УДК 629.735.33

#### П. А. ФОМИЧЕВ, С. Ф. МАНДЗЮК

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина

## МЕТОД РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ КРЫЛА ДЛЯ ЦИКЛОГРАММ НАГРУЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ И КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОГО АНАЛИЗА

При оценке прочности и ресурса авиационной техники возникает необходимость в многократных расчетах напряженно-деформированного состояния конструкций при различных условиях эксплуатации. Предложен метод расчета общего напряженного состояния крыла на основе принципа суперпозиции, интегральных силовых факторов и конечно-элементного анализа. Вместо проведения сотен расчетов напряженно-деформированного состояния конструкции методом конечных элементов (МКЭ) необходимо выполнить только два, которые восстанавливают напряжения при действии единичных нагрузок. Компоненты общего напряженного состояния для произвольной точки циклограммы нагружения можно определить как суперпозицию единичных напряжений умноженных на соответствующие значения силовых факторов в сечении крыла большого удлинения. На примере транспортного самолета выполнено сопоставление напряжений, полученных по предложенному методу и МКЭ. Получено хорошее согласование данных.

Ключевые слова: крыло самолета, напряженное состояние, интегральные силовые факторы, метод конечных элементов.

#### Введение

При создании летательного аппарата необходимо обеспечить несущую способность конструкции во всем диапазоне возможных в эксплуатации нагрузок. Предельные случаи нагружения регламентируют авиационные правила. Индивидуальные особенности конструкции конкретного типа самолета и его эксплуатации приводят к необходимости учета дополнительных расчетных случаев. Реальное распределение усилий получают по результатам аэродинамических продувок и летных измерений. Вышеперечисленное приводит к необходимости напряженно-деформимногократных расчетов рованного состояния (НДС) при различных условиях нагружения. В особенности эта задача актуальна на этапах расчета ресурса конструкции, когда для каждого экстремума перегрузки следует учитывать действующие силовые факторы в виде поперечной силы, изгибающего и крутящего моментов.

С 30-х годов прошлого столетия для анализа напряженного состояния авиационных конструкций большого удлинения (фюзеляжей, крыльев, оперения) находит применение теория тонкостенных стержней [1 – 3]. Моделирование конструкций в виде тонкостенного стержня позволяет вычислять нормальные и касательные напряжения в сечениях рассматриваемого агрегата. Для регулярных зон конструкций расчетная схема дает хорошее согласование с экспериментальными данными [4, 5]. Одна-

ко реальные конструкции отличаются множеством перестыковок, вырезов, подкреплений, изменением стреловидности, сужением и т. п. В ряде теоретических и экспериментальных работ предложено развитие теории тонкостенного стержня, позволяющие учесть влияние перечисленных особенностей на напряженное состояние [6 - 10]. Такие расчеты представляют собой достаточно сложный и трудоемкий процесс, зачастую являются приближенными и требуют экспериментальной проверки. Тем не менее, использование расчетной схемы тонкостенного стержня оказало существенное влияние на развитие методов расчета НДС авиаконструкций. И сейчас, для проверки конечно-элементных расчетов НДС конструкций большого удлинения применяют метод редукционных коэффициентов, в основе которого лежит схема тонкостенного стержня.

Согласно теории тонкостенного стержня всю совокупность аэродинамических и инерционных нагрузок, действующих на конструкцию, принято приводить к интегральным силовым факторам. Для крыла неманевренного самолета таковыми являются распределения поперечных сил  $Q_{v}$ , изгибающих  $M_x$  и крутящих  $M_z$  моментов.

В настоящее время расчеты НДС конструкций проводят с использованием метода конечных элементов. Современное развитие вычислительной техники и конечно-элементных программных комплексов позволяет в короткие сроки проводить анализ конструкций и агрегатов любой сложности при разнообразных граничных условиях.

При анализе напряженного состояния с помощью МКЭ приходится выполнять пересчет интегральных силовых факторов в распределенные или сосредоточенные усилия, которые при действии на конструкцию воспроизводят заданные силовые факторы. Поскольку изменение интегральных силовых факторов в полете или программе испытаний непропорционально, возникает необходимость в многократных расчетах НДС. Например, для циклограммы нагружения крыла самолета при проведении ресурсных испытаний, отображающей изменение  $Q_v$ ,  $M_x$  и  $M_z$  согласно различным режимам типовых полетов, подобных расчетов может быть больше сотни. С учетом подготовки исходных данных, задания граничных условий, расчета НДС и постпроцессорной обработки полученных данных это приводит к значительным временным затратам. Целью статьи является разработка метода, позволяющего значительно ускорить процесс расчета общего напряженного состояния конструкции крыла при различных вариантах нагружения.

