshylov

Validation results for a new method for determining the force transmitted from the plume of an electric thruster to an orbital object are presented. The method allows to calculate the force using only the information about the central projection of an object on the plane, which is perpendicular to the plume axis, and is of considerable interest in the context of the tasks of contactless space debris removal. The calculations have been made for the objects of spherical and cylindrical shapes using three different methods and considering various cases of the relative position of the thruster nozzle and the targets. The calculation results have been analyzed and conclusions have been made concerning the feasibility and features of the application of the method for calculation of the transmitted force based on the central projection of an object.

Keywords: electric thruster, central projection, orbital object, transmitted force, ion beam.

Фоков Александр Анатольевич – канд. техн. наук, ст. науч. сотр., старший научный сотрудник отдела системного анализа и проблем управления, Институт технической механики НАН Украины и ГКА Украины, Днепропетровск, Украина, e-mail: oafokov@ukr.net.

Хорошилов Сергей Викторович – д-р техн. наук, ст. науч. сотр., ведущий научный сотрудник отдела системного анализа и проблем управления, Институт технической механики НАН Украины и ГКА Украины, Днепропетровск, Украина, e-mail: skh@ukr.net.

Fokov Alexander Anatolievich – Candidate of Technical Sciences, Senior Research Scientist, Senior Research Scientist of the Department of the System Analysis and Control Problems, Institute of Technical Mechanics of Ukraine NAS and Ukraine SSA, Dnipropetrovsk, Ukraine, e-mail : oafokov@ukr.net.

Khoroshylov Serhii Victorovich – Doctor of Technical Sciences, Senior Research Scientist, Lead Research Scientist of the Department of the System Analysis and Control Problems, Institute of Technical Mechanics of Ukraine NAS and Ukraine SSA, Dnipropetrovsk, Ukraine, e-mail : skh@ukr.net.