## Методика расчета общего напряженного состояния

При эксплуатационных нагрузках задача расчета общего НДС конструкции крыла физически и геометрически линейная. Следовательно, справедлива расчетная схема тонкостенного стержня и принцип суперпозиции решений.

Рассмотрим сечение кессонной части крыла самолета (рис. 1).

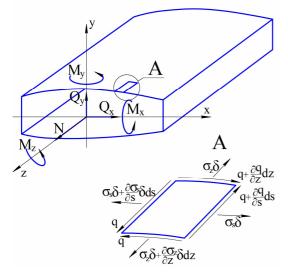


Рис. 1. Схема нагружения сечения кессона

Зависимость для расчета нормальных напряжений по теории Власова для тонкостенных стержней

имеет вид [6]

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M_y}{I_v} x + \frac{M_x}{I_x} y + \frac{B}{I_\omega} \omega, \qquad (1)$$

где N,  $M_x$ ,  $M_y$ , B - поперечная сила, изгибающие моменты и изгибно-крутящий бимомент;

х, у - координаты;

ω - секториальная координата;

 $I_x$  ,  $I_v$  ,  $I_\omega$  - моменты инерции сечения.

Первые три слагаемых совпадают с известными формулами сопротивления материалов, опирающимися на закон плоских сечений. Четвертое слагаемое описывает возможное отклонение в распределении напряжений вследствие стесненной депланации при изгибе и кручении.

Представим уравнение (1) в виде

$$\sigma = \overline{\sigma_N} \cdot N + \overline{\sigma_{M_x}} \cdot M_x + \overline{\sigma_{M_y}} \cdot M_y + \overline{\sigma_B} \cdot B , \quad (2)$$

где 
$$\overline{\sigma_N} = \frac{1}{F}$$
,  $\overline{\sigma_{M_X}} = \frac{y}{I_x}$ ,  $\overline{\sigma_{M_y}} = \frac{x}{I_v}$ ,  $\overline{\sigma_B} = \frac{\omega}{I_\omega}$  - нор-

мальные напряжения при действии единичных силовых факторов.

Изгибно-крутящий бимомент В определяет величину дополнительных нормальных напряжений при стесненной депланации вследствие изгиба и кручения. Запишем напряжение, пропорциональное бимоменту В, как сумму

$$\sigma_{\rm B} = \sigma_{\rm BM_x} + \sigma_{\rm BM_y} + \sigma_{\rm BM_z}, \tag{3}$$

где  $\sigma_{{\rm BM}_x}$  ,  $\sigma_{{\rm BM}_y}$  - напряжения при стесненной депланации вследствие изгиба;

 $\sigma_{BM_Z}$  - напряжения при стесненной депланации вследствие кручения.

Подставим выражение (3) в уравнение (2)

$$\sigma = \overline{\sigma_{N}} \cdot N + \overline{\sigma_{M_{x}}} \cdot M_{x} + \overline{\sigma_{M_{y}}} \cdot M_{y} + (4)$$

$$+ \overline{\sigma_{B_{M_{x}}}} \cdot M_{x} + \overline{\sigma_{B_{M_{y}}}} \cdot M_{y} + \overline{\sigma_{B_{M_{z}}}} \cdot M_{z} .$$

Введем обозначение суммарных единичных напряжений, включающих напряжения, полученные на основе закона плоских сечений и дополнительные напряжения вследствие стесненной депланации при изгибе

$$\overline{\overline{\sigma_{M_X}}} = \overline{\sigma_{M_X}} + \overline{\sigma_{B_{M_X}}},$$

$$\overline{\overline{\sigma_{M_Y}}} = \overline{\sigma_{M_Y}} + \overline{\sigma_{B_{M_Y}}}.$$
(5)

С учетом (5) зависимость (4) примет вид

$$\sigma = \overline{\sigma_N} \cdot N + \overline{\overline{\sigma_{M_X}}} \cdot M_x + \overline{\overline{\sigma_{M_y}}} \cdot M_y + \overline{\sigma_{M_Z}} \cdot M_z \ . \ \ (6)$$

Для определения касательных напряжений запишем уравнение равновесия элементарной площадки кессона в проекции на продольную ось (см. рис. 1)

$$\left(\sigma_z\delta + \frac{\partial\sigma}{\partial z}\,\delta dz\right)\!ds - \sigma_z\delta ds - \left(q + \frac{\partial q}{\partial s}\,\delta ds\right)\!dz + qdz = 0\;.$$

После преобразований получим

$$\frac{\partial \sigma}{\partial z} \delta - \frac{\partial q}{\partial s} = 0.$$
 (6)

Поток касательных усилий получим после интегрирования (6) и подстановки (1)

$$q = \frac{dN}{dz} + \frac{dM_x}{dz} \frac{S_x}{I_x} + \frac{dM_y}{dz} \frac{S_y}{I_y} + q_0,$$
 (7)

где  $S_{x}$  ,  $S_{y}$  - статические моменты инерции сечения

Поскольку тонкостенный стержень рассматривается как балка, действующие изгибающие моменты и поперечные силы связаны соотношением

$$\frac{dM_x}{dz} = Q_y, \quad \frac{dM_y}{dz} = Q_x. \tag{8}$$

С учетом (8), формулы Бредта для расчета потока касательных усилий при кручении однозамкнутого контура при кручении

$$q_0 = \frac{M_z}{\Omega}$$

и зависимости для касательных напряжений

$$\tau = \frac{q}{\delta}$$
,

выражение (7) примет вид

$$\tau = \frac{dN}{dz} \frac{1}{\delta} + Q_x \frac{S_y}{I_v \delta} + Q_y \frac{S_x}{I_x \delta} + \frac{M_z}{\Omega \delta}, \qquad (9)$$

где  $\Omega$  - удвоенная площадь контура сечения,

δ - толщина обшивки или стенки лонжерона.

Пренебрегая изменением силы N вдоль оси z представим уравнение (9) в виде

$$\tau = \overline{\tau_{Q_x}} \cdot Q_x + \overline{\tau_{Q_y}} \cdot Q_y + \overline{\tau_{M_z}} \cdot M_z, \qquad (10)$$

где 
$$\overline{\tau_{Q_X}} = \frac{S_y}{I_v \delta}$$
,  $\overline{\tau_{Q_y}} = \frac{S_x}{I_v \delta}$ ,  $\overline{\tau_{M_Z}} = \frac{1}{\Omega \delta}$  - касательные

напряжения при действии единичных силовых факторов.

При стесненной депланации вследствие изгиба и кручения одновременно с нормальными напряжениями возникают дополнительные касательные напряжения. С учетом дифференциальной связи (8) запишем дополнительные касательные напряжения как сумму

$$\tau_{\rm B} = \overline{\tau_{\rm BQ_x}} \cdot Q_x + \overline{\tau_{\rm BQ_y}} \cdot Q_y + \overline{\tau_{\rm BM_z}} \cdot M_z , \qquad (11)$$

где  $\tau_{BQ_x}$  ,  $\tau_{BQ_y}$  - напряжения при стесненной депланации вследствие изгиба;

 $\overline{\tau_{{
m BM}_z}}$  - напряжения при стесненной депланации вследствие кручения.

Введем обозначение суммарных единичных касательных напряжений, включающих напряжения, полученные на основе закона плоских сечений и дополнительные напряжения вследствие стесненной депланации

$$\frac{\overline{\tau_{Q_x}}}{\overline{\tau_{Q_y}}} = \overline{\tau_{Q_x}} + \overline{\tau_{BQ_x}},$$

$$\frac{\overline{\overline{\tau_{Q_y}}}}{\overline{\tau_{M_z}}} = \overline{\tau_{M_z}} + \overline{\tau_{BQ_y}},$$

$$\frac{\overline{\overline{\tau_{M_z}}}}{\overline{\tau_{M_z}}} = \overline{\tau_{M_z}} + \overline{\tau_{BM_z}}.$$
(12)

С учетом (10) - (12) зависимость для касательных напряжений примет вид

$$\tau = \overline{\overline{\tau_{Q_X}}} \cdot Q_X + \overline{\overline{\tau_{Q_Y}}} \cdot Q_Y + \overline{\overline{\tau_{M_Z}}} \cdot M_Z \,.$$

Нормальные напряжения вдоль контура крыла малы и составляют примерно  $0.1\sigma_z$  [5], поэтому ими обычно пренебрегают [5 – 14]. Для общности выразим поперечные нормальные напряжения аналогично продольным. Тогда напряженное состояние элементарной площадки обшивки можно описать следующей системой уравнений

$$\begin{cases} \sigma_{z} = \overline{\sigma_{z_{N}}} \cdot N + \overline{\sigma_{z_{M_{x}}}} \cdot M_{x} + \overline{\sigma_{z_{M_{y}}}} \cdot M_{y} + \overline{\sigma_{z_{M_{z}}}} \cdot M_{z}, \\ \sigma_{x} = \overline{\sigma_{x_{N}}} \cdot N + \overline{\sigma_{x_{M_{x}}}} \cdot M_{x} + \overline{\sigma_{x_{M_{y}}}} \cdot M_{y} + \overline{\sigma_{x_{M_{z}}}} \cdot M_{z}, (13) \\ \tau_{xz} = \overline{\overline{\tau_{xz_{Q_{x}}}}} \cdot Q_{x} + \overline{\overline{\tau_{xz_{Q_{y}}}}} \cdot Q_{y} + \overline{\overline{\tau_{xz_{M_{z}}}}} \cdot M_{z}. \end{cases}$$

Для крыла неманевренного самолета в горизонтальном полете величины продольного усилия N , поперечной силы  $Q_x$  , изгибающим моментом в горизонтальной плоскости  $M_y$  достаточно малы, поэтому их зачастую не учитывают. Система уравнений (13) в самолетной системе координат вдоль размаха крыла примет вид

$$\begin{cases} \sigma_{z}(z) = \overline{\sigma_{zM_{x}}}(z) \cdot M_{x}(z) + \overline{\sigma_{zM_{z}}}(z) \cdot M_{z}(z) ,\\ \sigma_{x}(z) = \overline{\sigma_{xM_{x}}}(z) \cdot M_{x}(z) + \overline{\sigma_{xM_{z}}}(z) \cdot M_{z}(z) ,\\ \tau_{xz}(z) = \overline{\tau_{xzQ_{y}}}(z) \cdot Q_{y}(z) + \overline{\tau_{xzM_{z}}}(z) \cdot M_{z}(z) . \end{cases}$$
(14)

Подобным образом через интегральные силовые факторы можно выразить деформации или перемещения.

## Методика расчета единичных нормальных и касательных напряжений

Система (14) имеет шесть неизвестных коэффициентов или единичных напряжений. Под единичными напряжениями будем понимать напряжения, возникающие в элементе при действии единичного силового фактора. Рациональным вариантом для определения неизвестных коэффициентов является применение конечно-элементного анализа, который позволит учесть, помимо всего прочего, влияние нерегулярных зон, стесненной деформации, применения различных материалов для обшивки, стрингеров, поясов лонжеронов. Тогда единичные

напряжения можно трактовать, как аппроксимацию расчетов МКЭ в зависимости от величины силовых факторов в сечении крыла.

Численный анализ единичных напряжений с использованием МКЭ показал, что для их определения нужно выполнить два расчета:

- первый расчетный случай соответствует максимальному изгибающему моменту циклограммы нагружения;
- второй изолированному кручению крыла или, если это невозможно реализовать, максимальному крутящему моменту при минимальном  $M_{\rm x}$  .

Коэффициенты  $\overline{\overline{\sigma_{z_{M_{X}}}}}(z)$ ,  $\overline{\overline{\sigma_{x_{M_{X}}}}}(z)$ ,  $\overline{\overline{\tau_{xz_{Qy}}}}(z)$  определим из системы (14) при действии нагрузок, соответствующих максимальному изгибающему моменту циклограммы

$$\overline{\overline{\sigma_{z_{Mx}}}}(z) = \frac{1}{M_{x_{0}}(z)} \cdot \left(\sigma_{z_{0}}(z) - \overline{\sigma_{z_{Mz}}}(z) \cdot M_{z_{0}}(z)\right),$$

$$\overline{\overline{\sigma_{x_{Mx}}}}(z) = \frac{1}{M_{x_{0}}(z)} \cdot \left(\sigma_{x_{0}}(z) - \overline{\sigma_{x_{Mz}}}(z) \cdot M_{z_{0}}(z)\right), (15)$$

$$\overline{\overline{\tau_{xz_{Qy}}}}(z) = \frac{1}{Q_{y_{0}}(z)} \cdot \left(\tau_{xz_{0}}(z) - \overline{\tau_{xz_{Mz}}}(z) \cdot M_{z_{0}}(z)\right),$$

где  $\sigma_{z0}(z)$ ,  $\sigma_{x0}(z)$ ,  $\tau_{xz0}(z)$  — напряжения элементарной площадки панели крыла для расчетного случая с максимальным изгибающим моментом;

 ${
m Q_{y0}(z)},\ {
m M_{x0}(z)},\ {
m M_{z0}(z)}$  – поперечная сила, изгибающий и крутящий моменты первого расчетного случая.

Выразим коэффициенты  $\overline{\sigma_{z_{Mz}}}(z)$ ,  $\overline{\sigma_{x_{Mz}}}(z)$ ,  $\overline{\tau_{x_{Z_{Mz}}}}(z)$  решив систему (14) с учетом двух расчетных случаев

$$\frac{\sigma_{z_{Mz}}(z) = \frac{\sigma_{zKP}(z) - \sigma_{z0}(z) \frac{M_{xKP}(z)}{M_{x0}(z)}}{M_{zKP}(z) - M_{z0}(z) \frac{M_{xKP}(z)}{M_{x0}(z)}}, 
\frac{\sigma_{xMz}(z) = \frac{\sigma_{xKP}(z) - \sigma_{x0}(z) \frac{M_{xKP}(z)}{M_{x0}(z)}}{M_{z0}(z)}, 
\frac{\sigma_{xMz}(z) = \frac{\sigma_{xKP}(z) - \sigma_{x0}(z) \frac{M_{xKP}(z)}{M_{x0}(z)}}{M_{x0}(z)}, 
\frac{\sigma_{xZKP}(z) - \sigma_{xz0}(z) \frac{Q_{yKP}(z)}{Q_{y0}(z)}}{M_{zZKP}(z) - M_{z0}(z) \frac{Q_{yKP}(z)}{Q_{z0}(z)}},$$
(16)

где  $Q_{yKP}$ ,  $M_{xKP}$ ,  $M_{zKP}$  – поперечная сила, изгибающий и крутящий момент второго расчетного случая.

Если для второго расчетного случая реализовано изолированное кручение при отсутствии остальных компонент нагрузки, зависимости (16) примут

$$\overline{\sigma_{z_{Mz}}}(z) = \frac{\sigma_{zKP}(z)}{M_{zKP}},$$

$$\overline{\sigma_{x_{Mz}}}(z) = \frac{\sigma_{xKP}(z)}{M_{zKP}},$$

$$\overline{\tau_{xz_{Mz}}}(z) = \frac{\tau_{xzKP}(z)}{M_{zKP}}.$$

# Обоснование достоверности метода расчета общего **НДС**

На примере крыла среднемагистрального самолета выполнена проверка методики расчета общего напряженного состояния крыла. В качестве граничных условий взята типовая циклограмма нагружения крыла поперечной силой, изгибающим и крутящим моментами при ресурсных испытаниях (рис. 2).

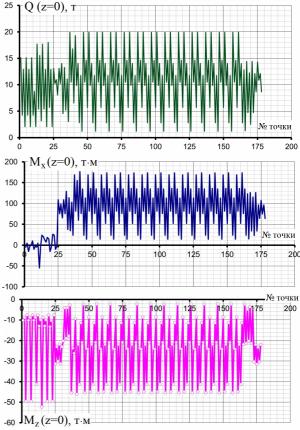


Рис. 2. Пример циклограмм нагружения  $\,{\rm Q}_y\,,\,{\rm M}_x\,$  и  $\,{\rm M}_z\,$  для сечения в плоскости симметрии самолета

Поскольку конструкция крыла самолета представляет собой подкреплённую тонкостенную оболочку, наиболее рационально представить ее в виде балочно-плоскостной модели. Это позволит в дальнейшем сократить количество элементов и время расчёта по сравнению с объемной трехмерной моделью.

Выполнено моделирование стреловидного крыла и отсека фюзеляжа среднемагистрального самолета. Модель состоит из балочных элементов типа «Веат» и пластинчатых элементов с мембранными свойствами «Shell» [15]. Учтено смещение центров тяжести обшивки, стрингеров и поясов лонжеронов относительно теоретического контура крыла. Конструктивные элементы, соединённые крепежом в реальной конструкции, отмоделированы как единое целое. Расчёт проведен в упругой линейной постановке, так как напряжения, характерные для общего НДС крыла при эксплуатационных нагрузках, не превышают предела текучести.

Граничные условия заданы в виде закрепления по торцам и нижней части фюзеляжа и нагружения системой сосредоточенных усилий вдоль размаха крыла. Значения усилий подобраны таким образом, чтобы воспроизвести эпюры поперечных сил, изгибающих и крутящих моментов, соответствующие расчетным случаям. На рисунке 3 показана конечно-элементная модель крыла самолета и отсека фюзеляжа с заданными граничными условиями.

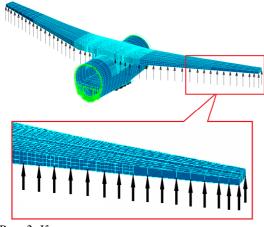


Рис. 3. Конечно-элементная модель с условиями закрепления и нагружения

На первом этапе выполнен расчет напряженного состояния крыла при нагрузках, соответствующих опорной точке. В качестве опорной точки выбран максимум циклограммы изгибающего момента.

На втором этапе проведен расчет напряженного состояния при чистом кручении консольной части крыла. Поскольку ось жесткости рассматриваемого крыла проходит посредине между лонжеронами, для реализации чистого кручения по поясам лонжеронов приложены усилия одинаковой величины, но противоположного направления (рис. 4).

В результате расчетов получены распределения

напряжений  $\sigma_{z0}(z)$ ,  $\sigma_{x0}(z)$ ,  $\tau_{xz0}(z)$ ,  $\sigma_{zKP}(z)$ ,  $\sigma_{xKP}(z)$ ,  $\sigma_{xKP}(z)$  по поясам и стенкам лонжеронов, верхней и нежней поверхностям крыла.

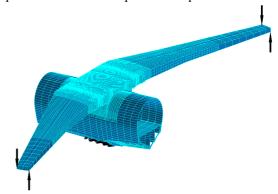


Рис. 4. Задание нагрузок для реализации кручения крыла

Используя зависимости (15) и (16), определены значения единичных напряжений  $\overline{\overline{\sigma_{z_{M_{X}}}}}(z)$ ,  $\overline{\overline{\sigma_{x_{M_{X}}}}}(z)$ ,  $\overline{\overline{\sigma_{x_{M_{Z}}}}}(z)$ ,  $\overline{\overline{\sigma_{x_{M_{Z}}}}}(z)$ ,  $\overline{\overline{\sigma_{x_{M_{Z}}}}}(z)$ ,  $\overline{\overline{\tau_{xz_{M_{Z}}}}}(z)$  конструкции крыла. На рисунках 5, 6 показан характер распределения единичных напряжений вдоль размаха и хорды крыла.

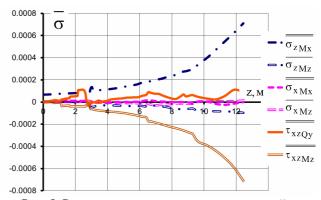


Рис. 5. Распределение единичных напряжений по максимуму строительной высоты вдоль размаха

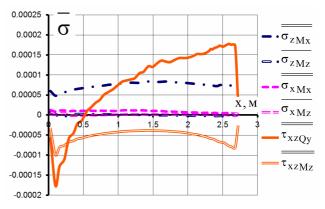


Рис. 6. Распределение единичных напряжений вдоль хорды крыла возле нервюры №4 центроплана

Для проверки адекватности работы методики выбран ряд экстремумов циклограммы нагружения крыла, имитирующих разные режимы полета и характеризующихся различными величинами и комбинациями поперечных сил, изгибающих и кругящих моментов.

Распределение силовых факторов  $Q_y(z)$ ,  $M_x(z)$ ,  $M_z(z)$  по размаху крыла соответствовало распределениям нагрузок в испытаниях для экстремумов циклограммы нагружения конструкции крыла самолета.

Для экстремумов циклограммы нагружения выполнен расчет НДС крыла по предложенному методу и МКЭ.

На рисунках 7-9 показаны распределения вычисленных напряжений вдоль размаха, хорде крыла, по высоте стенки лонжерона. Точками показаны напряжения, полученные с помощью МКЭ, линиями – по предложенному методу.

Для оценки прочности и долговечности при плоском напряженном состоянии находят применение различные теории прочности, например критерий наибольших нормальных напряжений, наибольших линейных деформаций или удельной энергии формоизменения [16-20].

Интенсивность, главные напряжения, угол поворота главных площадок для рассматриваемого расчетного случая нагружения можно найти по общеизвестным формулам

$$\begin{split} \sigma_i &= \sqrt{\frac{1}{2} \Big[\! \left(\sigma_1 - \sigma_2\right)^2 + {\sigma_1}^2 + {\sigma_2}^2\Big]}, \\ \sigma_1 &= \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2}, \\ \sigma_2 &= \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2}, \\ tg 2\alpha &= \frac{2 \cdot \tau_{xz}}{\sigma_z - \sigma_x} \;. \end{split}$$

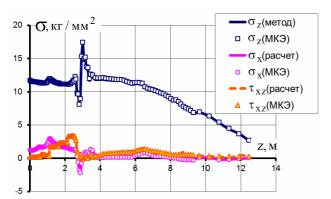


Рис. 7. Сопоставление напряжений по максимуму строительной высоты вдоль размаха крыла

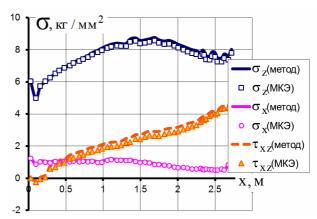


Рис. 8. Сопоставление напряжений вдоль хорды крыла по нервюре №4 центроплана

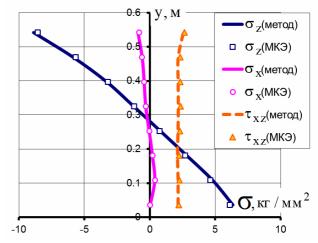


Рис. 9. Сопоставление напряжений по высоте стенки заднего лонжерона возле нервюры №4 центроплана

На рисунках 10-12 показаны распределения главных напряжений, углов поворота главных площадок и интенсивности напряжений вдоль размаха по максимуму строительной высоты.

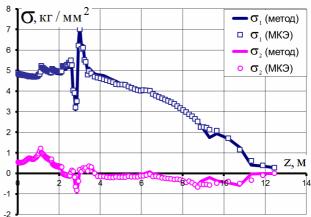


Рис. 10. Сопоставление главных напряжений по максимуму строительной высоты

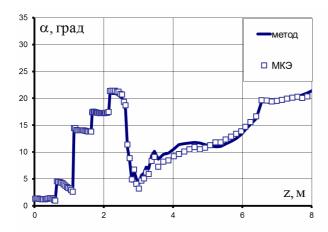


Рис. 11. Сопоставление углов поворота главных площадок

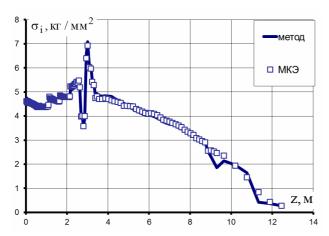


Рис. 12. Сопоставление интенсивности напряжений вдоль размаха крыла

#### Выводы

Предложен метод расчета общего напряженного состояния крыла большого удлинения для циклограмм нагружения на основе интегральных силовых факторов и конечно-элементного анализа. Метод позволяет формализовать процесс определения напряженного состояния на различных этапах типового полета. Вместо выполнения множества МКЭ расчетов для каждой комбинации нагрузок, необходимо рассмотреть только два расчетных случая, по которым определяют единичные напряжения в конструкции. Согласно предлагаемому методу компоненты общего НДС для произвольной точки циклограммы нагружения можно определить как суперпозицию единичных напряжений, умноженные на соответствующие величины интегральных силовых факторов.

На примере крыла среднемагистрального самолета выполнен расчет напряженного состояния конструкции по методу конечных элементов при кручении крыла и при действии нагрузок, соответствующих максимуму изгибающего момента циклограммы нагружения. Рассчитаны напряжения от единичных значений силовых факторов  $\overline{Q}$ ,  $\overline{M_x}$ ,  $\overline{M_z}$ . Для ряда экстремумов циклограммы нагружения выполнены расчеты напряженного состояния по предложенному аппроксимационному методу и методу конечных элементов. В результате сопоставления результатов можно сделать вывод о хорошем согласовании данных. Отличие рассчитанных нормальных и касательных напряжений по предлагаемому методу от вычисленных по МКЭ не превышает 0,8 кг/мм $^2$ .

#### Литература

- 1. Зайцев, В. Н. Конструкция и прочность самолета [Текст] / В. Н. Зайцев, В.Л. Рудаков. Киев : "Вища школа", 1978. 488 с.
- 2. Одиноков, Ю. Г. Расчет самолета на прочность [Текст] / Ю. Г. Одиноков. М. : Машиностроение, 1973. 392 с.
- 3. Стригунов, В. М. Расчет металлических фюзеляжей на прочность [Текст] / В. М. Стригунов // Труды ЦАГИ. 1939. Вып. 435. 96 с.
- 4. Фомичев, П. А. Исследование общего напряженного состояния крыла с помощью метода конечных элементов и балочной расчетной схемы [Текст] / П. А. Фомичев, С. Ф. Мандзюк // Тези доповідей міжнародної науково-технічної конференції «Проблеми створення та забезпечення життєвого циклу авіаційної техніки». Харків, «ХАІ», 2012. С. 21.
- 5. Феофанов, А. Ф. Строительная механика тонкостенных конструкций [Текст] / А. Ф. Феофанов. М.: Оборонгиз, 1958. 330 с.
- 6. Власов, В. 3. Тонкостенные упругие стержни [Текст] / В. 3. Власов. М. : Физматлит, 1959. 568 с.
- 7. Уманский, А. А. Кручение и изгиб тонкостенных авиаконструкций [Текст] / А. А. Уманский. – М.: Оборонгиз, 1939. – 112 с.
- 8. Киселев, В. Ф. Методы расчетов на прочность лонжеронных и кессонных крыльев [Текст] / В. Ф. Киселев // Труды ЦАГИ. 1959. Вып. 738. 202 с.
- 9. Образцов, И.Ф. Вариационные методы расчета тонкостенных авиационных конструкций [Текст] / И.Ф. Образцов. М.: Машиностроение, 1966. 392 с.
- 10. Джанелидзе, Г. Ю. Статика упругих тонкостенных стержней [Текст] / Г. Ю. Джанелидзе, Я. Г. Пановко. М. : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1948.  $208 \, c$ .
- 11. Кутьинов, В. Ф. Расчет на изгиб и кручение конического кессона с учетом стреловидности [Текст] / В. Ф. Кутьинов // Труды ЦАГИ. 1955. 52 с.

- 12. Bruhn, E. F. Analysis and design of flight vehicle structures [Text] / E. F. Bruhn. Indianapolis: S. R. Jacobs & Associates, Inc, 1973. 997 p.
- 13. Строительная механика летательных аппаратов [Текст]: Учебник для авиационных специальностей вузов / И. Ф. Образцов, Л. А. Булычев, В. В. Васильев и др.; под ред. И. Ф. Образцова. М.: Машиностроение, 1986. 536 с.
- 14. Кан, С. Н. Элементы строительной механики тонкостенных конструкций [Текст] / С. Н. Кан, Я. Г. Пановко. М. : Оборонгиз, 1952. 164 с.
- 15. Рычков, С. П. Моделирование конструкций в среде Femap with NX Nastran [Текст] / С. П. Рычков. М.: ДМК Пресс, 2013. 784 с.
- 16. Хейвуд, Р. Б. Проектирование с учетом усталости [Текст] / Р. Б. Хейвуд. М : Машино-

строение, 1969. – 504 с.

- 17. Когаев, В. П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность [Текст]: справ. / В. П. Когаев, Н. А. Махутов, А. П. Гусенков. М.: Машиностроение, 1985. 224 с.
- 18. Li, B. Simulation of cyclic stress-strain evolutions for multiaxial fatigue life prediction [Text] / B. Li, L. Reis, M. de Freitas // International Journal of Fatigue. 2006. № 28. P. 451 458.
- 19. Стрижиус, В. Е. Методы расчета на усталость элементов авиационных конструкций при многоосном нагружении [Текст] / В. Е. Стрижиус // Научный Вестник МГТУ ГА. М., 2013. № 187. С. 65 73.
- 20. Коллинз, Дж. Повреждение металлов в конструкциях. Анализ, предсказание, предотвращение [Текст] / Дж. Коллинз. М.: Мир, 1984. 624 с.

Поступила в редакцию 1.04.2015, рассмотрена на редколлегии 15.05.2015

#### МЕТОД РОЗРАХУНКУ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ КРИЛА ДЛЯ ЦИКЛОГРАМ НАВАНТАЖЕННЯ НА ОСНОВІ ІНТЕГРАЛЬНИХ СИЛОВИХ ФАКТОРІВ ТА СКІНЧЕНО-ЕЛЕМЕНТНОГО АНАЛІЗУ

#### П. О. Фомичов, С. Ф. Мандзюк

При оцінці міцності та ресурсу авіаційної техніки виникає необхідність у багаторазових розрахунках напружено-деформованого стану конструкцій при різних умовах експлуатації. Запропоновано метод розрахунку загального напруженого стану крила на основі принципу суперпозиції, інтегральних силових факторів і скінчено-елементного аналізу. Відповідно до даного методу замість проведення сотень МСЕ розрахунків напружено-деформованого стану конструкції необхідно виконати тільки два, які встановлюють напруження при дії одиничних навантажень. Компоненти загального напруженого стану для довільної точки циклограми навантаження можна визначити як суперпозицію одиничних напружень помножених на відповідні величини силових факторів в перетині крила великого подовження. На прикладі крила транспортного літака виконано зіставлення напружень, отриманих за запропонованим методом та МСЕ. Отримано добре узгодження даних.

**Ключові слова:** крило літака, напружений стан, інтегральні силові фактори, метод скінчених елементів.

## METHOD OF CALCULATION THE STRESS STATE OF THE WING FOR LOAD SEQUENCE DIAGRAMS BASED ON INTEGRAL LOAD FACTORS AND FINITE ELEMENT ANALYSIS

#### P. A. Fomichev, S. F. Mandzyuk

In assessing the strength and life of aircraft there is a need for multiple calculations of the stress-strain state of structures under various operating conditions. A method for calculating the general stress state of the wing based on the principle of superposition, integral load factors and finite element analysis. According to this method, instead of hundreds of FEM calculations of the stress-strain state of the structure, it is necessary to perform only two of which reduced stress state by the action of unit loads. Components of general stress state for an arbitrary point of loading sequence diagrams can be described as a superposition of single stress state multiplied by the corresponding values of the load factors in the cross section of the wing of a large elongation. On the example of the transport aircraft wing carried out a comparison of stresses obtained by the proposed method and the finite element method. Obtained good agreement of the calculation results.

Keywords: aircraft wing, the stress state, integral load factors, finite element method.

**Фомичев Петр Александрович** – д-р техн. наук, проф., зав. каф. Прочности летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского "ХАИ", г. Харьков, Украина, e-mail: nil prochnost@khai.edu.

**Мандзюк Сергей Федорович** – аспирант кафедры Прочности летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского "ХАИ", г. Харьков, Украина, e-mail: smandzyuk@ukr.net.